



Univerzitet u Novom Sadu
Prirodno-matematički fakultet
Departman za fiziku



Obrada nastavne teme „Harmonijske oscilacije” za treći razred gimnazije

- master rad -

Mentor:

prof. dr Maja Stojanović

Kandidat:

Koso Čaba

Novi Sad, 2022.

Zahvaljujem se svojoj mentorki dr. Maji Stojanović na ukazanoj pomoći prilikom izrade ovog rada.

Zahvaljujem se svim profesoricama i profesorima koji su mi predavali u toku studija.

Zahvaljujem se svojoj porodici na razumevanju, podršci i bodrenju svih ovih godina studiranja. Ovaj rad posvećujem njima.

Koso Čaba

SADRŽAJ

1. Uvod	4
2. Obrazovni standardi	5
3. Oscilacije u nastavi fizike 3. razreda gimnazije	9
3.1 Linearni harmonijski oscilator	9
3.2 Energija harmonijskog oscilatora	11
3.3 Matematičko klatno	13
3.4 Fizičko klatno	14
3.5 Slaganje oscilacija	15
3.5.1 Slaganje oscilacija istog pravca i perioda	15
3.5.2 Slaganje oscilacija različitih perioda. Modulacija	17
3.6 Razlaganje kretanja na harmonike. Spektar oscilacija	19
3.7 Prigušene oscilacije	20
3.8 Prinudne oscilacije. Rezonancija	22
3.9 Električne oscilacije	25
3.9.1 Električno oscilatorno kolo	25
3.9.2 Energija oscilatornog kola	27
4. Zadaci u nastavi fizike	28
4.1 Računski zadaci	32
5. Eksperimenti u nastavi fizike	43
5.1 Demonstracioni ogledi	44
5.2 Laboratorijske vežbe	46
6. Zaključak	49
Literatura	50
Prilog	51

1. UVOD

Cilj ovog rada je obrada nastavne teme „Oscilacije“ za 3. razreda gimnazije. Za izbor ove nastavne teme sam se odlučio zbog važnosti ove teme u fizici. Fizika kao fundamentalna prirodna nauka se bavi proučavanjem i opisom sveta oko nas, međutim najznačajnija je primena znanja iz fizike u mnogim naučnim i tehničkim oblastima. Upravo zbog svoje važnosti moramo nastojati da sve ovo stečeno znanje iz fizike predamo učenicima. Odgovarajući nivo praktičnog znanja trebalo bi značiti da su učenici u stanju da teorijsko znanje primene u raznim situacijama. Primena znanja može se odnositi na rešavanje računskih zadataka i izvođenje laboratorijskih eksperimenta. Ovaj rad se bavi i zadacima, koji mogu da povezuju praktično znanje sa teorijskim znanjem kao i sa laboratorijskim vežbama i demonstracionim ogledima. Podjednako je važno da učenici nauče da rešavaju računske zadatke i rade laboratorijske vežbe. Postoji nekoliko preduslova za efikasnu primenu metoda u rešavanju računskih, a takođe i ostalih tipova zadataka, a to su: težina zadatka mora biti u skladu sa uzrastom, znanjem i sposobnostima učenika; učenici moraju dobro poznavati matematički račun (koji se koristi tokom rešavanja zadataka) i najvažnije da zadaci moraju biti u skladu sa nacionalnim nastavnim planom i programom. Što se tiče izrade laboratorijskih vežbi, oni moraju naučiti da koriste sve merne instrumente, da znaju kako oni funkcionišu i pre svega da znaju šta se sve može odrediti prilikom merenja. Sumirano, zbog značaja nastave fizike, velika odgovornost pripada nastavnicima kako bi učenici ovaj predmet zavoleli, primenuli i zainteresovali se za njega.

2. OBRAZOVNI STANDARDI

Obrazovni standardi predstavljaju opis znanja i veština koju učenici treba da posedeju na određenom nivou obrazovanja. Standardi konkretizuju i diferenciraju učenička dostignuća po nivoima (osnovni, srednji i napredni), tako što se ostvarenost pojedinog stepena može empirijski proveravati.

Zbog svoje velike važnosti, obrazovni standardi moraju biti stalno poboljšavani i unapređivani - kako bi oni držali korak - sa novim izazovima koji se javljaju u nastavnom procesu. Obrazovni standardi moraju biti formulisani tako da pomažu svim učesnicima nastavnog procesa (nastavnicima, učenicima i roditeljima).

Nastavnicima standardi pomažu oko izbora metoda i oblika rada i ocenjivanja, a takođe i određuju širinu i dubinu sadržaja koji će se izučavati.

Učenicima daju jasnu sliku o tome šta moraju znati i usvojiti tokom nastavnog procesa kao i kriterijume po kojima se njihova znanja kojem stepenu „pripada“, a roditeljima pomažu da prate stepen napredovanja svojih deca. Najveću teškoću predstavlja pravilan izbor odgovarajućih standarda, koji omogućavaju da nastavni rad bude što efikasniji, zanimljiviji i razumljiviji.

Obrazovni standardi definišu znanja, umenja i veštine koje učenici treba da steknu u određenoj oblasti nastave, na određenom nivou standarda. U tom pogledu standardi se razlikuju po tri posebna nivoa (osnovni, srednji i napredni nivo).

U osnovni nivo spadaju sve kompetencije (znanja, stavovi i veštine) koje učenik treba da poseduje kao bi aktivno i produktivno učestvovao u raznim oblastima života (obrazovnom, ličnom, društvenom, privrednom itd.).

Srednji nivo se odnosi na kompetencije koje učenik treba da poseduje da bi mogao da uspešno nastaviti sa višim obrazovanjem u različitim oblastima.

Napredni nivo definiše nivo postignuća kompetencija koju učenik treba da poseduje kako bi mogao nastaviti sa višim obrazovanjem u oblasti gde su te kompetencije neophodne.

OBRAZOVNI STANDARDI U OKVIRU PREDMETA FIZIKE

Obrazovne standarde možemo definisati kao pokazatelje o znanju, umeću i veštini koje učenici treba da steknu do odgovarajućeg nivoa tokom obrazovanja. Obrazovni standardi se baziraju na ciljevima obrazovanja koji predviđa nacionalni plan i program, za razliku od plana i programa, na mnogo konkretniji način opisuju šta od znanja i veština učenici treba da nauče.

Na osnovnom nivou učenici moraju biti sposobni da:

- na osnovu poznavanja fizičkih veličina i zakonitosti objašnjavaju pojave i procese, rešavaju jednostavne probleme;
- nabroje sve moguće primene znanja iz fizike u drugim naučnim disciplinama kao što su: energetika, saobraćaj, elektrotehnika itd. - kao i u svakodnevnim situacijama: bezbedno i pravilno korišćenje elektičnih uređaja, bezbednost u saobraćaju itd.

Na srednjem nivou:

- treba da objašnjavaju i rešavaju složenije fizičke probleme, tražeći bitne podatke koji se odnose za dati problem, koristeći odgovarajuće (fizičke) zakone i matematičke operacije;
- da znanja iz fizike koriste za rešavanje problema iz drugih naučnih i tehničnih disciplina: npr. korišćenje računara za prikupljanje literature za izradu seminarskih radova iz fizike kao i fizici srodnih naučnih disciplina, grafičko i tablično prikazivanje dobijenih podataka sa laboratorijskih vežbi, pokretanje simulacije koje opisuju neke fizičke procese, korišćenje jednostavnih mernih uređaja itd.

Na naprednom nivou:

- poseduju razvijene sposobnosti rešavanja složenih tipova zadataka, prilikom koga oni ne samo znaju da reše zadatke, već su i sposobni da pronađu najefikasniji metod koji vodi do rešenja;
- na osnovu poznatih teorija mogu samostalno da izvedu eksperimentalna merenja, dobijene podatke znaju da grafičko, tablično prikaže;
- znaju samostalno da koriste računar i internet za prikupljanje podataka.

Pored gore navedenih opštepredmetnih kompetencija, uspešnost nastavnog procesa određuju i oni međupredmetne kompetencije koji se ne odnose samo na predmet fizika nego pre svega utiču na nivo nastave u celini. Ove kompetencije su pre svega zato značajni jer u 21. veku znanje zbog naglog razvoja nauke i tehnologije brzo zastaruje, a zbog ovog je važno da tokom obrazovanja učenici nauče kako oni sami mogu prošire svoje znanje. Ovo je naročito važno jer će poslovni svet vrlo brzo tražiti novo znanje i umenje od bivših učenika koji u školi to još nisu mogli da nauče.

Drugi vrlo aktuelan primer je nastao tokom pandemije koronavirusa, prilikom kojeg nije bilo moguće obrazovanje nastaviti u klasičnom razrednim okvirima, pa se moralno s jednog dana na drugi da se pređe na digitalno obrazovanje. U mnogim situacijama, to je negativno uticalo na nivo obrazovanja (nedostatak ličnog kontakta među učenicima i motivacije) jer nastavnici nisu mogli tako brzo da pređu na ovaj vid obrazovanja.

Međupredmetne kompetencije

Glavni razlog za uvođenje novih međupredmetnih kompetencija je nastao iz uvida da znanje koje se danas predaje učenicima iz pojedinih nastavnih predmeta tokom obrazovanja neće biti aktuelno i dovoljno. Faktori koji su doveli do ovakvih promena su:

- uticaj novih tehnologija (pre svega digitalizacija na svim nivoima rada i društva), interneta i medija na učenje, na prirodu poslova i privatni život;
- rastuća socijalna pokretljivost i rastuća konkurentnost na tržištu rada.

Možemo reći da zbog dosada neviđenog brzog rasta nauke i tehnologije , pored kompetencija koje se uče iz pojedinih oblasti, učenici moraju da savladaju i druge oblike kompetencija koja će njima pomoći da se snalaze u novoj i delimično nepoznatom okruženju.

Ideja o reformisanju školskih programa kao i identifikacija ključnih kompetencija je započeo 2006. godine kada je Evropska Unija usvojila dokument pod nazivom “ Evropski okvir ključnih kompetencija za celoživotno učenje“ (European Reference Framework of Key Competences for Lifelong Learning). Ovaj dokument su mnoge države preuzele za izradu svojih nacionalnih nastavnih planova i programa. U ovim planovima i programima ključne međupredmetne kompetencije su dobile veliki značaj.

Za obrazovni sistem naše države izdvojene su sledeće opšte i međupredmetne kompetencije kao najznačajnije za odgovarajuću pripremu učenika za uspešno učešće u društvu:

- kompetencija za celoživotno učenje;
- rad sa podacima i informacijama;
- rešavanje problema;
- digitalna pismenost;
- preduzetništvo;
- odgovorno učešće u demokratskom društvu;
- saradnja;
- odgovoran odnos prema zdravlju;
- estetička kompetencija;
- odgovoran odnos prema okolini.

Sve ove navedene kompetencije su jako važne, međutim nemaju svi direktni odnos sa fizikom kao naukom i kao nastavni predmet. Od gore navedenih kompetencija pre svega su važne one koje se odnose na rešavanje problema, digitalna kompetencija, rad sa podacima kao i matematičke kompetencije jer fiziku ne možemo zamisliti bez njega.

Opšti standardi postignuća - obrazovni standardi u nastavi fizike u srednjem školama definisani su za sledeće oblasti:

- **Mehanika;**
- Toplotna fizika;
- Elektromagnetizam;
- Optika;
- Struktura materije;
- Astronomija.

Specifična predmetna kompetencija za nastavnu temu “Oscilacije”

Osnovi nivo

U okviru standarda osnovnog nivoa, od fizičkih veličina obuhvaćeni su period i frekvencija oscilovanja

Učenik:

2.FI.1.1.1. Opisuje i objašnjava fizičke pojave: mehaničko oscilovanje

Srednji nivo

Na standardima srednjeg nivoa, pored već navedenog, obuhvaćeni su:

- **pojmovi i pojave:** rezonancija;
- **ekperimenti i ogledi:** određivanje perioda oscilovanja.

Učenik:

2.FI.2.1.1. Opisuje i objašnjava harmonijske prigušene oscilacije.

2.FI.2.1.5. Zna da predstavi rezultate merenja tablično i grafički i na osnovu toga dođe do empirijske zavisnosti. Na primer period oscilovanja matematičkog klatna od njegove dužine.

Napredni nivo

Kod standarda naprednog nivoa, pored već navedenog u osnovnom i srednjem nivou, obuhvaćeni su još i :

- **pojmovi i pojave:** prigušene oscilacije i rezonancija;
- **ekperimenti i ogledi:** određivanje perioda i frekvencije oscilovanja.

Učenik:

2.FI.3.1.3. Zna da objašnjava pojave vezane za prigušene i prinudne oscilacije; zna da rešava složene zadatke o oscilacijama.

2.FI.3.1.4. Opisuje i objašnjava fizičke pojave: mehanička oscilovanja; koristi uređaje i merne instrumente za određivanje fizičkih veličina, kao na primer frekvencija oscilovanja zvučne viljuške.

2.FI.3.1.5. Predstavlja rezultate merenja tablično i grafički i na osnovu toga dolazi do empirijske zavisnosti: period oscilovanja fizičkog klatna od njegove redukovane dužine, amplitude prigušenog oscilovanja tega na opruzi od vremena.

2.FI.3.3.5 Razume fizičke procese koje se odigravaju u oscilatornim LC kolima.

3. Oscilacije u nastavi fizike u 3. razredu gimnazije

Pored već izučenih vidova kretanja kao što su pravolinijsko i krivolinijsko, u prirodi postoje i drugi složeniji oblici kretanja, kao što je oscilatorno kretanje. Da bi se detaljno opisalo oscilatorno kretanje, mora se prvo definisati periodično kretanje.

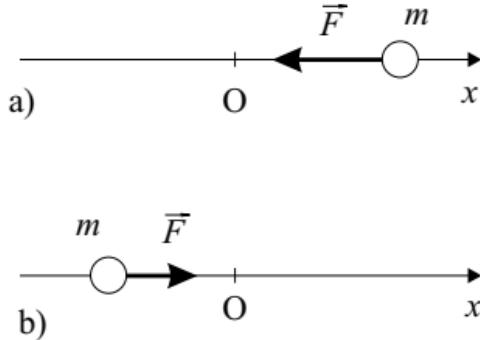
Periodično kretanje predstavlja poseban oblik kretanja, koji se posle određenog vremena ponavlja na identičan način. Primeri periodičnog kretanja su ravnomerno kružno kretanje, oscilovanje klatna kao i kretanja tela obešenog o oprugu. Po definiciji kretanje je periodično ukoliko su njegove karakteristike kao što su: položaj, brzina i ubrzanje, periodične funkcije vremena. Vrednost koju imaju ove veličine u trenutku t , će biti jednake sa onim vrednostima koju imaju nakon perioda T , odnosno u trenutku $(t+T)$.

Poseban oblik periodičnog kretanja je oscilatorno kretanje. Harmonijsko oscilovanje je najjednostavniji oblik oscilatornog kretanja, gde se položaj čestice može izražavati pomoću harmonijskih funkcija, sinusa i kosinusa. Čestica koja vrši ovakvo kretanje naziva se linearni harmonijski oscilator (LHO).

3.1 Linearni harmonijski oscilator

Za opis harmonijskog oscilatora, posmatra se čestica mase m koja se kreće samo po pravoj liniji, duž x ose. Postavi se x osa tako da se ravnotežni položaj nalazi u koordinatnom početku (Slika 1.). Ako na česticu deluje sila koja je uvek usmerena prema ravnotežnom položaju i srazmerna je elongaciji, ona će oscilovati između dva krajnja (amplitudna) položaja. Takva sila sa takvim osobinama naziva se povratna (restitucionala) sila, i matematički se izražava kao:

$$F = -kx \quad (1.1)$$



Slika 1. Povratna sila F koja deluje na česticu mase m kada je čestica na a) pozitivnom i
b) negativnom delu x-ose.

Pod dejstvom ove povratne sile, čestica se periodično osciluje između dva krajna položaja. Po Drugom Njutnovom zakonu, jednačina kretanje čestice biće:

$$ma = m\ddot{x} = -kx \quad (1.2)$$

Ako se konstanta srazmernosti k , izrazi pomoću nove konstante ω (kružna frekvencija) kao:

$$k = m\omega^2 \quad (1.3)$$

onda se jednačina kretanja (1.2) pretvara u diferencijalnu jednačinu

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \quad (1.4)$$

čiji je rešenje oblika:

$$x(t) = x_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (1.5)$$

gde su:

$x(t)$ - trenutna udaljenost čestice od ravnotežnog položaja (elongacija);

x_0 - najveća udaljenost čestice od ravnotežnog položaja (amplituda);

ω - kružna frekvencija;

t - vreme (nezavisna promenljiva);

φ - početna faza;

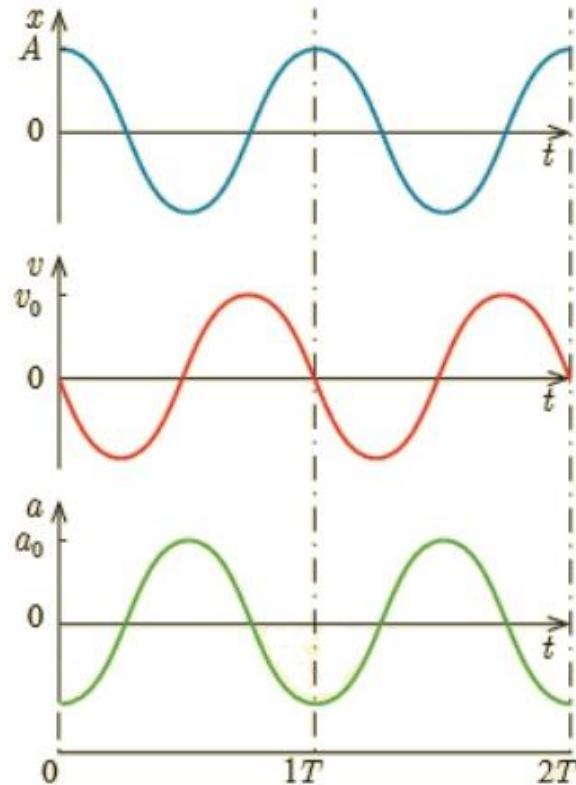
$\Phi = \omega t + \varphi$, - faza oscilovanja, koja određuje trenutni položaj čestice;

T - period oscilovanja, vreme potrebno da se izvrši jedna puna oscilacija. Period oscilovanja T i kružna frekvencija ω su povezani relacijom $\omega = 2\pi/T$.

Brzina v i ubrzanje a oscilujućeg tela su prvi i drugi izvod elongacije $x(t)$ po vremenu:

$$v = \frac{dx}{dt} = \dot{x} = \omega x_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad (1.6)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \ddot{x} = -\omega^2 x_0 \sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x(t) \quad (1.7)$$



Slika 2. Zavisnost elongacije (položaja), brzine i ubrzanja oscilatora od vremena.

Pomoću modela linearne harmonijske oscilatora mogu se opisati realne oscilacije kao što su oscilovanje tega okačenog na oprugu konstante elastičnosti k ili oscilovanje matematičkog klatna.

3.2 Energija harmonijskog oscilatora

Telo koje osciluje tokom kretanja stalno menja položaj i brzinu, što znači da oscilator raspolaže određenom potencijalnom i kinetičkom energijom. Potencijalna i kinetička energija zavise od položaja i brzine tela koji vrši oscilatorno kretanje, tako da se može reći da oscilator raspolaže

određenom potencijalnom i kinetičkom energijom. Zbir potencijalne i kinetičke energije je ukupna mehanička energija i pošto oscilator predstavlja jedan zatvoren sistem mehanička energija se tokom vremena ne menja.

Izraz za potencijalnu energiju oscilatora E_p je:

$$E_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega^2 x^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi_0) \quad (1.8)$$

Pored zavisnosti od mase oscilatora, kvadrata kružne frekvencije i amplitude, potencijalna energija zavisi i od kvadrata kosinusne funkcije $\cos^2(\omega t + \varphi_0)$. Vrednost kvadrata kosinusne funkcije je uvek pozitivna, čak i u slučajevima poluperioda u kojima je vrednost kosinusne funkcije negativan ($\cos \omega t = \cos(2\pi/T \cdot T/2) = \cos \pi = -1, \cos^2 \pi = +1$). Zbog navedene zavisnosti period potencijalne energije iznosi $T/2$, odnosno potencijalna energija se menja sa dva puta manjim periodom - a zbog zavisnosti $T=1/v$ dva puta većom frekvencijom - od oscilovanja tela.

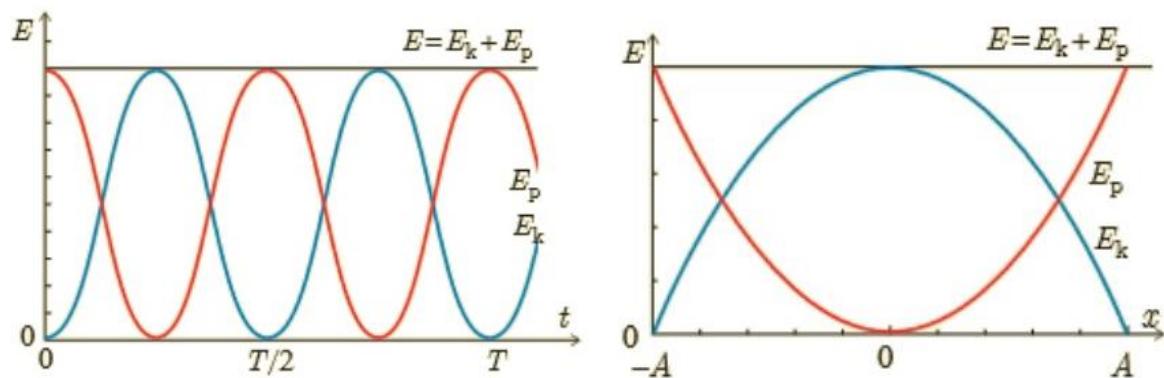
Kinetička energija jednaka je proizvodu mase oscilatora i kvadrata brzine. Pošto je brzina sinusna funkcija položaja, izraz za kinetičku energiju dat je kao:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi_0) \quad (1.9)$$

Ukupna mehanička energija oscilatora jednaka je zbiru kinetičke i potencijalne energije:

$$E = E_k + E_p = \frac{m\omega^2 A^2}{2} [\sin^2(\omega t + \varphi_0) + \cos^2(\omega t + \varphi_0)] \quad (1.10)$$

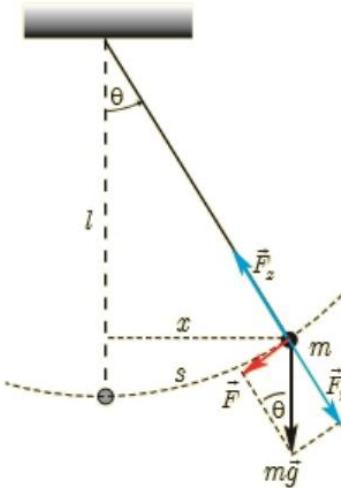
$$E = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \text{const.} \quad (1.11)$$



Slika 3. Zavisnost energije od vremena i elongacije za linearni harmonijski oscilator

3.3 Matematičko klatno

Matematičko klatno je telo zanemarljivih dimenzija okačeno na neistegljivu nit zanemarljive mase, koji osciluje pod dejtvom gravitacione sile. (Slika 4.)



Slika 4. Šematski prikaz matematičkog klatna

Klatno vrši periodično kretanje ako se izvede iz ravnotežnog položaja, za ugao θ , i pusti da osciluje. Pod uslovom da su oscilacije male ($\theta < 5^\circ$), može se smatrati da se telo kreće približno po pravoj liniji ($x \approx s$). Na telo deluje komponenta gravitacione sile F (crvena strelica na slici 4.) koja teži da ga vrati u ravnotežni položaj. Intenzitet te (nekompromisne) sile iznosi $F = -mg \sin\theta$, gde je: $\sin\theta = \frac{x}{l}$. Povratna sila koja izaziva harmonijske oscilacije će biti jednaka:

$$F = -\frac{mg}{l} \cdot x \quad (1.12)$$

Iz Drugog Njutnovog zakona $F = ma$, i ako se izjednače prethodna dva izraza za silu dobija se:

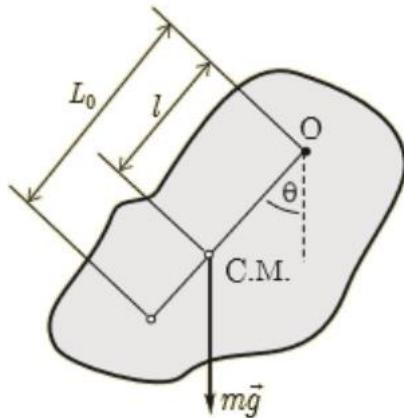
$$ma = -\frac{mg}{l} \cdot x \quad (1.13)$$

Korišćenjem izraza za ubrzanje tela kod harmonijskog oscilovanja $a = -\omega^2 x$, može se odrediti kružna frekvencija koja ima oblik: $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$. Iz veze perioda T i kružne frekvencije ω , može se izraziti period oscilovanja matematičkog klatna:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1.14)$$

3.4 Fizičko klatno

Fizičko klatno je kruto telo proizvoljnog oblika koji može da osciluje oko horizontalne ose O, koja ne prolazi kroz centar mase tela, pod uticajem gravitacione sile. (Slika 5.)



Slika 5. Šematski prikaz fizičkog klatna

Oscilacija fizičkog klatna je primer rotacionog kretanja sa promenljivim ugaonim ubrzanjem α . U ovom slučaju oscilacije, gravitaciona sila igra ulogu povratne sile. Uzrok nastajanja oscilacije je moment sile Zemljine teže, koji je jednak:

$$M = -mg \cdot l \cdot \sin\theta \quad (1.15)$$

gde je proizvod $l \cdot \sin\theta$ odgovarajući krak sile, a dužina l predstavlja udaljenost centra mase (CM) od ose rotacije O. Negativni znak se pojavljuje pošto moment sile teže da vrati telo u ravnotežni položaj.

Prema jednačini rotacionog kretanja moment sile jednak je proizvodu momenta inercije tela I i ugaonog ubrzanja α :

$$M = I \cdot \alpha \quad (1.16)$$

Izjednačavanjem izraza za moment sile, i uz pretpostavku da je ugao oklona mali ($\sin\theta \approx \theta$), dobija se:

$$I \cdot \alpha = -mg \cdot l \cdot \theta \quad (1.17)$$

Iz prethodne jednačine sledi da je ugaono ubrzanje jednako:

$$\alpha = -\frac{mgl}{I} \cdot \theta \quad (1.18)$$

Na osnovu analogije koja postoji između translatornog i rotacionog kretanja, može se pokazati da translatornom ubrzanju a ($a = -\omega^2 x$) odgovara ugaono ubrzanje α . Kod fizičkog klatna pomoću jednačine za translatorno i ugaono ubrzanje može se izraziti kružna frekvencija ω , koja je jednaka:

$$\omega = \sqrt{\frac{mgl}{I}} \quad (1.19)$$

Ako se prethodna jednačina uvrsti u opštu jednačinu za period oscilovanja $T = 2\pi/\omega$, dobija se izraz za period oscilovanja fizičkog klatna:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}} \quad (1.20)$$

Period oscilovanja fizičkog klatna zavisi od mase tela, momenta inercije u odnosu na osu oscilovanja kao i od udaljenosti centra mase od ose rotacije.

Ako je dužina matematičkog klatna jednaka sa $l_0 = \frac{I}{ml}$ tzv. redukovana dužina, ona ima isti period oscilovanja kao fizičko klatno identične mase.

Merenjem perioda oscilovanja fizičkog klatna, može se odrediti moment inercije I tela nepravilnog oblika.

3.5 Slaganje oscilacija

3.5.1 Slaganje oscilacija istog pravca i perioda

U slučaju da na telo deluju dve ili više povratne sile, on će vršiti jedno rezultujuće oscilovanje (koje je rezultat slaganja oscilacija).

Takve oscilacije izvodi sistem koji se sastoji od dva tega mase m_1 i m_2 koja su pričvršćena na oprugama koeficijenata elastičnosti k_1 i k_2 .

Prilikom opisa takvog kretanja, prvo će se analizirati najjednostavniji slučaj slaganja dva harmonijska oscilovanja istog pravca, smera i jednakih frekvencija. Pod uslovom da su kružne frekvencije međusobno jednake tj. $\omega = \omega_1 = \omega_2$, jednačine kretanja pojedinačnih oscilacija tela date su izrazima:

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_{01}) \\ x_2 &= A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_{02}) \end{aligned} \quad (1.21)$$

Pošto se komponente oscilacija (x_1 i x_2) vrše oscilaciju duž iste pravi, rezultujuća elongacija - x , dobija se kao algebarski zbir komponenti: $x = x_1 + x_2$

$$x = x_1 + x_2 = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_{01}) + A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_{02}) \quad (1.22)$$

Jednačina kretanja rezultujućeg oscilovanja može se predstaviti sledećom jednačinom:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (1.23)$$

Amplitudu rezultujućeg oscilovanja - A može se odrediti ako se prethodna jednačina uvrsti u jednačinu (1.22) pri čemu se dobija:

$$A \cos(\omega t + \varphi_0) = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_{01}) + A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_{02}) \quad (1.24)$$

Iz ove jednačine može se odrediti pored amplitude A i početnu fazu φ_0 . U početnom trenutku $t = 0$ ($\omega t = 0$) jednačina (1.24) dobija oblik:

$$A \cos \varphi_0 = A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02} \quad (1.25)$$

Uzimajući da je $t = T/4$, odnosno $\omega t = 2\pi/T \cdot T/4 = \pi/2$ druga jednačina dobija oblik:

$$A \sin \varphi_0 = A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02} \quad (1.26)$$

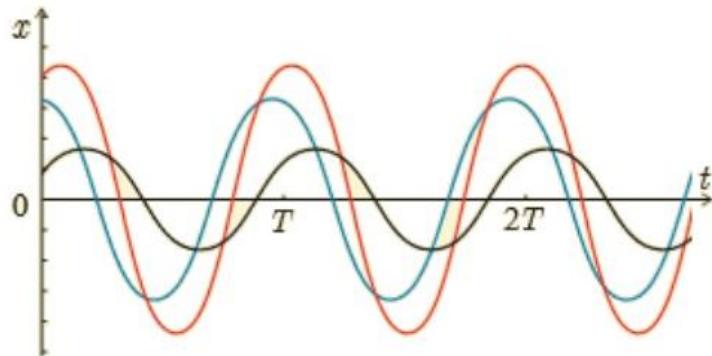
Početna faza φ_0 rezultujućeg oscilovanja dobija se deobom jednačina (1.25) i (1.26):

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{A \sin \varphi_0}{A \cos \varphi_0} = \frac{A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}}{A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}} \quad (1.27)$$

Iz zbira kvadrata jednačina (1.25) i (1.26) dobija se izraz za amplitudu:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) \quad (1.28)$$

gde je iskorišćena trigonometrijska transformacija [$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$].



Slika 6. - Slaganje oscilacija istog pravca i perioda

3.5.2 Slaganje oscilacija različitih perioda. Modulacija

Sada će se razmotriti slaganje dva harmonijska oscilovanja istog pravca, iste amplitude i početne faze ali različitih perioda. U ovom slučaju kružne frekvencije ω_1 i ω_2 se neznatno razlikuju, tako da važi:

$$\omega_1 - \omega_2 \ll \omega_1 + \omega_2$$

Jednačine kretanja pojedinih oscilovanja date su izrazima:

$$\begin{aligned} x_1 &= A \cos(\omega_1 t + \varphi_0) \\ x_2 &= A \cos(\omega_2 t + \varphi_0) \end{aligned} \quad (1.29)$$

Rezultujuće oscilovanje kao u prethodnom slučaju dobija se slaganjem pojedinačnih oscilovanja:

$$x = x_1 + x_2 = A[\cos(\omega_1 t + \varphi_0) + \cos(\omega_2 t + \varphi_0)] \quad (1.30)$$

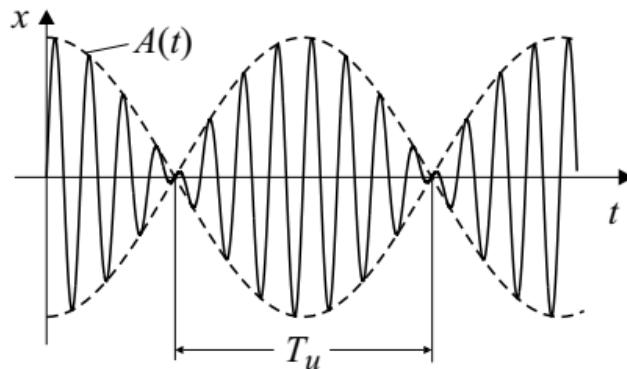
Zbog jednostavnosti može se prepostaviti da su početne faze jednakе nuli tj. $\varphi_0 = 0$

$$x = x_1 + x_2 = A[\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)] \quad (1.31)$$

Primenom trigonometrijske transformacije za zbir kosinusa dva ugla $[\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)]$ dobija se:

$$x = 2A \cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right) \text{ ili } x = 2A \cos(\Delta\omega t) \cos(\omega t) \quad (1.32)$$

Grafik (Slika 7.) prikazuje rezultujuće oscilovanje, gde isprekidane linije pokazuju vremensku zavisnost amplitude, a neprekidna linija predstavlja vremensku zavisnost elongacije rezultujućeg oscilovanja.



Slika 7. Grafički prikaz slaganja oscilacija bliske frekvencije - pulsiranje

Strogo gledajući rezultujuće oscilovanje nije harmonijsko oscilovanje nego je proizvod dva harmonijska oscilovanja.

Prvi činilac jednačine (1.32) predstavlja amplitudu rezultujućeg oscilovanja:

$$I. A(t) = 2A \cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t\right) = 2A \cos(\omega_A t), \text{ gde je } \left[\omega_A = \frac{(\omega_2 - \omega_1)}{2}\right]$$

$$\text{tako da važi } \omega_A \ll \omega_1 + \omega_2, \text{ sa periodom oscilovanja } T_A = \frac{2\pi}{\omega_A} = \frac{4\pi}{(\omega_2 - \omega_1)}$$

Periodična promena amplitude rezultujućeg oscilovanja u granicama $0 \leq A \leq 2x_0$ naziva se pulsiranje oscilovanja. Period promene amplitude zavisi od razlike kružnih frekvencija $\omega_2 - \omega_1$.

Drugi činilac izraza (1.32.) ima kružnu frekvenciju koja je jednaka srednjoj vrednosti zbiru početnih frekvencija

$$II. \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right) \text{ gde je } \omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} - \text{kružna frekvencija}$$

Period rezultujućeg oscilovanja približno je jednak periodu pojedinačnog oscilovanja

$$T \approx \frac{2\pi}{\omega_1} = T_1$$

Zbog toga što je $T_A \gg T$, složeno oscilovanje $x = 2A \cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right)$ može se smatrati približno harmonijskim i opisati sledećom jednačinom:

$$x = A(t) \cos\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2}t\right), \quad A(t) = 2A \cos(\omega_A t) \quad (1.33)$$

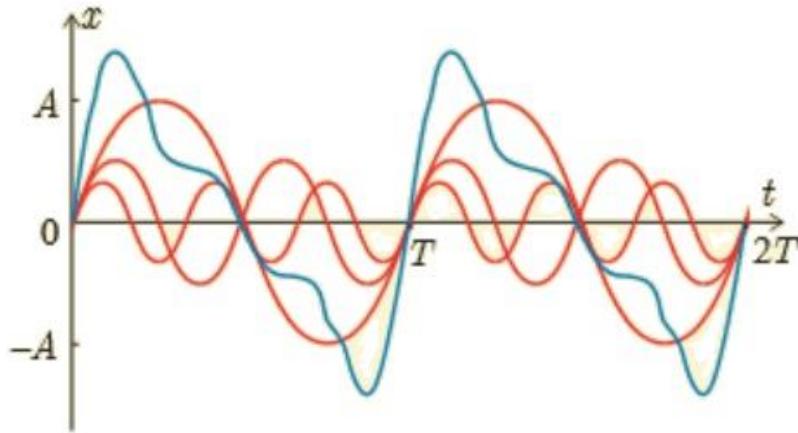
Modulacija

Slaganje oscilacija, čije su frekvencije međusobno znatno razlikuju, naziva se modulacija. Modulacija ima veliku praktičnu primenu u elektrotehnici, i koriste se za prenos signala na velikim udaljenostima. Modulacija oscilacije se postiže slaganjem niskofrekventnih i visokofrekventnih oscilacija, a u zavisnosti od tipa modulacije, menja se amplituda, frekvencija ili faza visokofrekventnih oscilacija. Dakle, možemo razlikovati tri vrste modulacija:

- Amplitudna modulacija - AM, je promena amplitude visokofrekventnog signala;
- Frekventna modulacija - FM, je promena frekvencije oscilovanje;
- Fazna modulacija - PM, je promena faze rezultujućeg oscilovanja.

3.6 Razlaganje kretanja na harmonike. Spektar oscilacija

Na osnovu primera slaganja dva harmonijska oscilovanja videli smo da rezultujuće oscilovanje zavisi od frekvencije, amplitude, početnih faza i pravaca njihovih oscilovanja.



Slika 8. Slaganje tri oscilovanja, plava kriva pokazuje rezultujuću oscilaciju.

Grafik (Slika 8.) prikazuje rezultat slaganja tri harmonijska oscilovanja (harmonika).

Tako da harmonijske oscilacije imaju sledeći oblik:

$$x_1 = A \sin(\omega t)$$

$$x_2 = \left(\frac{A}{2}\right) \sin(2\omega t)$$

$$x_3 = \left(\frac{A}{3}\right) \sin(3\omega t) \quad (1.34)$$

Jednačina složenog oscilovanja ima oblik:

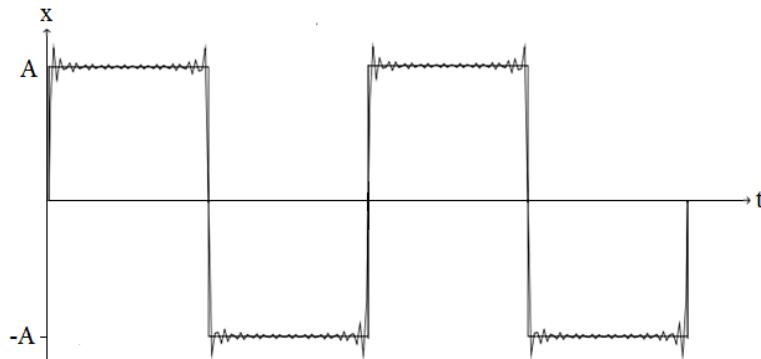
$$x = x_1 + x_2 + x_3 = A \sin(\omega t) + \left(\frac{A}{2}\right) \sin(2\omega t) + \left(\frac{A}{3}\right) \sin(3\omega t) \quad (1.35)$$

Slaganjem tri ili više komponenti oscilovanja, nastaju složeni oblici rezultujućih oscilacija, stim što je rezultat slaganja uvek periodično kretanje. Iz gore navedenog primera može se reći da se svako složeno oscilovanje može razložiti na određen broj komponentnih oscilacija.

Žozef Furije je dokazao da se svaka složena proizvoljna periodična funkcija $x = f(\omega t)$ može razložiti na beskonačan trigonometrijski niz članova oblika prostih harmonijskih funkcija:

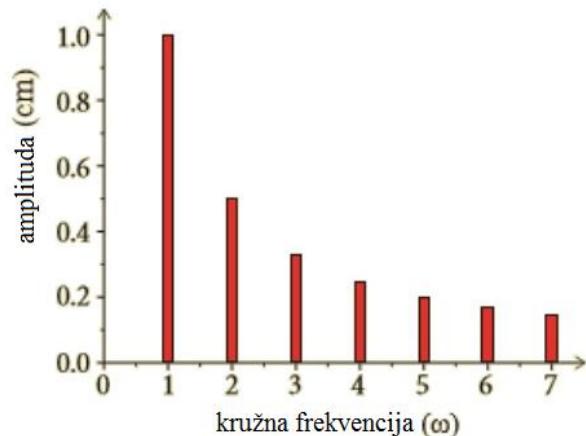
$$x = A_0 + A_1 \cos(\omega t) + A_2 \cos(2\omega t) + \cdots + B_1 \sin(\omega t) + B_2 \sin(2\omega t) + \cdots \quad (1.36)$$

gde su $A_0, A_1, A_2, \dots, B_1, B_2, \dots$ konstante Furijeovog reda.



Slika 9. Primer jedne složene oscilacije

Za razlaganje neparne funkcije, za koju je $f(-\varphi) = -f(\varphi)$ koriste se sinusni članovi, sa koeficijentima B_i , dok se za parnu funkciju, za koju važi $f(-\varphi) = f(\varphi)$, koriste se kosinusni članovi sa koeficijentima A_i . Spektar oscilacija predstavlja histogramski grafikon vrednosti amplituda A_i i B_i pojedinih članova u razvoju.



Slika 10. Spektar oscilacije

3.7 Prigušene oscilacije

Ukoliko na telo - koji vrši oscilaciju - pored povratne sile ($F = -kx$) deluje još i sila otpora sredine, tada je reč o prigušenom oscilovanju. Oscilacije čija se amplituda smanjuje sa vremenom, zbog gubitka energije oscilatora ili oscilatornog sistema, nazivaju se prigušene oscilacije. Amplituda slobodnih oscilacija se smanjuje usled dejstva spoljašnje sile trenja ili otpora sredine.

Na primer: oscilujuće klatno se zbog otpora viskozne sredine (vazduha) zaustavlja posle izvesnog vremena. Sila otpora sredine, za telo sfernog oblika srazmerna je brzini tela (Stoksov zakon), tj. jednaka je:

$$F = -6\pi\eta Rv \quad (1.37)$$

gde je η – koeficijent viskoznosti sredine.

Negativni znak označava da je sila otpora sredine usmerena u istom pravcu, ali u suprotnom smeru od brzine kretanja. Izraz za silu otpora sredine može se jednostavnije napisati kao: $F = -b \cdot v$, gde je b – koeficijent otpora sredine.

Uzimajući u obzir silu trenja, jednačinu kretanja (Drugi Njutnov zakon) za prigušene oscilacije može se napisati kao:

$$ma = -kx - bv \quad (1.38)$$

Deljenjem (leve i desne strane) jednačine sa masom dobija se:

$$a = -\frac{k}{m}x - \frac{b}{m}v \quad (1.39)$$

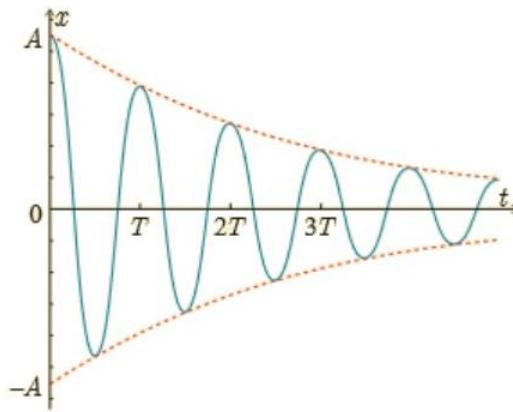
Odnos k/m predstavlja kvadrat kružne frekvencije $\frac{k}{m} = \omega_0^2$ kojom bi oscilator oscilovalo da nema dejstva spoljašnjih sila i naziva se sopstvena kružna frekvencija. U slučaju da se odnos koeficijenta otpora sredine i mase b/m izrazi preko koeficijenta prigušenja $2\beta = b/m$, dobija se jednačinu:

$$a = -\omega_0^2x - 2\beta v \text{ ili } \ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2x = 0 \quad (1.40)$$

Rešenje gornje diferencijalne jednačine je oblika:

$$x(t) = A(t) \sin(\omega t + \varphi_0) = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (1.41)$$

Prvi član $A(t) = A_0 e^{-\beta t}$ pokazuje kako se amplituda smanjuje sa vremenom. Grafik (Slika 11.) prikazuje elongaciju koja je opisana jednačinom (1.41). Kretanje tela je predstavljeno punom linijom, dok isprekidana linija prikazuje eksponencijalno opadanje amplitudne sa vremenom.



Slika 11. Vremenska zavisnost amplitude prigušene oscilacije

Na osnovu zavisnosti odnosa restitucione konstante oscilatora k i koeficijenta otpora sredine b , mogu se razlikovati tri slučaja prigušenog oscilovanja:

- 1) Za velike vrednosti b kretanje je neperiodično.

- 2) Za male vrednosti koeficijenta b , kretanje je kvaziperiodično.
- 3) Kada koeficijent otpora sredine teži nuli $b \rightarrow 0$, prigušenje je zanemarljivo i oscilovanje je neprigušeno.

Na kraju se mora još istaći da se kod prigušenog oscilovanja definišu tri često korišćena parametra, od kojih prva dva izražavaju odnos veličina uzastupnih amplituda, a poslednji određuje odnos energije uzastupnih oscilacija. Dodatni parametri fizičke veličine koje karakterišu prigušene oscilacije su:

1. Stepen prigušenja je odnos vrednosti dve uzastupne amplitude (A_n i A_{n+1}) prigušenog oscilovanja i iznosi:

$$\frac{A_n}{A_{n+1}} = \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = e^{\beta T} = e^{\left(\frac{b}{2m}\right)T} \quad (1.42)$$

2. Logaritamski dekrement je prirodni logaritam stepena prigušenja, a označava se sa δ i jednak je:

$$\delta = \ln \left(\frac{A_n}{A_{n+1}} \right) = \ln \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = \ln(e^{\beta T}) = \beta T \quad (1.43)$$

3. Faktor dobrote ili Q - faktor definiše se kao recipročna vrednost relativnog gubitka energije oscilatora u toku jednog perioda:

$$Q = \frac{E(t)}{[E(t) - E(t+T)]} \quad (1.44)$$

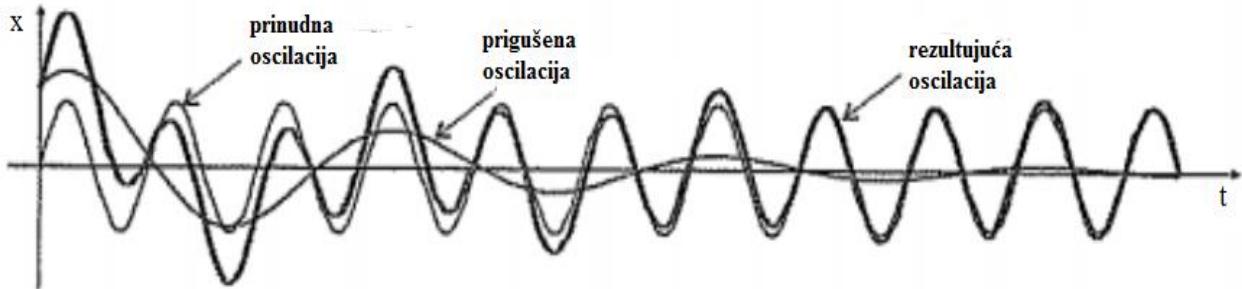
3.8 Prinudne oscilacije. Rezonancija

Prinudne oscilacije nastaju kada na telo deluje spoljašnja periodična sila, koja konstantno predaje energiju oscilatoru. Konstantna predaja energije je važna kod nekih uređaja, kod kojih se zahteva da amplituda bude konstantna tokom oscilovanja. Ako se spoljašnja periodična sila može izraziti sinusnom ili kosinusnom funkcijom vremena, reč je o prinudnom harmonijskom oscilovanju.

Prinudne oscilacije se odvijaju pod dejstvom spoljašnje periodične sile.

Dakle, ukoliko na telo deluje spoljašnja sila oblika $F = F_0 \sin(\Omega t)$, sa kružnom frekvencijom Ω , tada na oscilator istovremeno deluju tri sile: povratna sila, sila otpora sredine i prinudna sila. Jednačina kretanja prinudne oscilacije tela može se izraziti kao:

$$ma = -kx - bv + F_0 \sin(\Omega t) \quad (1.45)$$



Slika 12. Vremenska zavisnost elongacije rezultujuće oscilacije kod prinudnog oscilovanja. U početnom trenutku rezultujuća oscilacija je zbir prinudne i prigušene oscilacije. Kako vreme dalje teče, prigušene oscilacije isčešnu, a rezultujuća oscilacija će imati isti period i amplitudu kao i prinudna oscilacija.

Deljenjem jednačine kretanja (1.45) sa masom m i uvođenjem sledećih smena:

$(\frac{k}{m} = \omega_0^2, \frac{b}{m} = 2\beta, f_0 = \frac{F_0}{m})$ gde je ω_0 - sopstvena kružna frekvencija, β - koeficijent prigušenja i f_0 - amplituda spoljašnje sile) dobija se jednačinu kretanja u obliku:

$$a = -\omega_0^2 x - 2\beta v + f_0 \sin(\Omega t) \quad (1.46)$$

Jednačina (1.46) predstavlja nehomogenu diferencijalnu jednačinu, čije se rešenje sastoji od zbira dva rešenja: rešenja homogenog dela i partikularnog integrala nehomogenog dela.

Homogeni deo jednačine (1.46) predstavlja jednačinu prigušenog oscilovanja:

$$ma = -kx - bv \quad (1.47)$$

Pod pretpostavkom da je prigušenje malo ($\beta < \omega_0$) rešenje jednačine (1.46) može se napisati u obliku:

$$x = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi) + x_p \quad (1.48)$$

gde je x_p partikularni integral nehomogenog dela, koja ima oblik: $x_p = x_0 \sin(\Omega t - \psi)$

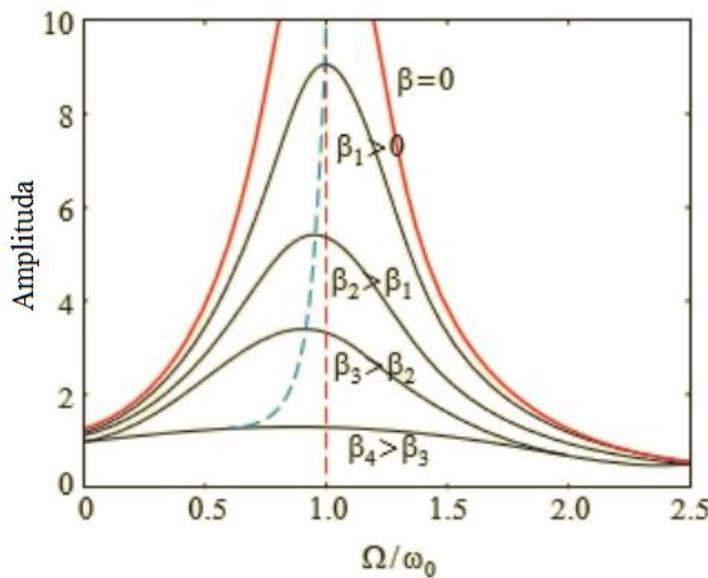
Sa fizičke tačke gledišta, sve ovo (matematičko izvođenje) znači da kretanje oscilatora na koga deluje prinudna sila sastoji se iz dva kretanja: sopstvenih prigušenih oscilacija i prinudnih oscilacija koje se odvijaju pod dejstvom spoljašnje prinudne sile. Posle određenog vremena, sopstveno prigušeno oscilovanje nestaje i tada će se oscilator kretati samo pod dejstvom prinudne sile. U tom slučaju jednačina kretanja glasi:

$$x = x_0 \sin(\Omega t - \psi) \quad (1.49)$$

gde je ψ faza kašnjenja a x_0 amplituda prinudnih oscilacija. Dakle telo osciluje kružnom frekvencijom Ω , koju ima i prinudna sila, a fazno je pomereno u odnosu na nju za ψ zbog otpora sredine i inercije oscilatora. Ove dve veličine (ψ, x_0) mogu se odrediti ako se jednačina (1.49) zameni u jednačinu (1.46) :

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2} \quad (1.50)$$

$$x_0 = \frac{f_0}{[(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2]^{1/2}} \quad (1.51)$$



Slika 13. Zavisnost amplitude prinudnih x_0 oscilacija od frekvencije prinudne sile Ω .

Slika 13. prikazuje zavisnost amplitude x_0 od frekvencije prinudne sile Ω , za različite vrednosti faktora prigušenja β .

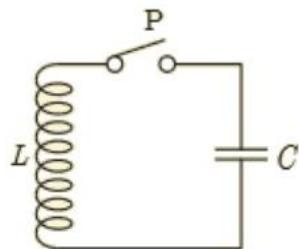
Sa grafika se može videti da postoji vrednost kružne frekvencije prinudne sile Ω za koju amplituda oscilovanja dostiže maksimalnu vrednost. Ova pojava je poznata kao rezonancija. Maksimum amplitude će se javiti pri tzv. rezonantnoj frekvenciji datoj izrazom:

$$\Omega_{rez} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \quad (1.52)$$

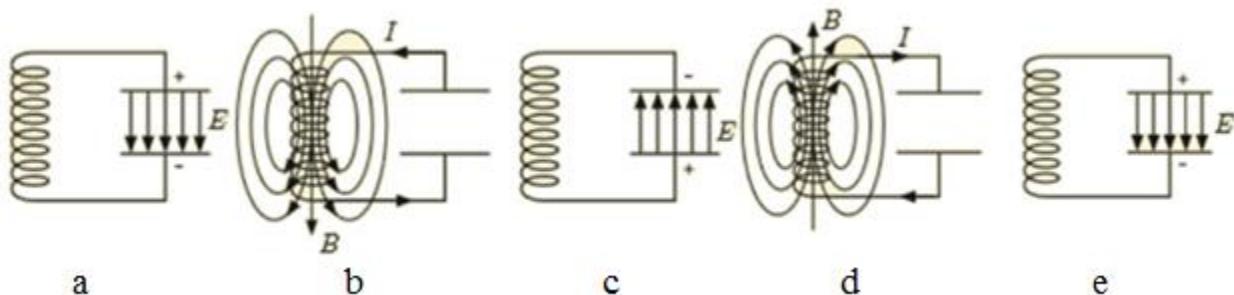
3.9 Električne oscilacije

3.9.1 Električno oscilatorno kolo

Pored već izučenog vida mehaničkih oscilacija postoje i električne oscilacije. Električne oscilacije nastaju u električnom oscilatornom kolu, koja se sastoji od redno vezanih kalema induktiviteta L , kondenzatora kapaciteta C i prekidača P (Slika 14.).



Slika 14. Šematski prikaz električnog oscilatornog kola



Slika 15. Električne oscilacije

Nastanak električnih oscilacija može se objasniti pomoću šeme sa slike 15. Za nastajanje električnih oscilacija oscilatorno kolo se mora prvo priključiti na izvor. Zatvaranjem prekidača P , nadelektrisanjem napunjen kondenzator će se kroz kalem isprazniti (Slika 15. a). Na ovaj način počinje da teče struja, koja u kalemu stvara magnetno polje (Slika 15. b). Dakle u kondenzatoru energija električnog polja pretvara se u energiju magnetnog polja. Zbog samoindukcije kalema, struja nakon pražnjenja kondenzatora dalje teće i puni kondenzator (Slika 15. c). Prilikom opisanog punjenja kondenzatora, energija magnetnog polja kalema se pretvara u električnu energiju kondenzatora. Ovoga puta međutim električno polje u kondenzatoru će biti suprotnog smera. Kondenzator će ponovo isprazniti, međutim smer struje i magnetnog polja (Slika 15. d) u kalemu suprotan je od onog sa slike 15. b. Nakon ovoga kondenzator će se ponovo napuniti, time je završen jedan ciklus i započinje novi - slika 15. e.

Energija između kalema i kondenzatora se periodično pretvara iz električne u magnetnu i obrnuto. Pretvaranje energije jednog oblika u drugi se javio i kod mehaničkih oscilacija. Kod linearног harmonijskog oscilatora kinetička energija se pretvara u potencijalnu, a potencijalna u kinetičku. Sličnost između mehaničkih i električnih oscilacija ne postoji samo po pogledu periodičnog

pretvaranja energije, nego i po pojedinačnim fizičkim veličanama. Tabela 1 pokazuje analogiju između fizičkih veličina koje se pojavljaju kod mehaničkih i električnih oscilacija.

Tabela 1. Analoge fizičke veličine kod mehaničkih i električnih oscilacija

Veličine koje opisuju mehaničke oscilacije	Veličine koje opisuju elektromagnetne oscilacije, <i>LC</i> kolo
x - elongacija	q - nazelektrisanje
v - brzina	i - jačina struje
F - sila	U - napon
k - koeficijent srazmernosti	$1/C$ - recipročna vrednost kapacitivnosti
m - masa tela	L - induktivnost oscilatornog kola

Električno kolo u kojem se odigravaju gore napisani procesi periodičnog pretvaranja električne energije u magnetnu energiju, naziva se oscilatorno kolo. Oscilacije koje nastaju u električnom kolu nazivaju se elektromagnetne oscilacije. Frekvencija elektromagnetnih oscilacija (pri $R \rightarrow 0$) je jednaka vrednošću pri kojoj je induktivna otpornost kalema jednaka kapacitivnoj otpornosti kondenzatora:

$$X_L = X_C \quad (1.53)$$

Zamenom izraza za X_L i X_C u gornju jednakost dobija se:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \quad (1.54)$$

Kružna frekvencija oscilovanja električnog kola će biti:

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} \quad (1.55)$$

Kako su kružna frekvencija ω i period oscilovanja T su povezani izrazom $T = \frac{2\pi}{\omega}$, za period oscilovanja električnog kola dobija se:

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \quad (1.56)$$

a frekvencija električnog kola je:

$$\nu = 1/2\pi\sqrt{LC} \quad (1.57)$$

gde je L - induktivnost kalema, a C kapacitet kondenzatora.

3.9.2 Energija oscilatornog kola

U električnom kolu, pored energije električnog i magnetnog polja, periodično se menjaju i jačina struje i koja protiče kroz kolo kao i nanelektrisanje q na pločama kondenzatora. Ukoliko termogenu otpornost električnog kola zanemarimo ($R \rightarrow 0$), dobija se da su napon na kondenzatoru ($U_C = \frac{q}{C}$) i napon na kalemu ($U_L = \varepsilon_S = -L \frac{\Delta i}{\Delta t}$) jednaki, odnosno:

$$\frac{q}{C} = -L \frac{\Delta i}{\Delta t} \quad (1.58)$$

Transformacijom gornjeg izraza dobija se:

$$\frac{\Delta i}{\Delta t} = -\frac{1}{LC} q \rightarrow \frac{\Delta i}{\Delta t} = -\omega^2 q \quad (1.59)$$

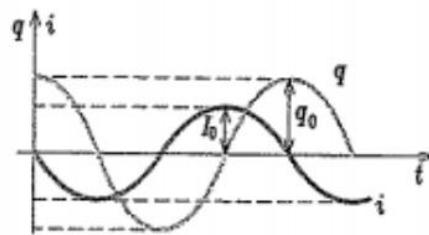
Gornja relacija je slična jednačini kretanja linearne harmonijske oscilatora ($F = -kx$), zbog čega postoji analogija između količine nanelektrisanja q i elongacije x , kao i između jačine struje i brzine (Tabela 1.).

Promena količine nanelektrisanja sa vremenom može se izraziti kao:

$q = q_0 \cos \omega t$, gde je q_0 maksimalna količina nanelektrisanja na kondenzatoru. Jačina struje u električnom kolu menja se po vremenu kao:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = -\omega q_0 \sin \omega t = -i_0 \sin \omega t = i_0 \cos(\omega t + \pi/2) \quad (1.60)$$

Oscilacije jačine struje su pomerene u fazi za $\pi/2$ u odnosu na oscilacije nanelektrisanja (Slika 16.)



Slika 16. Oscilacije jačine struje i nanelektrisanja u električnom kolu.

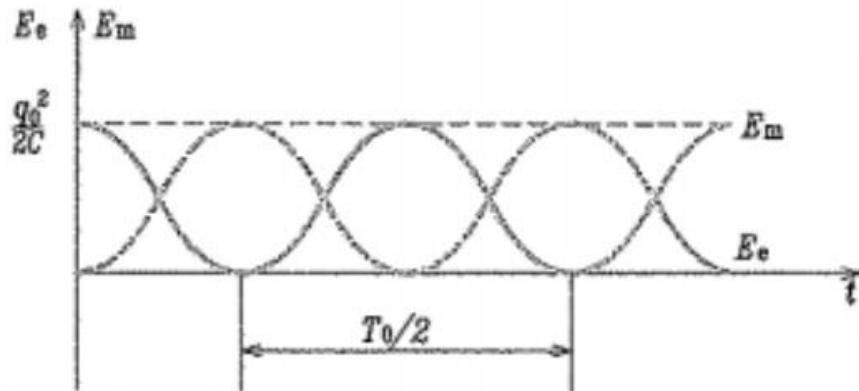
Na kraju je ostalo još samo da se izrazi energija električnog i magnetnog polja kod LC kola. Energija električnog polja je data kao:

$$E_e = \frac{q^2}{2C} = \frac{q_0^2}{2C} \cos^2 \omega t \quad (1.61)$$

dakle zavisi od kvadrata nanelektrisanja i kapaciteta kondenzatora. Energija magnetnog polja je data izrazom:

$$E_m = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} L \omega^2 q_0^2 \sin^2 \omega t \quad (1.62)$$

i ona zavisi od proizvoda induktiviteta L i kvadrata jačine struje i .



Slika 17. Vremenska zavisnost promene energije električnog i magnetnog polja.

4. Zadaci u nastavi fizike

Zadaci u nastavi fizike mogu se podeliti po raznim kriterijumima. Moguće su sledeće podele:

- Prema didaktičnom cilju - trenažni, stvaralački, kontrolni;
- Prema načinu zadavanja uslova - tekstualni, zadatak-grafik, zadatak-crtež, zadatak-ogled;
- Prema stepenu težine - jednostavnji, složeni, kombinovani;
- Prema načinu rešavanja – kvalitativni, kvantitativni, grafički i eksperimentalni.

U radu će se uzeti u obzir samo podela prema načinu rešavanja. Po tom kriterijumu postoje sledeći tipovi zadataka:

- Kvalitativni zadaci (zadaci-pitanja);
- Kvantitativni (računski) zadaci;
- Grafički zadaci;
- Eksperimentalni zadaci.

Kvalitativni zadaci

Kvalitativni zadaci ne sadrže brojne vrednosti, tako da se do rešenje ne dolazi korišćenjem matematičkih računa. Ovaj tip zadataka ima za cilj da se opiše neka fizička pojava, zakon ili eksperiment. Odgovor na postavljeno pitanje može se formulisati u obliku usmenog odgovora, teksta, crteža ili grafikona.

Zbog same prirode ovog tipa zadatka, do rešenja zadatka ne može se doći bez adekvatnog razumevanja suštine zadatka. Po tom pogledu učenici moraju da povezuju usvojeno teorijsko znanje sa uslovima zadatka. Ključni moment prilikom rešavanja ovog tipa zadatka je analiza i razumevanje fizičke suštine zadatka, a na osnovu toga, pomoću misaonih aktivnosti, traženje mogućeg puta rešavanja.

Kvantitativni zadaci

Računski ili kvantitativni zadaci su tip zadataka kod kojih se do odgovora na postavljeno „pitanje“ ne može doći bez korišćenje fizičkih formula i primene matematičkog računa. Rešavanje računskih zadataka nije moguće bez kvalitativne analize odnosno razumevanja fizičke suštine postavljenog pitanja. Nakon kvalitativne analize sledi kvantitativna analiza postavljenog problema, gde se nastoji da se odredi nepoznata fizička veličina iz već poznatih, uz pomoć matematičkih operacija. Sve gornje etape rešavanja računskih zadataka, a takođe i druge tipove, detaljnije ćemo opisati u daljem tekstu prilikom opisa opšte metode rešavanja zadataka.

Rešavanje računskih zadataka ima izuzetan značaj prilikom obrade gradiva svih prirodnih nauka, a posebno fizike. Oni omogućuju da kroz rešavanje učenici produbljuju znanje, razvijaju sposobnost mišljenja, a takođe da usvojeno teorijsko znanje primene u praktičnim situacijama. Da bi se postigli pozitivni efekti potrebno je stalno raditi na vežbanju rešavanja zadataka.

Pošto su nastavni časovi vremenski ograničeni, često se nema dovoljno vremena za vežbanje računskih zadataka. Jedina moguća alternativa da se kod učenika razvije sposobnost rešavanja računskih zadataka je zadavanje domaćih zadataka (sa komentarima o njihovim sadržajem i mogućim putevima rešavanja i stalnom kontrolom njihove izrade).

Zbog očiglednog značaja rešavanja računskih zadataka, pre početka izrade, predmetni nastavnik mora znati odgovor na sledeća pitanja:

- Koji zadatak upotrebiti tokom nastavnog časa, zavisno od samog tipa nastavnog časa (čas izučavanja novog gradiva, čas utvrđivanje pređenog gradiva, časovi ocenjivanja itd.).
- Koje teškoće se mogu javiti prilikom izrade određenih zadataka.
- Koje metode rešavanja koristiti prilikom izrade različitih tipova zadataka.
- Koji su osnovni pojmovi, zakoni i formule neophodne da bi se uspešno rešavali zadaci iz date oblasti fizike.

Izbor odgovarajućih zadataka u zavisnosti od ciljeva nastavnog časa, predznanja učenika nije tako jednostavan. Veliki broj dostupnih zbirki zadataka, koji često sadrže i uputstvo za rešavanje, mnogo pomažu u izboru odgovarajućih zadataka koji su najbolje prilagođeni odgovarajućoj nastavnoj jedinici.

Oko izbora zadataka moramo uzeti u obzir:

- Poštovanje postupnosti i sistematicnosti po pogledu težine zadataka. Prvo se rešavaju jednostavni i lakši zadaci, a zatim slede malo teži;

- Da zadaci unutar jedne tematske jedinice treba da budu povezani tj. da rešavanje nekog prethodnog zadatka pomaže u rešavanju budućih zadataka;
- Svaki zadatak mora imati tekstualno obrazloženje kako bi se shvatila fizička pozadina zadatka.

Efikasnost rada na zadacima se poboljšava ukoliko se oni zajedno koriste sa zadacima drugih tipova npr. računski zadaci sa eksperimentalnim i grafičkim zadacima.

Kod metoda rešavanja računskih zadataka, mogu se nabrojati nekoliko važnih faza:

1. Čitanje zadataka i zapisivanje datih i traženih podataka

Čitanjem uslova zadataka identifikujemo sve date fizičke veličine, kao i one veličine koje se traže. Zapisivanjem ovih veličina jedan ispod drugog dobija se predstava o vrsti problema koja je data u uslovu zadatka.

2. Ponovno čitanje zadatka i izrada pomoćne skice ili crteža;

Tokom ponovnog čitanja uslova, poželjno je izraditi pomoćne slike, jer oni pomažu u razumevanju problema.

3. Analiza zadatka

Analiza teksta zadatka možda je najvažnija faza tokom rešavanja, i pomaže da se dobije jasna slika o tome kojoj nastavnoj jedinici pripada zadatak. Kad već znamo koje naše znanje treba angažovati, u mogućnosti smo da povežemo tražene veličine sa tekstrom zadatka.

4. Traženje mogućeg puta rešavanja na osnovu prethodno urađene analize

U ovoj fazi mora se upotrebiti svo znanje iz oblasti koje imaju nešto zajednično sa postavljenim problemom. Rešavanje će biti lakše ukoliko - ako je to moguće – se zadatak rastavi na određen broj podproblema i rešavanjem tih podproblema može se doći do konačnog rešenja ili barem uočiti put koji vodi do rešenja.

5. Izbor odgovarajućeg matematičkog računa

U nekim slučajevima uspešno rešavanje određenog problema zavisi će od izbora adekvatnog matematičkog računa. Zbog uske povezanosti fizike i matematike, za efikasnu primenu ove faze, znanje iz matematike mora biti na odgavarajućem nivou. Na kraju primene matematičkog računa dobija se jedna konačna jednačina, koja u sebi sadrži sve poznate veličine a izražava nepoznatu veličinu koja se u tekstu zadatka traži.

6. Dobijanje rešenja

Ova faza izgleda jednostavno, jer podrazumeva da se uvrste date brojne vrednosti fizičkih veličina u konačnu formulu koja se dobija na kraju računa. Međutim može se desiti da se napravi greška (u pogledu redosleda, brojne vrednosti i dimenzija fizičkih veličina) prilikom uvrštavanja fizičkih veličina u konačnu formulu, a te greške onda dovede do pogrešnog rezultata.

7. Provera i tumačenje rešenja

Zbog svih grešaka koje su spomenute u prethodnom koraku, provera ispravnosti rešenja je od velikog značaja. Često se dobija rezultat koja nema fizičkog smisla npr. temperatura ključanja vode od $478\text{ }^{\circ}\text{C}$, ili po pogledu dimenzione neispravnosti jedinice za brzinu m/s^2 itd. Tumačenje se ponekad traži kod složenijih tipova zadataka, gde treba objasniti na koji način su došli do rešenja, i da li postoji drugi način koji vodi do rešenja.

Razume se da se ove etape ne mogu koristiti kod svih tipova zadataka, jer se oni razlikuju po pogledu težine, formulaciji uslova zadataka, od tematske jedinice kojoj pripadaju itd.

Grafički zadaci

Grafički zadaci se često spominju kao posebni tip zadataka, ali oni se retko koriste „samostalno“. U mnogim slučajevima ovakvi zadaci su deo računskih ili eksperimentalnih zadataka. Na primer u slučaju računskih zadataka, gde se traži da između dve fizičke veličine (elongacije x i vremena t) nacrta jedna grafička zavisnost. U slučaju eksperimentalnih zadataka, rezultati merenja se najčešće prikazuju u obliku nekog grafikona. Ovaj tip zadataka se koristi na svim nivoima nastave jer omogućava razvoj sledećih veština:

- doprinosi razvoju samog rešavanja zadatka;
- razvija se sposobnost za grafičko prikazivanje raznih odnosa među fizičkih veličina, zakona i pojava;
- omogućuje uspešnije izvođenje eksperimentalnih vežbi.

Rešavanje grafičkih zadataka se odvija kroz sledeće faze:

1. Čitanje i analiza uslova zadatka.
2. Izrada pomoćnog crteža ili skice.
3. Uspostavljanje veze među nepoznatih i poznatih veličina.
4. Traženje puta rešavanja.
5. Provera i tumačenje rešenja.

Eksperimentalni zadaci

Eksperimentalni zadaci ili eksperimentalni rad strogog gledajući nije tipičan primer zadataka, jer prilikom „rešavanja“ nije dovoljna samo misaona aktivnost već je važna i praktična veština rukovanja instrumentima kao i poznavanje principa rada instrumenata.

U smislu složenosti ovaj tip zadataka zahteva najviše znanja, pažnje i samostalnost od učenika. Postavka eksperimenta je jedan oblik tekstualnog zadatka, a samo merenje sadrži u sebi osobenosti računskih i grafičkih zadataka.

Rešavanje eksperimentalnih zadataka sadrži sledeće etape:

1. postavljanje zadatka;
2. analiza uslova zadatka;
3. merenje tražene fizičke veličine;
4. obrada dobijenih rezultata;
5. provera rezultata;
6. tumačenje dobijenog rezultata.

Domaći zadaci

Posebni tip zadataka predstavljaju domaći zadaci, koji mogu pripadati čas jednom čas drugom tipu zadataka, tj. u mnogim slučajevima oni su mešovitog tipa (tekstualni-grafički, računski-eksperimentalni itd.). Po vremenu rešavanja oni takođe mnogo razlikuju od zadataka koja se rešavaju na nastavnim časovima. Složeniji zadaci ili zadaci za koje rešavanje treba odvojiti više vremena, se zadaju kao domaći zadaci pošto za njihovo rešavanje u redovnoj nastavi ne bi bilo dovoljno vremena. Domaći zadaci omogućuju učenicima da kroz rešavanje istih, usvojeno znanje iz fizike prošire, a takođe da vreme koje protekne između dva nastavna časa ne zaborave gradivo.

Put rešavanja domaćih zadataka bitno se ne razlikuje od ostalih tipova zadataka, međutim prilikom rešavanja domaćih zadataka učenici moraju samostalno da se snalaze jer se ne mogu oslanjati na pomoć nastavnika. Da bi se učenici lakše snalazili, mogu međusobno komunicirati preko raznih grupa na društvenim mrežama.

4.1 Računski zadaci

Osnovni nivo

U osnovni nivo spadaju zadaci u kojima se traži da se izračuna period i frekvencija harmonijskog oscilovanja, matematičkog i fizičkog klatna. Ovi zadaci po pogledu korišćenog matematičkog računa su relativno jednostavni, iz datih i traženih fizičkih veličina, treba naći fizičku formulu iz koje se može dobiti krajnji rezultat.

1. Frekvencija oscilovanje matematičkog klatna je 4 Hz. Za koliko puta treba skratiti klatno da bi se njegova frekvencija povećala 1.5 puta.

Podaci:

Za rešavanja ovog zadatka potrebno je znati matematičku formulu za period oscilovanja matematičkog klatna, zatim iskoristiti povezanost perioda T i frekvencije v i da je period oscilovanja T obrnuto сразмерna dužini klatna $T \sim 1/l$.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\nu = \frac{1}{T}$$

Iz uslova zadatka sledi da je $\nu_1 = 1,5\nu = 1,5 \frac{1}{T}$

$$\frac{1}{T_1} = 1,5 \frac{1}{T}$$

$$\frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}} = 1,5 \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} /^2$$

$$\frac{g}{l_1} = 2.25 \frac{g}{l} / \div g$$

$$\frac{l}{l_1} = 2.25$$

Dakle, da bi se frekvencija matematičkog klatna povećala 1,5 puta njegovu dužinu treba skratiti 2.25 puta.

2. Časovnik sa klatnom pokazuje tačno vreme na mestu gde je $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Na nekoj većoj visini taj časovnik kasni 10 s dnevno. Izračunati ubrzanje Zemljine teže na toj visini.

Rešenje:

Časovnik sa klatnom smatramo fizičkom klatnom, a kašnjenje znači da se period oscilovanja klatna časovnika povećava ($T' > T$) u odnosu na period časovnika na mestu gde je $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.

Period fizičkog klatna možemo izračunati pomoću formule: $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mg}}$. Pošto se radi o istom

časovniku, fizičke veličine koje ulaze u prethodnu formulu ne moraju se izraziti. (Nisu date u uslovu zadatka). U sledećom koraku mora se izvršiti pretvaranje 24 časa u sekunde. Na kraju treba izkoristiti činjenicu da su odnosi vremenskih perioda jednaki.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgs}} \quad T' = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mg's}}$$

$$\frac{86400}{T} = \frac{86410}{T'} \rightarrow 86400 \cdot T' = 86410 \cdot T$$

$$\frac{(86410)^2}{g} = \frac{(86400)^2}{g'} \rightarrow \frac{g'}{g} = \left(\frac{86400}{86410}\right)^2 \Rightarrow g' = \left(\frac{86400}{86410}\right)^2 \cdot g = 9,8077 \text{ m/s}^2$$

3. Telo osciluje frekvencijom 1 Hz i amplitudom 5 cm. Odredi maksimalnu kinetičku energiju tela ako je njegova masa 10 g.

Podaci:

$$v = 1 \text{ Hz}$$

$$x_0 = 5 \text{ cm}$$

$$m = 10 \text{ g}$$

$$(E_k)_{max} = ?$$

U formulu za kinetičku energiju treba uvrstiti odgovarajuće vrednosti, pazeći na jedinice odgovarajućih veličina (cm → m, g → kg). Relacija koja izražava vrednost maksimalne kinetičke energije je:

$$(E_K)_{max} = \frac{m^2 \omega^2 x_0^2}{2}$$

Gornju relaciju treba transformisati, tako što umesto kružne frekvencije ω u nju ulazi linearna frekvencija v .

$$(E_K)_{max} = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 x_0^2 = 2m\pi^2 v^2 x_0^2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

4. Na telo mase 0,2 kg deluje prinudna sila $F = 0,5 \sin 10t$ (N). Telo je okačeno o oprugu koeficijenta 10 N/m. Kolika je amplituda prinudnih oscilacija? Prigušenje je zanemarljivo.

Podaci:

$$m = 0,2 \text{ kg}$$

$$k = 10 \text{ N/m}$$

$$x_0 = ?$$

Amplituda prinudnih oscilacija je:

$$x_0 = \frac{F_0}{m[\omega_0^2 - \omega^2]} = \frac{F_0}{m \left[\frac{k}{m} - \omega^2 \right]} = \frac{F_0}{[k - m\omega^2]} = \frac{0,5 \text{ N}}{[10 - 0,2 \cdot 100] \frac{\text{N}}{\text{m}}} = 0,05 \text{ m}$$

ω_0 - je soptvena kružna frekvencija oscilacije opruge, a ω - je kružna frekvencija prinudne sile.

Srednji nivo

Svaki posebni nivo zadatka se odnosi na različitu oblast iz tematske jedinice „Oscilacije“. U srednji nivo ulaze zadaci iz osnovnog nivoa, kao i zadaci iz oblasti prigušene i prinudne oscilacije. Ovi zadaci sadrže malo komplikovaniji matematički račun, tako da se do rešenja ne može doći u

jednom ili u dva koraka, već u više koraka. Na kraju rešavanja zadatka, rešenje treba proveriti ili čak dati komentar o tome na koji način se došlo do rešenja. Bez dobrog poznavanja teorijskog dela ovi zadaci se ne mogu rešavati.

5. Frekvencija kojom osciluje telo od 200 g okačeno na kraj elastične opruge je 0.8 Hz. Koliku masu treba dodati telu da bi se frekvencija smanjila četiri puta?

Podaci:

$$m = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}$$

$$\nu_1 = 0.8 \text{ Hz}$$

Opšti izraz za frekvenciju opruge koja osciluje je: $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$

Frekvenciju oscilovanja ν_1 ima opruga na koju je okačeno telo mase $m = 200 \text{ g}$, a frekvenciju ν_2 će imati opruga na koju je okačeno telo mase $m + \Delta m$. Dakle frekvencije oscilovanja su:

$$\nu_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\nu_2 = \frac{\nu_1}{4} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m + \Delta m}}$$

Ako u drugu jednačinu za ν_2 uvrstimo jednačinu ν_1 dobija se sledeća jednakost, iz koje se može odrediti vrednost dodatne mase Δm :

$$\frac{1}{4} \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m + \Delta m}} / \cdot 2\pi \cdot /^2$$

$$\frac{1}{16} \frac{k}{m} = \frac{k}{m + \Delta m}$$

$$k(m + \Delta m) = 16 mk \rightarrow 16m = m + \Delta m$$

$$\Delta m = 15m = 15 \cdot 0.2 \text{ kg} = 3 \text{ kg}$$

6. Koeficijent prigušenja oscilacija klatna iznosi $\beta = 0,04 \text{ s}^{-1}$. Koliki je odnos dveju uzastopnih amplituda takvog oscilovanja ako je period $T = 2,5 \text{ s}$?

Podaci:

$$T = 2,5 \text{ s}$$

Elongacija prigušenih oscilacija se menja po zakonu: $x = x_0 e^{-\beta t} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$, gde je β koeficijent prigušenja, a ω kružna frekvencija prigušenih oscilacija. U početnom trenutku t amplituda je $x_{01} = x_0 e^{-\beta t}$, a posle vremena $t + T$ će biti $x_{02} = x_0 e^{-\beta(t+T)}$. Odnos ove dve

$$\text{amplitude je } \frac{x_{01}}{x_{02}} = \frac{x_0 e^{-\beta t}}{x_0 e^{-\beta(t+T)}} = \frac{x_0 e^{-\beta t}}{x_0 e^{-\beta t} e^{-\beta T}} = \frac{1}{e^{-\beta T}} = e^{\beta T} = e^{0,1} = 1,1$$

7. Kroz električno oscilatorno kolo protiče struja koja se menja po zakonu $i = 0.01 \sin 10^3 t$ (A). Ako je koeficijent samoindukcije 40 mH , koliki je kapacitet kondenzatora?

Rešenje:

Iz jednačine $i = 0.01 \sin 10^3 t$ (A) može se odrediti ugaona frekvencija, i ona iznosi $\omega = 10^3 \text{ rad/s}$.

U LC-kolu kružna frekvencija zavisi od L i C kao $= \frac{1}{\sqrt{LC}}$, pa se za kapacitet kondenzatora dobija:

$$C = \frac{1}{\omega^2 L} = 25 \mu F$$

8. Masa železničkog vagona je $1,5 \cdot 10^4 \text{ kg}$. Ako bi se vagon opteretio masom od 10^3 kg , spustio bi se na gibnjevima za $0,5 \text{ cm}$. Izračunati minimalnu brzinu kretanja vagona pri kojoj bi nastupila rezonancija usled udara točkova o sastave šina čija je dužina 16 m .

Podaci:

$$m_1 = 1,5 \cdot 10^4 \text{ kg}$$

$$m_2 = 10^3 \text{ kg}$$

$$x = 0,5 \text{ cm}$$

$$l = 16 \text{ m}$$

$$v = ?$$

Kada vagon najde na sastav šina, na gibnjeve deluje periodična sila, pa gibnjevi prinudno osciluju. Do rezonancije dolazi kad se izjednače prinudna i sopstvena frekvencija gibnjeva.

Sopstvena frekvencija gibnjeva je:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_2 g}{m_1 x}}$$

Gornja relacija je dobijena iz jednakosti sile teže i prinudne sile koje deluju na gibnjeve:

$$F = kx$$

$$m_2 g = kx, k = m_1 \omega_0^2$$

$$m_2 g = m_1 \omega_0^2 x, \omega_0^2 = 4\pi^2 \nu_0^2$$

$$\nu_0^2 = \frac{1}{4\pi^2} \frac{m_2 g}{m_1 x}$$

$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_2 g}{m_1 x}}$, gde je m_1 masa vagona, m_2 masa tereta, a x spuštanje gibanje.

Frekvencija prinudne sile je $\nu_0 = \frac{1}{t}$, gde je t vreme potrebno vagonu da stigne od jednog spoja šina do drugog, $t = \frac{l}{v}$. Iz uslova $v = \nu_0$ sledi:

$$v = \frac{l}{2\pi} \sqrt{\frac{m_2 g}{m_1 x}} = 29 \text{ m/s}$$

Napredni nivo

U napredni nivo ulaze samo takvi zadaci, za koje rešavanje učenici treba da koriste sve svoje znanje i umeće (znanje iz fizike, matematike i razumevanje teksta), veštine, kao i sposobnost rešavanja zadataka koju su usvojili prilikom rešavanja zadatka sa prethodna dva nivoa. Zadaci koji se zadaju na ovom nivou mogu pripadati celoj oblasti date nastavne teme, kao i prethodno usvojenim nastavnim temama. Zbog svoje složenosti, i relativno dugog vremena koje je potrebno za njihovo rešavanje, ovakvi zadaci se retko koriste i rešavaju na nastavnim časovima. Umesto toga oni se zadaju da se reše kao domaći zadaci, uz odgovarajuće instrukcije predmetnog nastavnika. U ovom radu, napredni nivo (pored već urađenih zadataka) sadrži i zadatke iz oblasti razlaganja oscilacija, spektar oscilacija i harmonijske analize. Pomoću ovih zadataka nastavna tema Oscilacije biće pokrivena.

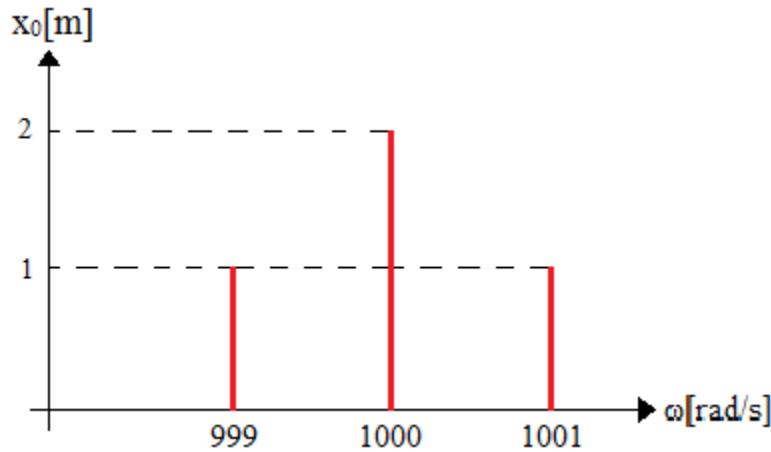
9. Materijalna tačka osciluje po zakonu: $x = 4 \cos^2 0,5 t \sin 1000 t$. Razložiti ovo kretanje na harmonike i nacrtati njegov spektar. (Sve jedinice su u SI).

Rešenje:

Pošto je zavisnost elongacije od vremena data u obliku proizvoda sinusnih i kosinusnih članova, ona se mora razložiti. Razlaganjem ove složene funkcije, dobija se zbir tri sinusne funkcije.

$$x = 4 \cos^2 \frac{t}{2} \sin 1000 t = 2 (1 + \cos t) \sin 1000 t;$$

$$x = 2 \sin 1000 t + 2 \sin 1000 t \cos t = 2 \sin 1000 t + \sin 1001 t + \sin 999 t$$



10. Matematičko klatno dužine 1 m i mase 0,1 kg osciluje pri delovanju prinudne sile amplitude 10^{-2} N i sile otpora - $0,14 v$ (koeficijent uz v je u jedinicama SI). Napisati jednačinu oscilovanja klatna u slučaju rezonancije.

Podaci:

$$l = 1 \text{ m}$$

$$m = 0,1 \text{ kg}$$

$$F_0 = 0,01 \text{ N}$$

$$x = ?$$

Pri rešavanju ovog zadatka, najpre treba iz formule za period oscilovanja matematičkog klatna

$T = 2\pi\sqrt{l/g}$ i relacije $\omega = \frac{2\pi}{T}$ odrediti sopstvenu kružnu frekvenciju oscilovanja klatna. Zatim sledi određivanje koeficijenta prigušenja β . Iz podataka datih u zadatku dobija se koeficijent prigušenja: $\beta = \frac{b}{2m}$, gde je: $b = 0,14 \text{ kg m/s}^2$; $\beta = 0,7 \text{ 1/s}$. Kružna frekvencija oscilovanja pri rezonanciji je: $\omega = [\omega_0^2 - 2\beta^2]^{1/2} = 3 \text{ rad/s}$,

A amplituda oscilovanja je:

$$x_0 = \frac{F_0}{\left[(\omega_0^2 - (\omega_0^2 - 2\beta^2))^2 + 4\beta^2(\omega_0^2 - 2\beta^2) \right]^{1/2}}$$

$$\text{Nakon sređivanja dobija se da je: } x_0 = \frac{F_0}{2m\beta\omega} = 0,238 \text{ m} = 2,4 \text{ cm}$$

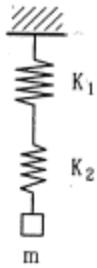
Fazni ugao elongacije u odnosu na prinudnu silu je:

$$\varphi = \arctg \left(\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \right), \text{ gde je } \omega_0^2 = g/l, \varphi = -0,43\pi.$$

Na kraju se dobija da je jednačina oscilovanja:

$$x = 2,4 \sin(3t - 0,43\pi) [\text{cm}]$$

11. Dve opruge zanemarljivih masa, koeficijenta elastičnosti k_1 i k_2 , zakačene su jedna za drugu, a zatim je na slobodan kraj okačeno telo mase m (slika). Odrediti period oscilovanja tela.



Rešenje:

Iz uslova zadatka sledi da su mase opruge zanemarljive, na obe opruge deluje sila Zemljine teže mg , što znači da se prva opruga isteže za $x_1 = \frac{mg}{k_1}$ a druga za $x_2 = \frac{mg}{k_2}$. Ovaj sistem od dve opruge može se zamenući jednom ekvivalentnom oprugom koeficijenta k , koja se pod dejstvom sile mg isteže za $= x_1 + x_2$. Izduženje ekvivalentne opruge je $= \frac{mg}{k}$. Na osnovu ovih jednačina dobija se da je:

$$\frac{mg}{k} = \frac{mg}{k_1} + \frac{mg}{k_2}$$

a iz gornje jednačine može se odrediti koeficijent elastičnosti opruge:

$$k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

Ako se ovo k ubaci u jednačinu za period oscilovanja opruge je $= 2\pi\sqrt{m/k}$, za period oscilovanja ekvivalentne opruge dobija se:

$$T = 2\pi \sqrt{m \frac{k_1 + k_2}{k_1 k_2}}$$

12. U blizini nalazišta rude, period matematičkog klatna se promenio za 0,1 %. Gustina rude je 8000 kg/m^3 , a srednja gustina Zemlje je 5600 kg/m^3 . Odrediti poluprečnik nalazišta, ako se smatra da je ono sfernog oblika. Poluprečnik Zemlje je 6400 km.

Podaci:

$$[T - T'] \cdot 100\% = 0,1\%$$

$$\rho_R = 8000 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_Z = 5600 \text{ kg/m}^3$$

$$R = 6400 \text{ km}$$

$$r = ?$$

Pri rešavanju ovog zadatka mora se znati formula za period matematičkog klatna:

$$T = 2\pi\sqrt{l/g}$$

i relacija koja povezuje gravitaciono ubrazanje Zemlje sa njegovim radijusom i masom:

$$g = \gamma \frac{M}{R^2}$$

$$\text{gde je } \gamma - \text{gravitaciona konstanta } 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$$

Kada se matematičko klatno nalazi iznad nalazišta rude, njegov period će biti T' . Promena u periodu nastaje usled toga što se gravitaciono ubrzanje promenilo:

$$g' = \gamma \frac{M}{R^2} - \gamma \frac{m_1}{r^2} + \gamma \frac{m_2}{r^2}$$

gde je/su m_1 masa sfere Zemljine kore poluprečnika r i gustine ρ_Z , a m_2 masa sfere rude poluprečnika r i gustine ρ_R :

$$m_1 = \rho_Z \cdot V = \rho_Z \cdot \frac{4}{3}\pi r^3, m_2 = \rho_R \cdot V = \rho_R \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$g' = g - \gamma \frac{m_1}{r^2} + \gamma \frac{m_2}{r^2} = g + \frac{4}{3}\pi r \gamma (\rho_R - \rho_Z)$$

Dakle period oscilovanja iznad nalazišta je:

$$T' = 2\pi \left[\frac{l}{g + \frac{4}{3}\pi r \gamma (\rho_R - \rho_Z)} \right]^{1/2}$$

Daleko od nalazišta, period oscilovanja klatna je: $T = 2\pi\sqrt{l/g}$

$$\left(\frac{T}{T'}\right)^2 = \frac{g}{g + \frac{4}{3}\pi r \gamma (\rho_R - \rho_Z)}$$

Uvršćavanjem izraza za $\gamma = \frac{gR^2}{M}$ i $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_Z$ u gornju relaciju dobija se:

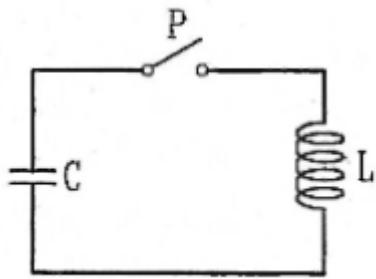
$$\left(\frac{T}{T'}\right)^2 = \frac{g}{g + \frac{4}{3}\pi r \frac{gR^2}{\rho_Z \cdot \frac{4}{3}\pi R^3} (\rho_R - \rho_Z)}$$

Odatle se dobija da je poluprečnik nalazišta:

$$r = \frac{R \cdot \rho_Z \left(1 - \left(\frac{T}{T'}\right)^2\right)}{\left(\frac{T}{T'}\right)^2 \cdot (\rho_R - \rho_Z)} = \frac{6,4 \cdot 10^6 \text{m} \cdot 5600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} (1 - (0,999)^2)}{(0,999)^2 \cdot 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 29,91 \text{ km}$$

Domaći zadaci

13. U oscilatornom kolu ($L = 3 \text{ mH}$, $C = 2.7 \mu\text{F}$) u trenutku $t = 0$ nanelektrisanje kondenzatora je nula, a struja 2A . Koliko vremena protekne do dostizanja maksimalne energije kondenzatora? Kolika je ta energija?



Rešenje:

Period oscilovanja LC - kola je $T = 2\pi\sqrt{LC}$ iz koje se može odrediti vreme t nakon čega energija električnog kola dostigne svoju maksimalnu vrednost.

$$t = \frac{T}{4} = \frac{2\pi\sqrt{LC}}{4} = 1.41 \cdot 10^{-3} \text{s}$$

Maksimalna vrednost energije električne energije je data kao :

$$E_{e,max} = \frac{1}{2}LI_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 10^{-3} \text{H} \cdot 4 \text{ A}^2 = 6 \cdot 10^{-3} \text{J}$$

14. Frekvencija oscilovanja matematičkog klatna je 4 Hz. Za koliko treba skratiti klatno da bi se njegova frekvencija povećela za 1.5 puta?

Rešenje:

Period matematičkog klatna je $= 2\pi \sqrt{l/g}$, a frekvencija je $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{g/l}$.

Iz uslova zadatka $\nu_2 = 1,5 \nu_1$ sledi:

$$\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l - \Delta l}} = 1,5 \cdot \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

odnosno

$$\Delta l = l \left(1 - \frac{1}{2.25}\right) = \frac{g}{(2\pi\nu)^2} \cdot 0,55 = 8,8 \text{ mm}$$

15. Koeficijent prigušenja oscilacije klatna iznosi $\beta = 0.04 \text{ s}^{-1}$. Koliki je odnos dveju uzastupnih amplituda takvog oscilovanja ako je period $T = 2.5 \text{ s}$?

Rešenje:

Iz opšte formule za promenu amplitude zbog prigušenja: $A = x_0 e^{-\beta t}$ dobija se da je odnos amplituda dve uzastupne amplitude prigušenih oscilacija:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{x_0 e^{-\beta t}}{x_0 e^{-\beta(t+T)}} = \frac{1}{e^{-\beta T}} = e^{\beta T} = e^{0.1} = 1.1$$

16. Kuglica mase 5 g okačena je o oprugu, a ispod nje na rastojanju od 30 cm nalazi se druga kuglica (slika). Kada se kuglice nanelektrišu količinom nanelektrisanja $+6 \mu\text{C}$ i $-6 \mu\text{C}$, rastojanje među njima je 10 cm. Ako se donja kuglica uzemlji, gornja će harmonički da osciluje. Kolika je frekvencija oscilovanja?

Podaci:

$$r_1 = 30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}$$

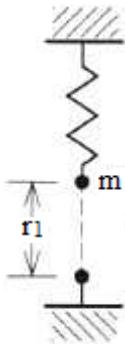
$$r_2 = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

$$q_1 = +6 \mu\text{C}$$

$$q_2 = -6 \mu\text{C}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$$

$$\nu = ?$$



Rešenje:

Između suprotno nanelektrisanih kuglica deluje Kulonova privlačna sila, zbog čega se rastojanje među njima smanjuje, a opruga se isteže dok se ne izjednači Kulonova sila F_1 sa elastičnom silom opruge F_2 . Izduženje opruge je jednako razlici rastojanja pre i nakon nanelektrisanja $x = r_1 - r_2$. Iz jednakosti elastične i Kulonove privlačne sile dobija se:

$$k(r_1 - r_2) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r_2^2}, \text{ pa je } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r_2^2(r_1 - r_2)}$$

Kada se donja kuglica uzemlji, ona se razelektriše, tako da prestaje dejstvo Kulonove sile. Na ovaj način gornja kuglica će oscilovati samo pod dejstvom elastične sile opruge. Ako se prethodno dobijena konstanta k uvrsti u jednačinu za frekvenciju harmonijskog oscilatora dobija se:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 mr_2^2(r_1 - r_2)}} = 28.63 \text{ Hz}$$

5. Eksperimenti u nastavi fizike

Eksperiment je po definiciji izazivanje i proučavanje prirodnih pojava u veštačkim i kontrolisanim uslovima. Eksperiment u fizici je uveo Galilej kao metodu za istraživanje i proveru naučne teorije. Značaj naučnog eksperimenta se ogleda i u školskoj praksi jer se pomoću nje učenici nauče da primene znanje u rešavanju praktičnih problema.

Školski eksperimenti mogu se podeliti na primer po njihovim didaktičnim ciljevima na:

- demonstracione oglede;
- laboratorijske vežbe;
- laboratorijske eksperimentalne zadatke;
- domaće eksperimentalne zadatke;
- izradu određenih sprava.

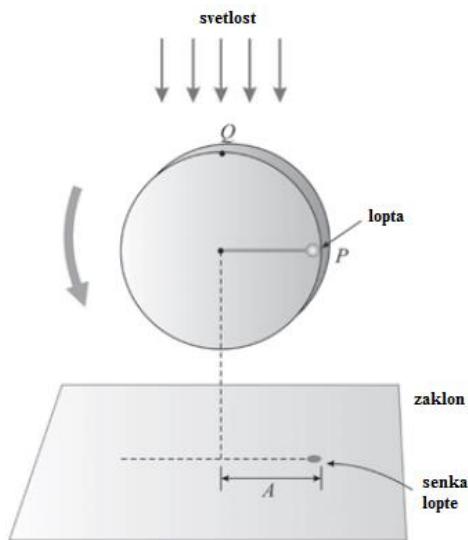
Bez obzira o kojem tipu eksperimenta se radi, za uspešno izvođenje mora se voditi računa o nekoliko bitnih zahteva:

- celishodnost (pravilan izbor eksperimenta, zavisno od tip nastave, nastavne jedinice i predznanju učenika);
- pouzdanost tj. temeljno pripremanje nastavnika i učenika za uspešno izvođenje određenog ogleda;
- naučna zasnovanost;
- pristupačnost i očiglednost (izbor aparature i metod rada koja omogućava da na što jednostavniji način izvode eksperiment);
- bezbednost i zaštita (pri izvođenju eksperimenta mora se voditi računa da ne dođe do povrede učenika).

5.1 Demonstracioni ogledi

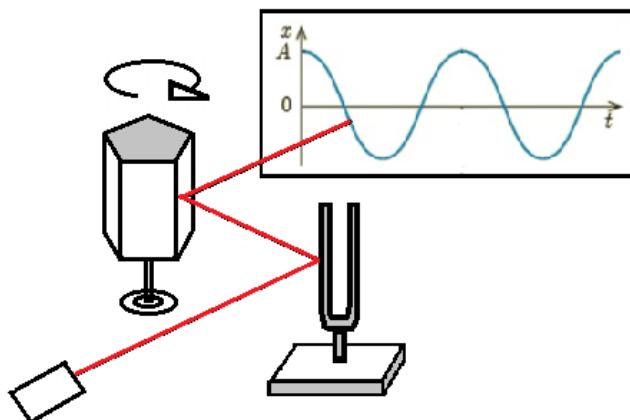
Prilikom obrade novog nastavnog materijala, pomoću demonstracionih ogleda nastavnik pokazuje učenicima na koji način je teorijsko znanje povezano sa praktičnom primenom tog znanja. Demonstracione oglede najčešće izvodi predmetni nastavnik, a način izvođenja može biti u obliku izvršenog eksperimenta pomoću raznih aparata, mernih uređaja ili u formi kompjuterske simulacije. Dobro pripremljen i izvođen demonstracioni ogled u znatnoj meri obogaćuje nastavni čas, jer motiviše učenike na rad, povećava njihovu zainteresovanost za ovaj predmet, da savladaju naučni pogled na svet.

Primenom metode „senke“ može se prikazati oscilatorno kretanje (Slika 18.). Ogled se bazira na povezanosti ravnomerne rotacije tela i oscilatornog kretanja. Aparatura se sastoji od lopte zakaćene na kružni providni disk ili ram poluprečnika x_0 po kome može da rotira. Ukoliko je disk odozgo osvetljen, rotirajuća lopta (koja se nalazi na ivici diska) baca senku na zaklon, koji se nalazi ispod diska. Pod uslovom da se lopta ravnomerno rotira, njenu senku će vršiti harmonijsko oscilovanje duž x -ose između dva krajnja položaja.



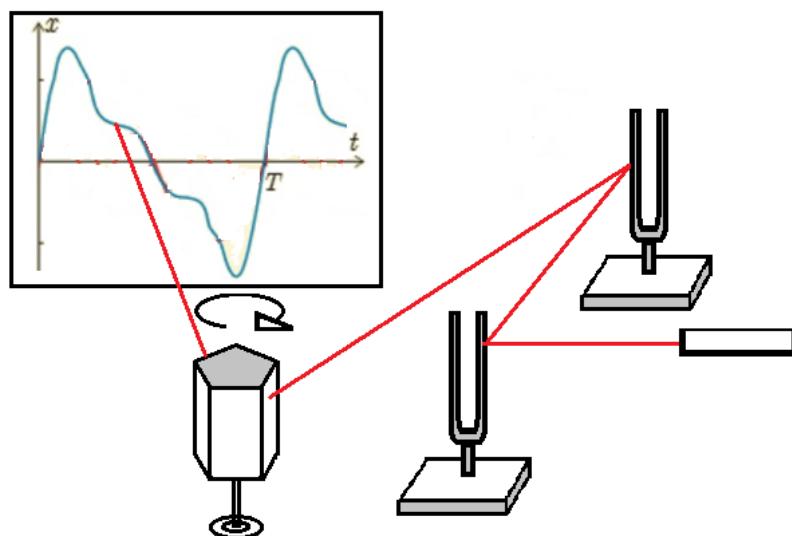
Slika 18. Vizuelni prikaz veze rotacionog i oscilatornog kretanja

Vizuelni prikaz periodičnosti harmonijskih oscilacija može se demonstrirati i pomoću aparature sa slike 19. koja se sastoји od obrtne prizme i zvučne viljuške na kojem je montirano malo staklo, laserskog izvora svetlosti i zaklona. Ako na zvučnu viljušku koje osciluje - ovo se može postići ako se zvučna viljuška udari čekićem - pada svetlost od lasera, a nakon odbijanja sa njega pada na rotirajuću prizmu sa više strana. Nakon drugog odbijanja, ovaj put sa rotirajuće prizme svetlost pada na zaklon na kojem će se videti vremenska zavisnost elongacije oscilacija. Kao što je dato u teorijskom delu, jasno se vidi da se oscilacija može opisati sinusnom funkcijom.



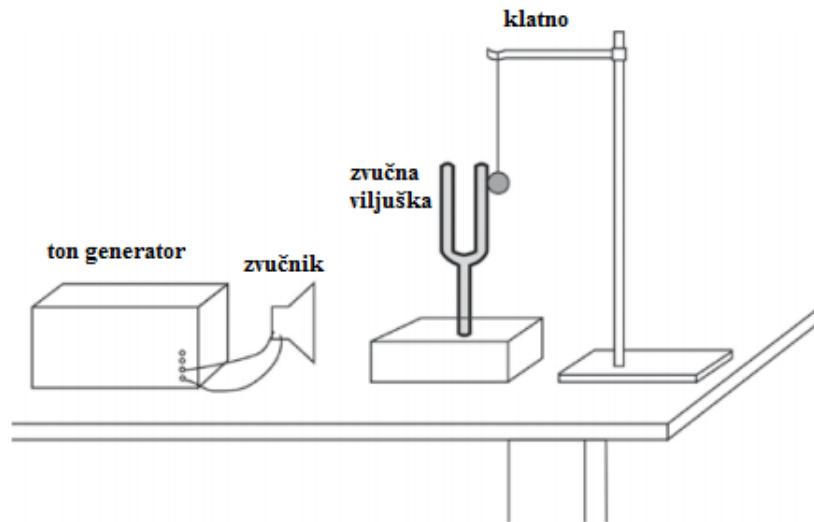
Slika 19. Vizuelni prikazivanje periodičnosti oscilacija.

Drugi ogled je veoma sličan gornjem, samo što se u njemu koriste dve zvučne viljuške sa različitim frekvencijama (Slika 20.). Pomoću ogleda može se prikazati na koji način se oscilacije slazu. Princip ogleda je isti i radi se o višestrukom prelamanju svetlosti sa površine zvučnih viljušaka i rotirajuće prizme koja padaju na zaklon. Međutim pošto su frekvencije oscilovanja ova dva oscilatora različite, na zaklonu će se videti jedna složena funkcija koja je zbir funkcija ove dve oscilacije. Ovim ogledom se proverava da li je rezultujuća oscilacija algebarski zbir pojedinih komponenti.



Slika 20. Vizuelni prikaz slaganja oscilacija

Za ovaj ogled se koristi ton generator za demonstraciju rezonancije (Slika 21.). Na ton generator se vezuje zvučnik da bi se električne oscilacije pretvorile u akustične. U ogledu se koristi jedna zvučna viljuška i ping-pong lopticu kao klatno. Ako na zvučnu viljušku padaju akustične oscilacije, koje imaju istu frekvenciju kao (sopstvena) frekvencija oscilovanja zvučne viljuške, nastaje rezonancija, i ona će početi da osciluje. Kao posledica ovoga klatno će takođe započeti da osciluje. Rezonancija se odigrava samo između zvučnika i zvučne viljuške a klatno služi samo da prikaže kako se to dešava.



Slika 21. Demonstracija rezonancije uz pomoć ton generatora

5.2 Laboratorijske vežbe

Laboratorijske vežbe su samostalan praktičan rad učenika ili grupe učenika na rešavanju specifičnih zadataka iz fizike, koje se vrše uz pomoć raznih aparatura za zapažanje neke prirodne pojave ili merenje vrednosti fizičkih veličina.

Laboratorijske vežbe pomažu učenicima da se upoznaju sa svrhom eksperimentalnog metoda, njegovom ulogom u naučnim istraživanjima, razvijaju praktične veštine i radne navike.

Za uspešno izvođenje eksperimenta oni moraju biti dobro pripremljeni, znanje učenika na kojem se eksperiment temelji mora biti na odgovarajućem nivou, zatim moraju znati da koriste merne instrumente. Laboratorijske vežbe mogu biti grupne, koje izvode 2 ili 3 učenika, ili samostalne. Samostalni vid rada najčešće se koristi prilikom ocenjivanja ne samo praktičnog rada nego i teorijskog znanja učenika.

Određivanje ubrzanja sile Zemljine teže

Matematičko klatno predstavlja telo zanemarljivih dimenzija ($d \approx 1[\text{cm}]$) i konačne mase okačeno o neistegljivu nit, zanemarljive mase, a značajne dužine ($l \approx 1[\text{m}]$). Klatno se kreće pod uticajem

sile Zemljine teže (gravitacione sile) $m\vec{g}$, međutim na samo kretanje direktno utiče samo aktivna komponenta $F = mg \sin \theta$, dok druga komponenta gravitacione sile vrši zatezanje niti.

Period oscilovanja matematičkog klatna izračunava se po obrazcu $T = 2\pi\sqrt{l/g}$. Odakle se ubrzanje sile Zemljine teže može izraziti kao:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

Uputstvo za rad:

1. Izmeriti rastonjanje od vrha konca do vrha kuglice (l_1) i do dna kuglice (l_2). Iz ove dve vrednosti odrediti srednju vrednost ($l = \frac{l_1+l_2}{2}$) i nju koristiti u daljem radu.
2. Izvesti kuglicu iz ravnotežnog položaja i meriti vreme trajanja oscilacija t . Period oscilacija T je $= \frac{t}{n}$, gde je n - broj oscilacija.
3. Ponoviti postupak 3 puta za različit broj oscilacija n .
4. Izračunati ubrzanje sile Zemljine teže, srednju vrednost g_{sr} i standardnu devijaciju σ_g i dobijene podatke uneti u tabelu.

$$l = \text{_____} [\text{m}]$$

Red. broj merenja	n	$t(\text{s})$	$T(\text{s})$	$g(\text{m/s}^2)$	$g_{sr} (\text{m/s}^2)$	$\Delta g(\text{m/s}^2)$	$\delta_g (\%)$	$\sigma_g (\text{m/s}^2)$

gde su:

g_{sr} - srednja vrednost, Δg - apsolutna greška, δ_g - relativna greška i σ_g - standardna devijacija gravitacione konstante.

Standardna devijacija se određuje pomoću formule:

$$\sigma_g = \left(\sigma_l^2 \left(\frac{\partial g}{\partial l} \right)^2 + \sigma_T^2 \left(\frac{\partial g}{\partial T} \right)^2 \right)^{1/2} \text{ gde su: } \left(\frac{\partial g}{\partial l} \right)^2 = \left(\frac{4\pi^2}{T^2} \right)^2, \left(\frac{\partial g}{\partial T} \right)^2 = - \left(\frac{8\pi^2 l}{T^3} \right)^2$$

a rezultat se zapisuje u obliku:

$$g = g_{sr} \pm \sigma_g (\text{m/s}^2) = (\text{_____} \pm \text{_____}) (\text{m/s}^2)$$

Određivanje perioda oscilovanja i redukovane dužine fizičkog klatna

Po definiciji fizičko klatno je čvrsto telo koje usleg delovanja sile Zemljine teže može da osciluje oko jedne horizontalne ose, koja ne prolazi kroz njegovo težište. Izraz za period oscilacije fizičkog klatna je:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgs}}$$

gde je I moment inercije oko ose oscilovanja, m - masa tela, a s - rastojanje ose vešanja od težišta tela. Iz gornje formule kao poseban slučaj, kada je moment inercije fizičkog klatna $I = ml^2$, sledi izraz za period oscilovanja matematičkog klatna

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

U ovoj vežbi fizičko klatno predstavlja metalna ploča nepravilnog oblika sa više otvora za vešanje tela, a matematičko klatno je olovna kugla obešena na nerastegljiv konac okačeno o osovinu oko koje se vrši oscilovanje.

Uputstvo za rad:

1. Fizičko klatno se obesi u nekoj od tačaka i izvede iz ravnotežnog položaja tako da vrši male oscilacije. Period T se određuje tako što se izmeri vreme trajanja n punih oscilacija t : $T = t/n$
2. Izračunati moment inercije iz obrasca za period fizičkog klatna $= 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgs}}$, pod uslovom da se zna rastojanje s .
3. Određivanje redukovane dužine fizičkog klatna. Promenom dužine matematičkog klatna treba naći onu dužinu za koju se periodi ova dva klatna poklapaju. Ova dužina se naziva redukovana dužina fizičkog klatna.

Red. broj merenja	s	n	t	$T = t/n$	I
	20				
	20				

Red. broj merenja	l_0	T_M	T_F

6. Zaključak

U ovom radu je prikazana važnost rešavanja zadatka i izrade laboratorijskih vežbi iz nastavne teme "Oscilacije". Takođe je data klasifikacija zadatka po različitim kriterijumima: kao što je način zadavanja uslova, težina itd. U daljem tekstu data postavka i rešenje izradili računskih zadatka po različitim nivoima (osnovni, srednji i napredni nivo) i dati su zadaci koji se mogu dati za domaći. Dat je postupak rešavanja zadatka, čime se pokušalo učenicima da se dokaže postojanje međusobnog odnosa između teorijskog i praktičnog znanja, da se zadaci ne rešavaju sami po sebi, nego treba da se razvija praktična primena teorijskog znanja. Od laboratorijskih vežbi su obrađene dve vežbe: određivanja perioda fizičkog i matematičkog klatna, kao i određivanje gravitacionog ubrzanja Zemljine težine, koje je za fiziku vrlo značajna konstanta. Pomoću demonstracionih ogleda i laboratorijskih vežbi pokazane su neke primene teorijskog znanja, fizičkih pojava i zakona. Sve ovo je urađeno sa ciljem da se pokaže da fizika kao predmet i nauka ne mora biti „suvoparna“ i „strana“ učenicima, jer se sa njenom primenom susrećemo na svakom koraku. Nadam se da smo to u ovom radu i postigli.

LITERATURA:

- 1) Didaktika fizike, teorija nastave fizike, Tomislav Petrović, Beograd 1993
- 2) Metodika nastave fizike, Milan O. Raspovović, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd 1992
- 3) Fizika 3, Udžbenik za treći razred gimnazija prirodno-matematičkog i opšteg smera, Dragoljub Belić, Marina Radojević, Izdavačka kuća Klett, Beograd 2014.
- 4) Fizika 3, Zbirka zadataka i testova za treći razred gimnazije, Nataša Kadelburg, Kosta Panić, Krug, Beograd 2004., Peto ispravljeno izdanje
- 5) Fizika za 3. razred gimnazije - Teorija, zadaci, testovi i rešenja, Nataša Kadelburg, Kosta Panić, Krug, Beograd 2009.
- 6) Fizika 3, Priručnik za nastavnike fizike za treći razred gimnazije, Ljubiša Nešić, Lazar Radenković, Izdavačka kuća Klett, Beograd 2016.
- 7) Fizika za III razred gimnazije prirodno-matematičkog i opšteg smera, Svetozar Božin, Milan Raspovović, Emilo Danilović, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd 2000
- 8) Fizika 3M, Zbirka zadataka za III razred matematičke gimnazije, Nataša Čaluković, Milan Raspovović, 2005 Krug
- 9) Eksperimentalne vežbe iz fizike, Mehanika i termodinamika, Agneš Kapor, Dragan Nikolić, Univerzitet u Novom Sadu, Prirodni-matematički fakultet, Novi Sad 2000
- 10) Praktikum demonstracionih vežbi iz fizike, I deo, Mehanika, Agneš Kapor, Sonja Skuban, Prirodni-matematički fakultet, Institut za fiziku, Novi Sad 2000.
- 11) Fizika sa zbirkom zadataka i priručnikom za laboratorijske vežbe za I razred srednje škole, Jevrem Janjić, Miroslav Pavlov, Stanoje Stojanović, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd 2002, Deveto izdanje
- 12) Fizika, Jugoslav Karamarković, Univerzitet u Nišu, Građevinsko-arhitektonski fakultet, Niš 2005.
- 13) Obrada nastavne teme „ Specijalna teorija relativnosti“ u četvrtom razredu gimnazije kroz računske primere, Master rad, Ivana Ljubinković
- 14) Obrada nastavne teme „ Pritisak „ za šesti razred osnovne škole kroz računske primere, Master rad, Nataša Kecman
- 15) Kisérleti fizika I. kötet - Pócz Jenő, Hornyák László, Nagy Elemér, Tarján Imre, © Dr. Budó Ágoston - Szeged, Nemzeti Tankönyvkiadó Rt. - Budapest

Prilog 1

Tabela 2. Godišnji plan rada za III. razred gimnazija prirodno-matematičkog smera (3 časa nedeljno, 108 časova godišnje)

Red. br. nastavne teme	Nastavna tema	Obrada gradiva	Utvrđivanje, Ponavljanje, Računske vežbe	Lab. vežbe	Ukupno časova
1.	Magnetno polje	7	7	2	16
2.	Elektromagnetna indukcija	4	5	/	9
3.	Naizmenična struja	5	3	2	10
4.	Harmonijske oscilacije	6	5	2	13
5.	Mehanički talasi	4	4	/	8
6.	Akustika	3	2	4	9
7.	Elektromagnetni talasi	3	3	/	6
8.	Talasna optika	7	6	2	15
9.	Geometrijska optika	5	5	4	14
10.	Optički instrumenti	2	2	2	6
11.	Fotometrija	1	1	/	2
Ukupno		47	43	18	108

Prilog 2

Nastavna tema Oscilacije se obrađuje u okviru 13 časova, od kojih je 7 časova obrada novog gradiva, a na ostalim časovima se vrši rešavanje računskih zadataka, zatim ponavljanje i sistematizacija gradiva i na kraju, na 2 časa se rade laboratorijske vežbe.

Tabela 3. Operativni plan rada nastavnika/profesora za nastavnu temu Oscilacije

Red. broj časa nast. jedinice	Red. broj nast. teme	Naziv nastavne jedinice	Tip časa	Oblik rada	Metod rada	Nastavna sredstva
36.		Mehanički harmonijski oscilator	Obrada gradiva	Frontalni, individualni	Monološka, dijaloška, demonstra- ciona	Udžbeik i zbirka, kreda , tabla, računar, prezentacija, Opruga sa tegom
37.		Energija harm. oscilatora	Obrada gradiva	Frontalni, individualni	Monološka, dijaloška	Udžbenik i zbirka, kreda , tabla, prezentacija
38.		Mehanički harm. oscilator	Utvrđi- vanje	Frontalni, individualni	Monološka, dijaloška	Udžbenik i zbirka, papir, olovka

39.		Matematičko i fizičko klatno	Obrada gradiva	Frontalni, individualni	Monološka, dijaloška demonstraciona	Udžbenik i zbirka, kreda , tabla, prezentacija, mat. i fizičko klatno
40.	4.	Matematičko i fizičko klatno	Utvrdjivanje	Frontalni, individualni	Monološka, dijaloška	Udžbenik i zbirka, papir, olovka
41.		Slaganje oscilacija. Razlaganje kretanja na harmonike. Spektar	Obrada gradiva	Frontalni, individualni	Monološka, dijaloška	Udžbenik i zbirka, kreda , tabla, prezentacija
42.		Prigušene i prinudne oscilacije	Obrada gradiva	Frontalni, individualni	Monološka, dijaloška, demonstraciona	Udžbenik i zbirka, kreda , tabla, prezentacija
43.		Slaganje oscilacija. Razlaganje kretanja na harmonike. Spektar. Prigušene i prinudne oscilacije	Utvrdjivanje	Frontalni, individualni	Monološka, dijaloška, demonstraciona	Udžbenik i zbirka, kreda , tabla, prezentacija, demonstraciona oprema
44.		Električno oscilatorno kolo	Obrada gradiva	Frontalni, individualni	Monološka, dijaloška	Udžbenik i zbirka, kreda , tabla, prezentacija
45.		Harmonijske oscilacije	Obnavljanje, Provera znanja	Individualni	Test	Papir, olovka, računar
46.		Harmonijske oscilacije	Sistematisacija	Frontalni, individualni	Monološka, dijaloška	Udžbenik i zbirka, kreda , tabla, prezentacija
47.		Matematičko i fizičko klatno	Lab. vežba	Grupni	Praktičan rad	Uputstvo za vežbu, lab. oprema, matematičko klatno
48.		Matematičko i fizičko klatno	Lab. vežba	Grupni	Praktičan rad	Uputstvo za vežbu, lab. oprema, fizičko klatno

Prilog 3

Simulacije

Na internetu se može naći veliki broj simulacija koji na jednostavan način pokazuju kako se odvijaju fizički procesi, korišćenjem simulacija tokom nastave fizike doprinosi se boljem razumevanju fizike, čini nastavni čas zanimljivijim i pomoću simulacija mogu se pokazati eksperimenti za koje nedostaju pribori. U okviru nastavne teme “Oscilacije” takođe postoje mnoge simulacije koje pokazuju kako se oscilatorno kretanje odvija, zatim simulacija oscilovanja matematičkog klatna, slaganja oscilacija različitih frekvencija, rezonancija itd. Ovde nisu navedene sve simulacije, nego su samo date dve web stranice na kojima se mogu naći. Prva je web stranica Univerziteta Kolorado (University of Colorado Boulder) <https://phet.colorado.edu/en/simulations/filter?subjects=physics&type=html&sort=alpha&view=grid>, a druga je web stranica “Škola fizike” iz Sidnija (School of Physics, Sydney) <https://www.animations.physics.unsw.edu.au/>.

Kratka biografija



Koso Čaba

Nakon završetka Osnovne škole u Novoj Crnji i Zrenjaninske Gimnazije upisuje Prirodno-matematički fakultet u Novom Sadu, na Departmanu za fiziku, smer profesor fizike. Od 2012. godine zapošjava kao nastavnik fizike u Osnovnoj školi Petefi Šandor u Novoj Crnji. 2018. godine upisuje master akademske studije na smeru profesor fizike.

UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA

Redni broj:

RBR

Identifikacioni broj:

IBR

Tip dokumentacije: Monografska dokumentacija

TD

Tip zapisa: Tekstualni štampani materijal

TZ

Vrsta rada: Master rad

VR

Autor: Koso Čaba

AU

Mentor: Prof. dr Maja Stojanović

MN

Naslov rada: Obrada nastavne teme „Harmonijske oscilacije” za treći razred gimnazije

NR

Jezik publikacije: srpski (latinica)

JP

Jezik izvoda: srpski/engleski

JL

Zemlja publikovanja: Srbija

ZP

Uže geografsko područje: Vojvodina

UGP

Godina: 2022

GO

Izdavač: Autorski reprint

IZ

Mesto i adresa: Prirodno-matematički fakultet, Trg Dositeja Obradovića 4, Novi Sad

MA

Fizički opis rada: 8 poglavlja/ 57 strana/ 21 slika / 3 tabela

FO

Naučna oblast: Fizika

NO

Naučna disciplina: Metodika nastave fizike

ND

Predmetna odrednica/ ključne reči: Oscilacije, srednja škola, metodika nastave, računski zadaci, eksperimenti

PO

UDK

Čuva se: Biblioteka departmana za fiziku, PMF-a u Novom Sadu

ČU

Važna napomena: Nema

VN

Izvod: Rad se bavi obradom nastavne teme „Harmonijske oscilacije” kroz računske i praktične primere. U radu se ističe značaj rešavanja zadataka u nastavi fizike u cilju razvoja znanja učenika za rešavanje praktičnih problema.

Datum prihvatanja teme od NN veća: 9.12.2021.

DP

Datum odbrane: 18.4.2022.

DO

Članovi komisije: *Predsednik: dr Branka Radulović, naučni saradnici*

KO

član: prof. dr Olivera Klisurić, redovni profesor

član: prof. dr Maja Stojanović, redovni profesor

UNIVERSITY OF NOVI SAD
FACULTY OF SCIENCE AND MATHEMATICS

KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number:

ANO

Identification number:

INO

Document type: Monograph publication

DT

Type of record: Textual printed material

TR

Content code: Final paper

CC

Author: Koso Čaba

AU

Mentor/comentor: PhD Maja Stojanović

MN

Title: Treatment of the theme "Harmonic oscillation" in the third year of grammar school

TI

Language of text: Serbian (Latin)

LT

Language of abstract: English

LA

Country of publication: Serbia

CP

Locality of publication: Vojvodina

LP

<i>Publication year:</i>	2022
PY	
<i>Publisher:</i>	Author's reprint
PU	
<i>Publication place:</i>	Faculty of Science and Mathematics, Trg Dositeja Obradovića 4, Novi Sad
PP	
<i>Physical description:</i>	8 chapters/ 57 pages/ 21 images / 3 tables
PD	
<i>Scientific field:</i>	Physics
SF	
<i>Scientific discipline:</i>	Methodology of teaching physics
SD	
<i>Subject/ Key words:</i>	Oscillation, High School, Computational examples, Experiments
SKW/UC	
<i>Holding data:</i>	Library of Department of Physics, Trg Dositeja Obradovića 4
HD	
<i>Note:</i>	None
N	
<i>Abstract:</i>	This paper is about treatment of the theme "Harmonic oscillations" through computational examples and experimental work. The paper tells how solving computational examples are important for developing valuable skills for solving real life practical problems.
AB	
<i>Accepted by the Scientific Board:</i>	9.12.2021.
ASB	
<i>Defended on:</i>	18.4.2022.
DE	
<i>Thesis defend board:</i>	
DB	
<i>President: dr Branka Radulović, Scientific associate</i>	
<i>Member: prof. dr Olivera Klisurić, full profesor</i>	
<i>Member: prof. dr Maja Stojanović, full profesor</i>	