



UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
DEPARTMAN ZA FIZIKU



Mogućnost primene alata *Tracker* na primerima iz oblasti mehanike

- master rad -

Mentor:

Dr Fedor Skuban

Kandidat:

Bogdan Bogdanović

Novi Sad, 2022.

Zahvaljujem se na pomoći i podršci svom mentoru, kolegama, prijateljima i porodici.

Sadržaj

1. Uvod	4
1.1. Laboratorije i eksperimenti u nastavi	4
1.2. Primena Tracker-a u nastavi fizike	6
2. Video analiza pomoću Tracker-a.....	8
2.1. Snimanje video zapisa.....	8
2.2. Izvođenje video analize pomoću Tracker-a	9
2.2.1. Pristup alatu Tracker	9
2.2.2. Rad u Tracker-u	9
3. Primeri laboratorijskih eksperimenata i primene alata Tracker	16
3.1. Slobodan pad	16
3.1.1. Eksperimentalno određivanje gravitacionog ubrzanja Zemlje	16
3.1.2. Primena Tracker-a za određivanje gravitacionog ubrzanja Zemlje.....	18
3.2. Kosi hitac	20
3.2.1. Eksperimentalna provera relacija za domet i maksimalnu visinu kojima se opisuje kosi hitac	21
3.2.2. Analiza kosog hica pomoću Tracker-a.....	22
3.3. Elastični i neelastični sudar	24
3.3.1. Eksperimentalna provera zakona održanja impulsa i zakona održanja energije kod elastičnog i neelastičnog sudara	25
3.3.2. Primena Tracker-a za proveru zakona održanja impulsa i zakona održanja energije kod elastičnog i neelastičnog sudara	28
4. Prednosti i nedostaci primene alata Tracker u odnosu na klasično izvođenje prikazanih eksperimenata	36
5. Zaključak.....	37
Literatura	38
Biografija	41
Ključna dokumentacijska informacija	42
Key Words Documentation.....	44

1. Uvod

Savremene tehnologije imaju veliki uticaj na ljudsku svakodnevnicu, na različite delatnosti, pa tako i na obrazovni sistem. Pored mogućnosti koje je razvoj tehnologije doneo u nastavni proces, nametnuo je i neke zahteve pred savremenim obrazovnim sistemom. Pošto nastaju promene u načinu komunikacije, kako se provodi slobodno vreme, kako se obavljaju pojedini poslovi, javlja se potreba za celoživotnim učenjem i zahteva se razvoj odgovarajućih kompetencija tokom procesa obrazovanja.

U realizaciji nastave na svim obrazovnim nivoima primenjuje se kompjuterska tehnologija i multimedijalni sadržaji su postali nezaobilazni u nastavnom procesu. Dodatno, razvijaju se različiti sistemi i platforme za elektronsko učenje i na taj način se omogućava razmena materijala i komunikacija na daljinu što kao veliku prednost može imati vremensku i prostornu fleksibilnost. Koriste se elektronske baze podataka i na taj način se vodi evidencija.

Primena multimedijalnih sadržaja je pogodna za učenje kako u učionici, tako i na daljinu. Pošto su učenici okruženi tehnologijom, javlja se potreba za inovacijom nastavnog procesa u smislu primene kompjuterske tehnologije u nastavi kako bi se održala učenička pažnja. Isto važi za sve obrazovne nivoe. Specifičnost nastave fizike se ogleda u tome što se u njenoj realizaciji podrazumeva obrada teorije, uvežbavanje računskih zadataka, i sticanje sposobnosti u laboratorijskom radu. Veliki značaj u nastavi fizike imaju eksperimenti.

Ovaj master rad je rađen sa ciljem da se ukaže na mogućnost primene alata Tracker (Tracker Video Analysis and Modelling Tool) na primerima iz oblasti mehanike. Primena ovog alata može doprineti razvoju nastavnih metoda pomoću kojih se u fokus nastavnog procesa stavlja učenik-student i njegovo razumevanje fizičkih pojava i zakona. Takođe, pruža mogućnost da se sadržaji fizike približe učeniku-studentu na interaktivan, atraktivan i razumljiv način.

U radu je ukazano na značaj eksperimenata u nastavi i značaj laboratorijskog rada, kao i različite mogućnosti za realizaciju eksperimenata u nastavi. Zatim je opisano kako se pomoću Tracker-a izvodi video analiza i opisani su odabrani primeri primene alata Tracker. Kod svakog primera je opisano kako izgleda eksperiment kada se realizuje klasično i zabeleženi su rezultati merenja i urađeni su odabrani eksperimentalni zadaci, a zatim je s istim ciljem video snimak analiziran pomoću Tracker-a. Uz primere eksperimenata, navedeni su još neki primeri čija analiza dodatno može učiniti nastavu fizike zanimljivom. Posle zaključnih razmatranja, navedena je korišćena literatura.

1.1. Laboratorije i eksperimenti u nastavi

Laboratorije su značajni elementi u obrazovanju kada su u pitanju naučne, inženjerske i tehničke discipline. Kroz laboratorijski rad može se omogućiti primena ili provera teorijskog znanja u praktičnim situacijama. Radom u laboratoriji studenti stiču primenljivo i trajno znanje. Zbog velikog značaja, razvijeni su i načini realizacije eksperimenata u elektronskom učenju i učenju na daljinu. Tako Auer sa saradnicima (2003) predlaže klasifikaciju eksperimenata prikazanu u Tabeli 1.

Tabela 1. Klasifikacija eksperimenata (prema Auer et al., 2003)

		Izvođenje eksperimenta	
Eksperiment	Uživo	Na daljinu	
	Realni	Tradicionalne laboratorije	Daljinske laboratorije
	Virtualni	Lokalne simulacije	Virtualne laboratorije

Laboratorije u desnoj koloni se mogu nazvati i onlajn laboratorijama. To su virtualne laboratorije (softverske simulacije) ili daljinske laboratorije (laboratorije koje su zasnovane na udaljenom pristupu realnom fizičkom eksperimentu u realnom vremenu, kojem se pristupa odgovarajućim aplikacijama). U okviru onlajn laboratorija postoje i dalje se razvijaju i druge mogućnosti. U prvoj koloni se vidi da je pored tradicionalnih laboratorijskih eksperimenata počela i lokalna primena simulacija.

Eksperimenti su neodvojivi deo fizike. Kako naučno-istraživačkog, tako i nastavnog rada. Poseban značaj eksperimenata u nastavi fizike predstavlja povećanje zainteresovanosti učenika i studenata za fiziku kada predavač uključi i eksperimente u svoja predavanja. Takođe, izvođenjem eksperimenata, teorija postaje jasnija i prihvatljivija učenicima i studentima. Eksperimente možemo podeliti na naučno-istraživačke i školske. Cilj naučno-istraživačkih eksperimenata je potvrda ili razvoj nekih novih teorija u nauci. Cilj školskih eksperimenata je potvrda već dokazanih teorija u nauci.

Eksperimente u nastavi možemo podeliti na demonstracione i laboratorijske. Demonstracioni eksperimenti za cilj imaju da pokažu neku fizičku pojavu, ali se pri njihovom izvođenju ne pristupa detaljnim merenjima i računanju vrednosti fizičkih veličina. Poseban vid demonstracionih eksperimenata su jednostavni eksperimenti za čije izvođenje se ne koriste aparature, već svakodnevni predmeti koje nalazimo svuda oko nas. Često su namenjeni i mlađoj populaciji učenika. Demonstracioni eksperimenti se često izvode pred većom grupom učenika ili studenata, a demonstrator je uglavnom profesor. Laboratorijski eksperimenti pak predstavljaju složeniji vid eksperimenata. Pored pokazivanja neke fizičke pojave, pristupa se i merenju fizičkih veličina, kao i izračunavanju vrednosti drugih fizičkih veličina. Nakon izvođenja laboratorijskih eksperimenata, često se fizičke zavisnosti predstavljaju grafički, što kod demonstracionih eksperimenata nije slučaj. Laboratorijski eksperimenti se izvode samostalno ili u malim grupama učenika ili studenata, dok profesor daje uputstva i nadgleda rad.

Kao što je navedeno, softverske simulacije mogu da se koriste umesto tradicionalnih eksperimenata i kada su studenti prisutni u laboratoriji. Iako se na taj način računarska tehnologija uvodi u nastavu što može da podstakne studentsku motivaciju, studenti ostaju uskraćeni da vide i koriste odgovarajuću aparaturu. Ipak, postoji mogućnost da se uz tradicionalnu aparaturu računarska tehnologija upotrebi sa ciljem povećanja motivacije studenata za rad. Rezultati eksperimentalnog merenja mogu da se obrađuju pomoću računara, ali izazovnije i mnogo efektnije bi bilo ukoliko se eksperiment snimi pa se uz, ili umesto klasične obrade rezultata merenja uradi video analiza.

1.2. Primena Tracker-a u nastavi fizike

Pod pojmom video analize se podrazumeva klasa tehniku koje se koriste za dobijanje podataka iz digitalno snimljenih slika (video snimaka) koje su postale dragoceno sredstvo u nastavi fizike (Milner-Bolotin et al., 2007; Sokoloff et al., 2004). Video analiza se može efikasno koristiti za aktivnosti u nastavi i za domaće zadatke i na taj način postaje izvodljiva i isplativa alternativa izvođenju klasičnih eksperimenata u momentima kada je odgovarajuća oprema nedostupna, pojava ne može da se isprati okom, ili se mora posmatrati van učionice, odnosno laboratorije. Video analiza ima ogroman potencijal da očara i angažuje učenike i studente (Antimirova & Milner-Bolotin, 2009) i video snimci mogu unaprediti učenje fizike (Vera, Rivera & Fuentes, 2013).

Jedan od najčešćih alata koji se koriste za video analizu je Tracker (Vera, Rivera & Fuentes, 2013). Tracker kao didaktički alat pruža velike mogućnosti, može se sugerisati da je kombinovanje kompjuterskog modelovanja i tradicionalne video analize efektivan način za proučavanje kosog hica (Wee et al., 2012). Takođe, ovakav način rada podržava aktivno učenje i podstiče motivaciju za učenje fizike (Wee & Lee, 2011). Alat Tracker je pogodan za primenu na svim obrazovnim nivoima i može povećati zadovoljstvo učenika učenjem fizike (Trocari et al., 2020) i omogućiti im da u učionici istražuju poput naučnika (Wee & Leong, 2015).

Tracker je najlakše uvesti u izvođenje nastave u oblasti mehanike. Kretanje se vizualizuje i dobija se analiza položaja objekata, a na osnovu praćenje položaja dobijaju se i vrednosti različitih fizičkih veličina koje opisuju kretanje (Sirisathitkul et al., 2013). Novim idejama se povećava broj oblasti fizike koje se mogu učiti pomoću video analize i više upotreba video analize nije ograničena na oblast kinematike (Brown & Cox, 2009; What You Can Do with Tracker). U dostupnoj literaturi su opisane mogućnosti primene Tracker-a i video analize uopšte u različitim oblastima fizike i na različitim primerima. Na primer, oscilatornog kretanja (Butulija, 2011; Kinchin, 2016; Ramli, Chan & Fen, 2016; Trocaru et al., 2020), hica naviše (Wee et al., 2015), kretanja (Margetić, 2011), kružnog kretanja (Kinchin, 2012), optičkih fenomena (Rodrigues & Simeão, 2014). Drugi primeri obuhvataju moment inercije spinera dobijen sa velikom preciznošću i tačnošću pomoću video analize (Jesus & Sasaki, 2018), moment inercije cilindrične ploče (Eadkhong et al., 2012), proučavanje prigušenog harmonijskog kretanja klatna koje osciluje pod vodom, s ciljem merenja viskoznosti (Leme & Oliveira, 2017). Primena Tracker-a se lako može proširiti na proučavanje električne energije i eksperimente sa magnetom ukoliko je moguće povezivanje električnih varijabli sa kinematičkim varijablama (Onorato, Mascheretti & DeAmbrosis, 2012), zavisnosti magnetne sile od udaljenosti između permanentnih magneta (Aguilar-Marín, Chavez-Bacilio & Jáuregui Rosas, 2018).

Istraživanja su pokazala da primena video analize pomoću Tracker-a poboljšava različite aspekte nastave fizike i učenja. Na primer, Subali je sa kolegama pokazao da primena Tracker-a nije doprinela značajno poboljšanju učeničkih postignuća, ali je doprinela povećanju odgovornosti, motivacije i samoevaluacije (Subali et al., 2021). Takođe, može se dovesti u vezu sa razvojem konceptualnog mišljenja studenata (Hockicko et al., 2015). Vođeno istraživanje uz primenu analize pomoću Tracker-a čini proces učenja zanimljivim i sadržajnim i doprinosi razvoju istraživačkih veština (Asbanu, 2021). Neka kretanja u sportu se uspešno analiziraju u nastavi fizike kako bi se razvili pozitivni stavovi prema učenju fizike, na primer,

bacanje lopte na koš (Chapichai & Wattanakasiwich, 2010). Velika didaktička vrednost Tracker-a koja dodatno povećava njegovu popularnost među nastavnicima fizike, se ogleda i u tome što se tabelarni podaci povezuju sa matematičkim modelom procesa (Brown & Cox, 2009). To je važno jer se na taj način mogu eliminisati neke uobičajene alternativne koncepcije putem poređenja sopstvenih mentalnih hipoteza i matematičkih modela dobijenih na osnovu video snimaka realnih procesa (Mulyati et al., 2020). Pored navedenih prednosti primene Tracker-a u nastavi, pokazano je i da njegova upotreba povećava komunikacijske sposobnosti i kolaborativne veštine (Fianti, Listiagfiroh & Susilo, 2020). Takođe, pokazano je da je Tracker pogodan za izvođenje nastave fizike na daljinu (Chernetckiy et al., 2021).

2. Video analiza pomoću Tracker-a

Video analiza može biti izuzetno koristan alat u nastavi fizike. Može doprineti boljem razumevanju fizičkih sadržaja i povezivanju apstraktnog i konkretnog.

Tracker je besplatan alat za video analizu i modelovanje (Brown & Cox, 2009). Autor Tracker-a je američki fizičar i univerzitetski profesor, Douglas Brown. Alat Tracker je napravljen u Open Source Physics Java okruženju pa se može koristiti u različitim operativnim sistemima: Windows, Mac i Linux, a dodatno postoji i opcija da se alat koristi onlajn bez instaliranja. Prilagođen je nastavi fizike i potpuno besplatan, preveden na 26 jezika. Tracker omogućava izvođenje zadataka potrebnih za analizu kretanja (omogućava da se prati položaj, meri brzinu i ubrzanje, prikažu različite grafičke zavisnosti), analizu spektara i interferencije, dinamičkih modela... Za kretanje zabeleženo na video zapisu može istovremeno da se prati odgovarajuća tačka na grafiku funkcije koja opisuje to kretanje. Tako se povezuju kretanje i odgovarajući matematički i grafički prikaz i na taj način bi mogle da se prevaziću poteškoće na koje studenti nailaze u laboratorijskom radu zbog nedovoljno razvijenog matematičkog aparata.

2.1. Snimanje video zapisa

Da bi se uradila video analiza eksperimenta koji studenti realizuju, ili odabranog procesa/kretanja, neophodno je pripremiti odgovarajući video zapis. Kod video zapisa je važan broj kadrova u sekundi jer veći broj kadrova u sekundi znači kraće trajanje jednog kadra i omogućava veću preciznost merenja vremena. Ova karakteristika ograničava mogućnost video analize kretanja brzinama koje su prevelike, u smislu da se kretanje zabeleži u samo jednom ili dva kadra. Druga važna karakteristika je broj piksela, jer veći broj piksela omogućava veću preciznost u merenju rastojanja. Snimak eksperimenta može da se napravi pomoću web kamere, pomoću kamere mobilnog telefona, ili fotoaparata. Većina pametnih mobilnih telefona novijeg datuma ima dovoljno dobre karakteristike kamere, a pošto su "uvek pri ruci", veoma su pogodan izbor za snimanje. Da bi video zapis eksperimenta bio pogodan za video analizu prilikom snimanja treba voditi računa o nekoliko uslova koji treba da se ispune.

Pozadina snimka. Da bi kretanje tela bilo lako za pratiti, odnosno lako vidljivo, potrebno je da postoji odgovarajući kontrast između predmeta čije kretanje posmatramo i pozadine, i dodatno, pozadina ne bi trebalo da bude šarena. Isti uslov je potrebno ispuniti i da bi se u Tracker-u mogla koristiti opcija auto praćenja, a olakšava praćenje tela na snimku i ako se radi manuelno. Zbog toga je za snimanje potrebno pronaći jednobojnu površinu da bude u pozadini snimka, i to tako da je njena boja kontrastna boji tela čije kretanje se prati.

Predmet za kalibraciju. Da bi se mogla određivati rastojanja na snimku, potrebno je da se u kadru nađe predmet čije dimenzije su poznate, na primer, metarska traka. Ovaj predmet je potrebno postaviti u ravan u kojoj se odvija kretanje koje analiziramo.

Ugao snimanja. Da bi rezultati koje dobijemo video analizom bili tačni potrebno je da se snima u pravcu normalnom na ravan u kojoj posmatramo kretanje, odnosno da analiziramo kretanje u dve dimenzije.

Postavljanje kamere. Kada se odabere udaljenost sa koje će se vršiti snimanje i ugao snimanja, potrebno je obezbediti nepomičnost kamere, kamera se mora fiksirati na neki način.

Brzina predmeta. Brzina predmeta ne sme biti prevelika kada se uzme u obzir broj kadrova u sekundi kao karakteristika snimka.

Na kraju, snimljeni video zapis je potrebno snimiti na računar na kojem će se raditi video analiza.

2.2. Izvođenje video analize pomoću Tracker-a

U ovom delu rada će biti opisan rad u Tracker-u, biće date kratke smernice za pokretanje i instaliranje ovog alata i biće opisane osnovne opcije koje se mogu koristiti u video analizi. Takođe, biće navedeni osnovni koraci za analizu video snimka Tracker-om. Bitno je ukazati na to da Tracker nudi još više mogućnosti (uključujući i modelovanje) i da ovde neće biti navedene sve opcije jer neće biti potrebne za analizu odabranih eksperimenata iz mehanike. Ovo poglavlje je napisano na osnovu dostupnog uputstva, primera, kao i video tutorijala i iskustva rada sa Tracker-om.

2.2.1. Pristup alatu Tracker

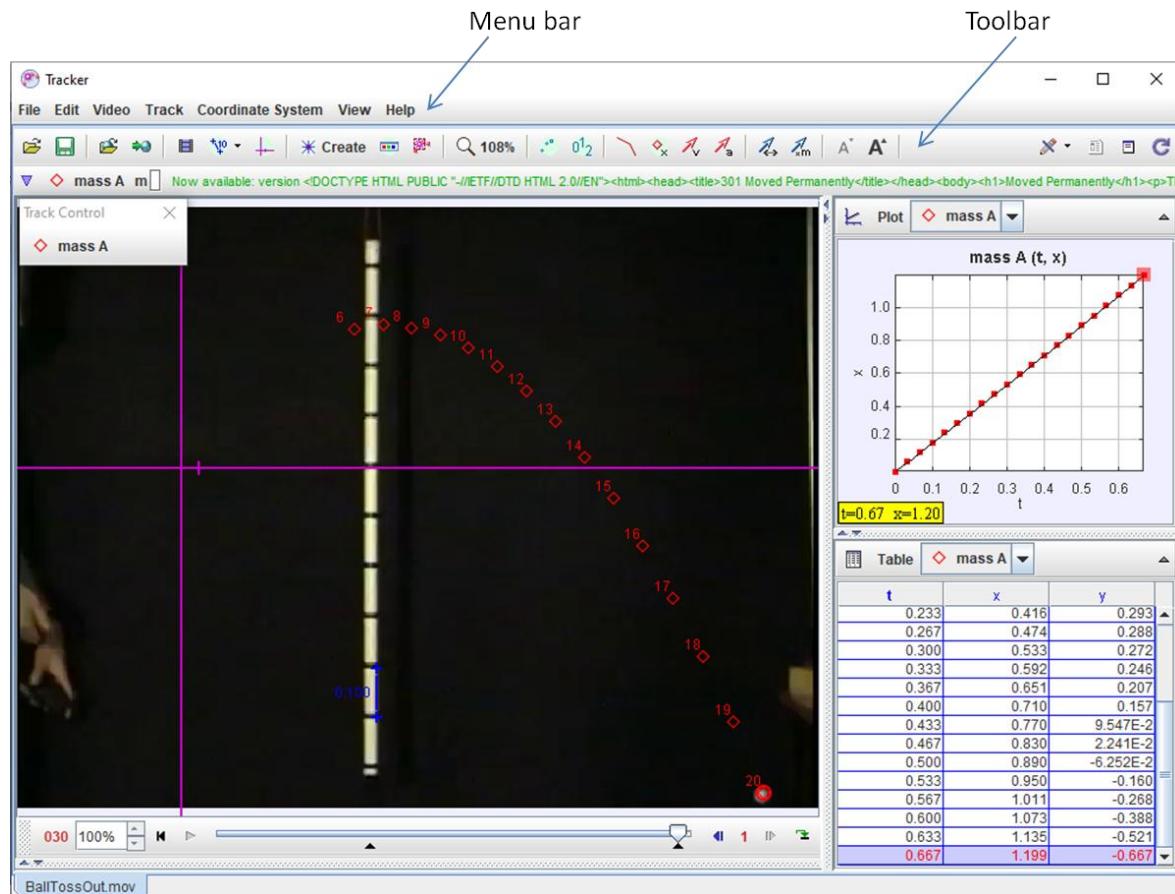
Sve što je potrebno za korišćenje alata Tracker se nalazi na internet stranici <https://physlets.org/tracker/>. Tu se nalaze podaci o alatu, može da se preuzme instalacioni fajl ili da se pokrene Tracker onlajn. Takođe, tu se nalaze različita uputstva, pripremljeni video snimci, pristup forumu, projektima i raznim idejama.

Da bi se instalirao Tracker na računaru potrebno je preuzeti instalacioni fajl, pokrenuti instalaciju i ispratiti uputstvo. Kada je Tracker instaliran, pokreće se sa računara na isti način kao i bilo koji drugi program.

2.2.2. Rad u Tracker-u

Tracker je prilično jednostavan za korišćenje. Postavljanjem kursora miša na određene opcije, kod većine opcija se prikazuju njihovi opisi, a dodatno, postoji opcija Help u samom Tracker-u. Dostupni su razni predlozi i video uputstva i mogu se naći stručni radovi u kojima su opisani različiti projekti (deo je opisan u uvodnom delu ovog master rada).

Otvaranje video snimka. Kada se pokrene program Tracker da bi se otvorio željeni video, u Menu bar treba de se odabere opcija File – Open, ili u Toolbar odgovarajuća ikonica za otvaranje fajla  – Open a video or tracker file. Takođe, video može da se otvori prevlačenjem željenog fajla u Tracker-ov prozor (drag and drop) (Slika 1).



Slika 1. Prozor Tracker-a

Podešavanje video snimka. Kada se učita video snimak najpre se, po potrebi, u Menu bar opciji Video postavljaju odgovarajući zahtevi kojim se uređuje video, na primer rotira (Filters – New - Rotate). Zatim treba da se odabere deo video snimka koji će se analizirati, odnosno napravi odabir kadrova za analizu. To se realizuje tako što se zadaju početni i krajnji kadar (ili početni i krajnji trenutak) u podešavanjima video klipa (Clip Settings ili pomoću klizača na traci videa. U podešavanjima video klipa postoje još i opcije da se menja veličina koraka (Step size) i podesi broj kadrova u sekundi (Frame rate). Pomoću prve navedene opcije se podešava da se ne prikazuju svi kadrovi, nego da se prikazuju kadrovi sa odabranim korakom. Što je potrebno ukoliko se objekat kreće sporo pa nam nisu potrebni svi kadrovi, odnosno objekat ne stigne da promeni položaj između dva kadora pa se prikazivanjem svakog kadora preklapaju slike objekta. Druga navedena opcija je značajna ukoliko je iz nekog razloga snimano sa više (ili manje) kadrova u sekundi. Na primer, za slučaj kada se objekat kreće velikom brzinom pa se snima sa većim brojem kadrova u sekundi kako ne bi došlo do „razmazivanja“ slike tela na pojedinim kadrovima (što bi onemogućilo precizno određivanje njegovog položaja). Ista podešavanja su moguća i pomoću trake videa (koja se nalazi ispod videa) na kojoj se mogu naći navedene opcije, kao i kontrole reprodukcije videa (Slika 1.).

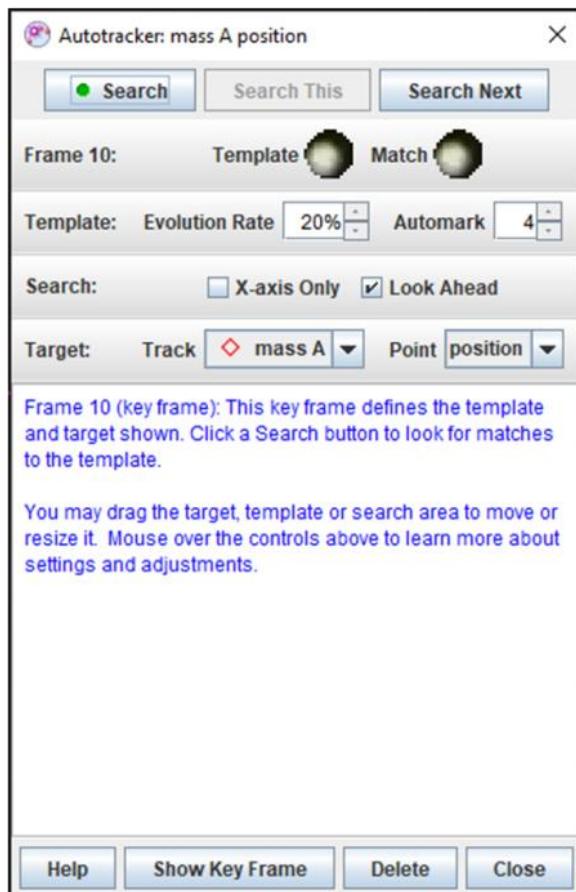
Prvi i poslednji kadar se mogu označiti klizačima na traci videa (). Crveni broj na levoj strani trake (030) označava početni kadar. Pored njega stoji crni broj 100 (), što pokazuje da se video reprodukuje normalnom brzinom, i može da se menja. Crveni broj 1 sa desne strane trake označava veličinu koraka i takođe može da se menja. Što se tiče kontrole reprodukcije videa, može da se pusti video zelenom strelicom sa leve strane trake (, ili crnom strelicom sa crticom do nje () da se vrati na odabrani početni kadar. Strelicama sa crticama koje se nalaze desno do trake (može da se pomera kadar za zadati korak (crveni broj između njih), a poslednja opcija sa desne strane () trake uključuje-isključuje neprekidno ponavljenje snimka.

Baždarenje rastojanja. Kao što je već navedeno, da bi se mogla određivati rastojanja na snimku, potrebno je da se u kadru (u ravni u kojoj se odvija kretanje) nađe predmet za kalibraciju čije dimenzije su poznate, na primer, metarska traka, šipka poznate dužine, kocka poznatih stranica i drugo. Da bi se izbaždarila rastojanja na snimku, treba da se označi poznato rastojanje odabirom opcije na Toolbar-u New – Calibration stick u Show, hide or create calibration tools (). Na prozoru videa će se nakon toga pojaviti duž ograničena strelicama i uz nju broj. Potrebno je koristeći tu duž kotirati poznato rastojanje i uneti odgovarajući broj (dužinu predmeta izraženu u metrima).

Postavljanje koordinatnog sistema. Za analiziranje kretanja, odnosno određivanje položaja predmeta je potrebno da se predmet posmatra u odnosu na fiksirani koordinatni sistem. Stoga je sledeći korak u radu sa Tracker-om postavljanje koordinatnog sistema u prozoru videa. Odabirom opcije Show or hide the coordinate axes (na Toolbar-u, u prozoru videa će se pojaviti koordinatni sistem koji može da se postavi u željenu poziciju tako što se držeći levi klik miša u njegovom centru pomera. Takođe, koordinatni sistem može da se rotira, držeći levi klik miša na pozitivni deo x-ose. Na ovaj način je omogućeno da se postavi pogodan koordinatni sistem za dalju analizu.

Praćenje predmeta. Položaj predmeta (x i y koordinata) u svakom trenutku kretanja koji se analizira, odnosno u svakom kadru koji se posmatra u skladu sa ranijim podešavanjima, određuje se "praćenjem predmeta". Da bi se predmet pratio potrebno je izabrati na Toolbar-u opciju kreiranja novog praćenja (Create a new track) i tu odabratи materijalnu tačku (Point mass). Na taj način se kreira materijalna tačka koja je podrazumevano označena sa A () i njenim odabirom (klikom na nju) se otvara meni gde se podešava praćenje predmeta. Bez dodatnih podešavanja, može se odmah pokrenuti praćenje predmeta. Praćenje predmeta se može uraditi ručno i automatski (pomoću opcije Autotracker). Da bi se izvršilo **ručno praćenje**, potrebno je odabratи tačku na željenom predmetu koja je lako prepoznatljiva u svakom kadru i tu tačku treba označiti pomoću klika u tački dok se drži pritisnut taster Shift (Shift + click). Nakon klika taj označeni položaj ostaje memorisan, i u zavisnosti od toga da li je odabrana vidljivost kao opcija praćenja (Visible) ostaje označen, a u prozoru se prikazuje sledeći kadar. Potrebno je na isti način označiti novi položaj predmeta u ovom kadru i postupak se ponavlja dok se ne označi cela putanja predmeta. Da bi se izvršilo automatsko praćenje, potrebno je na isti način odabratи tačku na željenom predmetu, ali ovaj put tačku je potrebno označiti pomoću klika mišem na nju dok se

drže pritisnuti tasteri Control i Shift (Ctrl + Shift + click). Tada se otvara novi prozor (Autotracker) (Slika 2.) gde se dalje podešava automatsko praćenje.

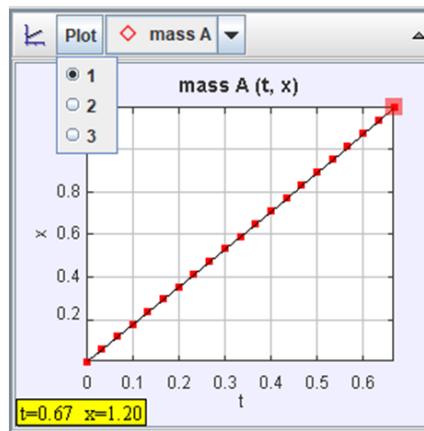


Slika 2. Autotracker

U ovom prozoru se odmah može uključiti auto praćenje klikom na Search ().

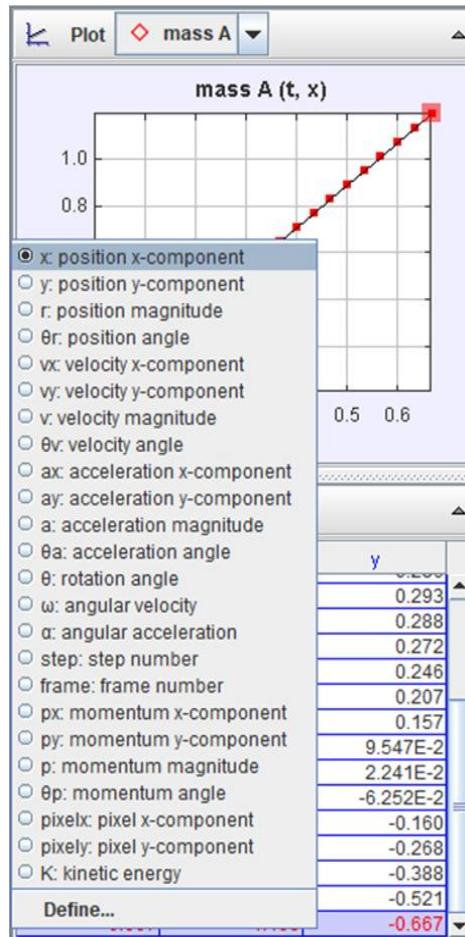
Nakon izvršenog praćenja predmeta se desno do video snimka pojavljuju grafik i tabela (Slika 1.).

Grafik i tabela. Kada se, nakon završenog praćenja, pojave grafik i tabela mogu se dodatno birati opcije njihovog prikaza koje će omogućiti lakšu analizu rezultata. U Tracker-u se podrazumevano prikazuje grafik funkcije $x(t)$ i tabela u kojoj su prikazani podaci za t , x i y . Pomoću opcije Set plot count, može se podešiti da se prikaže do tri grafika, što omogućava istovremeno posmatranje zavisnosti dve ili tri promenljive (Slika 3).



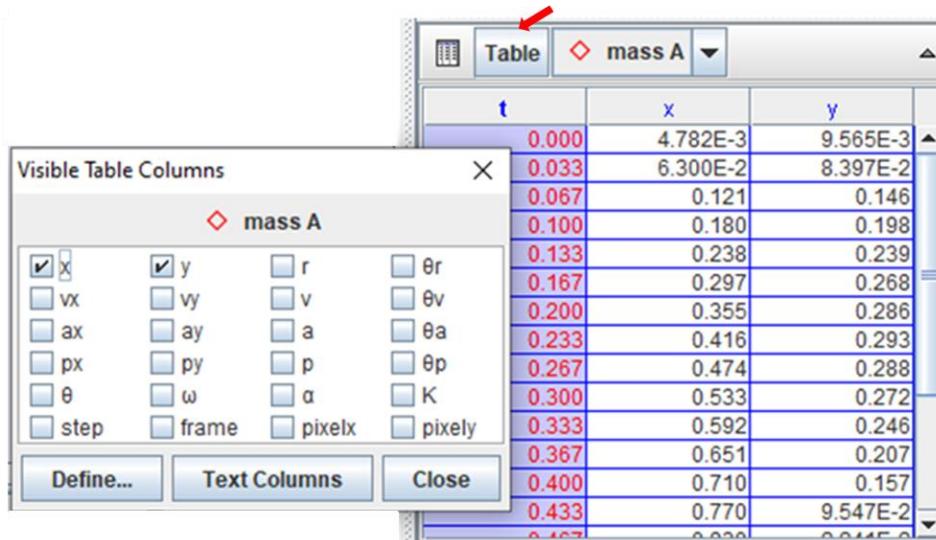
Slika 3. Odabir prikaza dva ili tri grafika istovremeno

Dodatno, klikom na oznaku ose grafika (Slika 4.) moguće je promeniti koja promenljiva će biti prikazana (i na apscisi i na ordinati) i na taj način se dobija prikaz novog grafika.



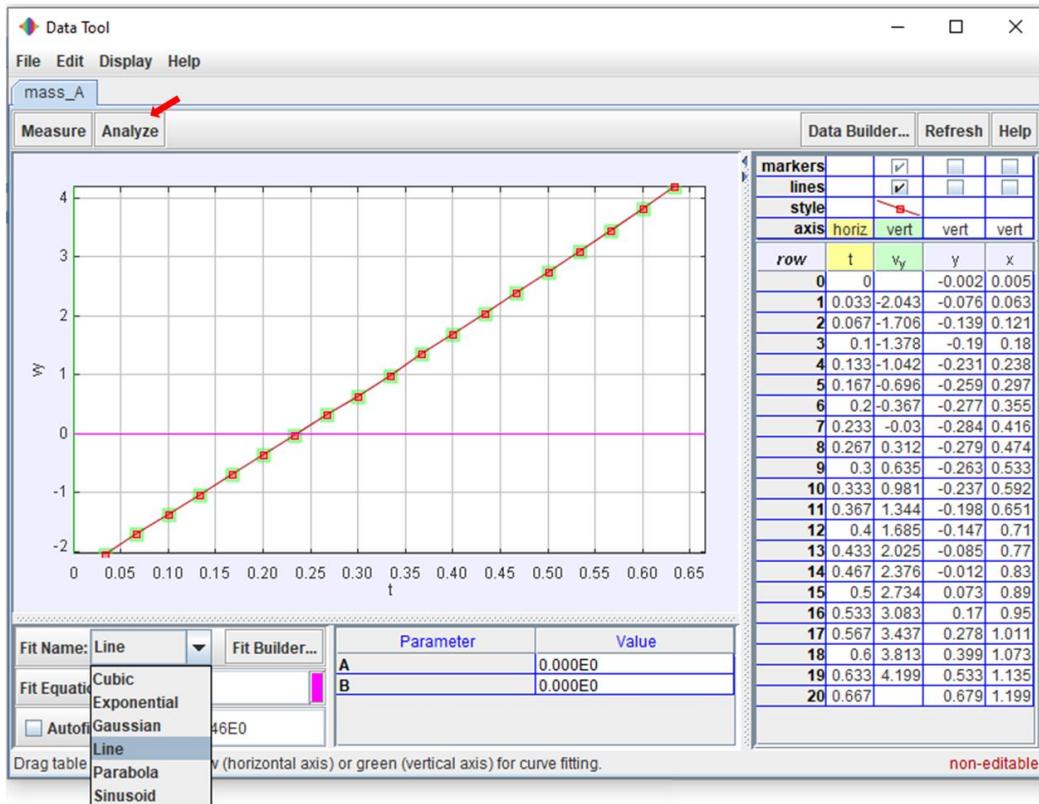
Slika 4. Odabir promenljive koja će biti prikazana na ordinati

Moguće je odabrati i podatke koji će biti prikazani u tabeli (Choose table columns) klikom na Table (Slika 5.).



Slika 5. Odabir promenljivih koje će biti prikazane u tabeli

Analiza grafika. Duplim klikom na površinu grafika, ili levim klikom i odabirom opcije Analyze otvara se prozor s alatima za analizu podataka (Data Tool). Tu se klikom na Analyze otvaraju opcije gde je i opcija za fitovanje krive (Curve Fits) – opcija koja će u primerima u radu biti primenjena (Slika 6). Tu može da se odabere funkcija koja najbolje opisuje podatke i fitovanje se izvrši metodom najmanjeg kvadrata.



Slika 6. Fitovanje podataka

Ponuđena je lista funkcija koje se mogu odabratи, a dodatno postoji i opcija da korisnik napiše svoju funkciju – klikom na Fit Builder (Slika 6.).

U polju Fit Equation je prikazana jednačina (funkcija), a desno do nje su prikazane vrednosti konstanti koje figurišu u jednačini. Takođe, može se uključiti opcija Statistics da bi se videli statistički parametri (minimalna, maksimalna i aritmetičku sredinu posmatranih promenljivih, standardnu devijaciju, standardnu grešku i broj podataka). Klikom na Measure otvaraju se kućice čijim odabirom se mogu uključiti opcije prikazivanja koordinate odabrane tačke (Coordinates), nagiba tangente (Slope) i površine ispod krive (Area).

Snimanje projekta. U svakom momentu je moguće snimiti projekat klikom na Save () ili odabirom File – Save As u Menu bar-u. Na taj način se snimi obrađeni video kao dokument s ekstenzijom trk. Pri otvaranju taj dokument se otvara u obliku kako je zapamćen. Pošto se prilikom snimanja ne čuvaju dodatno video snimci, oni ne smeju biti obrisani da bi mogao da se nastavi rad na snimljenom projektu.

3. Primeri laboratorijskih eksperimenata i primene alata Tracker

Za svaki odabrani primer će biti objašnjeno kako se radi eksperiment u laboratoriji i na koji način eksperiment može da se zameni/dopuni video analizom pomoću Tracker-a. Za svaki primer će biti prodiskutovane prednosti, kao i limitacije (nedostaci) oba načina realizacije, i biće predloženi zanimljivi primeri koji se dodatno mogu prilagoditi i izložiti studentima.

3.1. Slobodan pad

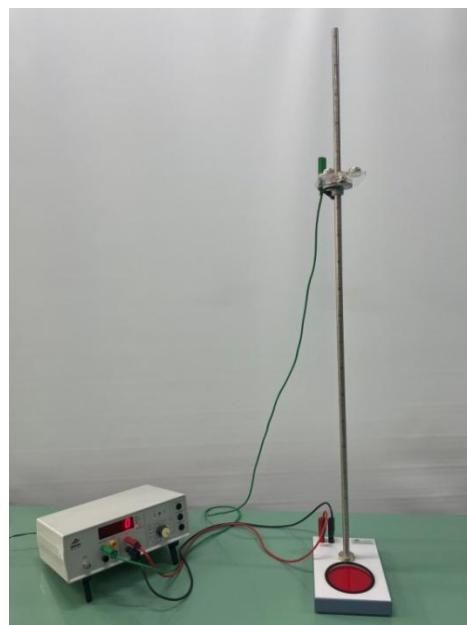
Slobodan pad predstavlja kretanje tela naniže usled delovanja privlačne sile Zemljine teže. Telo se kreće naniže bez početne brzine $v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ i ima konstantno ubrzanje koje odgovara vrednosti gravitacionog ubrzanja Zemlje $a = g \approx 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Put koji telo pređe za neko vreme t se može izraziti preko relacije:

$$s = \frac{gt^2}{2}$$

3.1.1. Eksperimentalno određivanje gravitacionog ubrzanja Zemlje

Aparatura za izvođenje eksperimenta za određivanje gravitacionog ubrzanja Zemlje se sastoji od digitalnog merača vremena, postolja na koje se montira kontakt ploča na koju pada kuglica, magnetnog držača kuglice, vertikalne šipke sa skalom (Slika 7).



Slika 7. Aparatura za određivanje gravitacionog ubrzanja kod slobodnog pada

U početnom trenutku kuglica je pričvršćena pomoću magneta na mehanizmu koji se nalazi na vertikalnoj šipci. Rastojanje koje kuglica prelazi do kontaktne ploče se meri na vertikalnoj šipci. Pri otpuštanju magnetnog mehanizma, kuglica pod uticajem Zemljine teže pada i udara u kontaktну ploču. Vreme pada kuglice se detektuje na digitalnom meraču. Mereći dužinu pređenog puta i vreme koje je bilo potrebno

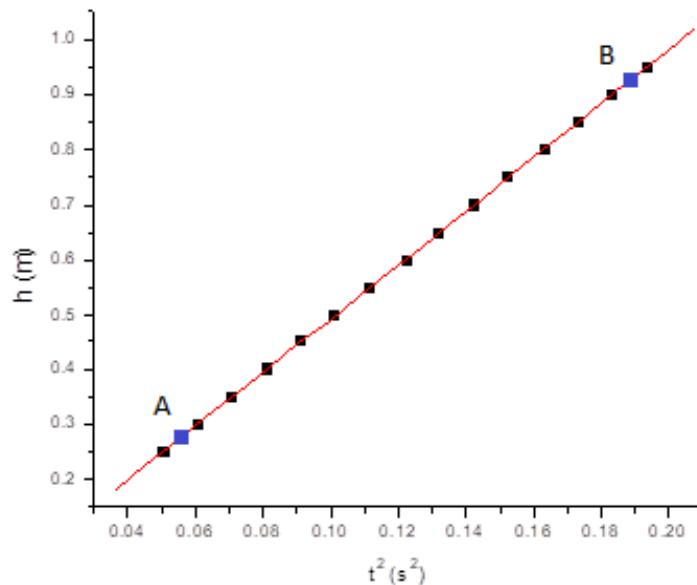
da kuglica pređe taj put, dobijamo podatke potrebne za izračunavanje gravitacionog ubrzanja Zemlje. Radi lakše preglednosti, rezultati merenja se unose u tabelu.

Jedan takav primer merenja je prikazan u Tabeli 2.

Tabela 2. Rezultati merenja

Broj merenja	h (m)	t (s)	t^2 (s ²)
1	0,25	0,225	0,0506
2	0,30	0,246	0,0605
3	0,35	0,266	0,0708
4	0,40	0,285	0,0812
5	0,45	0,302	0,0912
6	0,50	0,318	0,1011
7	0,55	0,334	0,1116
8	0,60	0,350	0,1225
9	0,65	0,363	0,1318
10	0,70	0,377	0,1421
11	0,75	0,390	0,1521
12	0,80	0,404	0,1632
13	0,85	0,416	0,1730
14	0,90	0,428	0,1832
15	0,95	0,440	0,1936

Crtanje grafika zavisnosti $h = h(t^2)$. Dobija se linearna zavisnost ove dve veličine (Grafik 1).



Grafik 1. Grafik funkcije $h(t^2)$

Odabirom dve neekperimentalne tačke, A i B koje se nalaze na liniji nacrtane zavisnosti, određuje se koeficijent pravca prave, po relaciji:

$$k = \frac{\Delta h}{\Delta t^2} = \frac{h_B - h_A}{t_B^2 - t_A^2} = \frac{0,925 \text{ m} - 0,275 \text{ m}}{0,188 \text{ s}^2 - 0,056 \text{ s}^2} = 4,887 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Kako se gravitaciono ubrzanje Zemlje računa kao $g = \frac{2\Delta h}{\Delta t^2}$, odnosno $g = 2k$, za vrednost gravitacionog ubrzanja Zemlje se dobija $g = 9,84 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

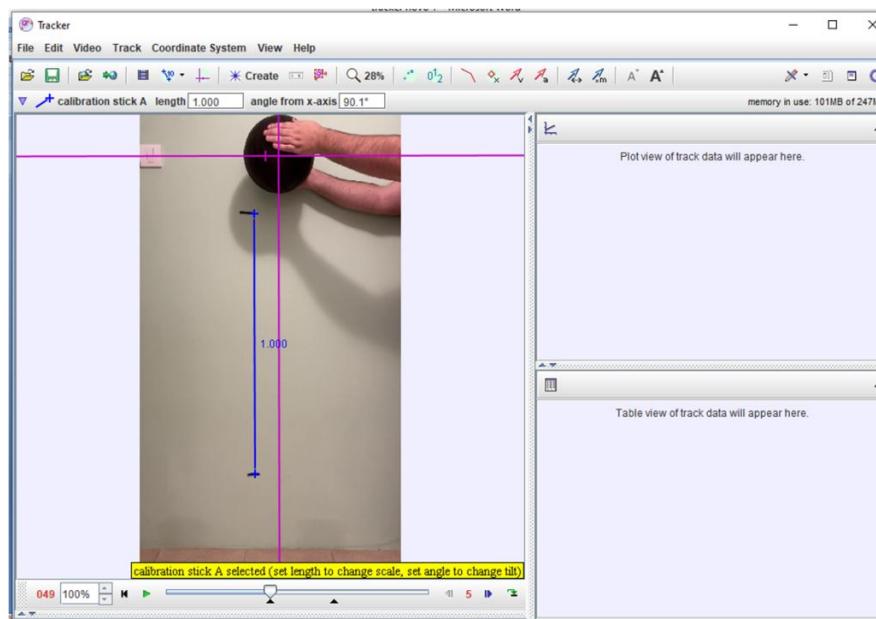
Može se izračunati relativno odstupanje dobijenog gravitacionog ubrzanja od teorijske vrednosti koja iznosi $g_t = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$:

$$\delta_g = \frac{|g_t - g|}{g_t} \cdot 100 (\%) = \frac{\left| 9,84 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right|}{9,84 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \cdot 100 (\%)$$

$$\delta_g = 0,3 (\%)$$

3.1.2. Primena Tracker-a za određivanje gravitacionog ubrzanja Zemlje

Za određivanje gravitacionog ubrzanja Zemlje pomoću Tracker-a je napravljen video snimak slobodnog pada košarkaške lopte. Za kalibraciju je iskorišćena razdaljina između dve oznake postavljene na rastojanju od jednog metra, vidljive u kadru. Koordinatni sistem je postavljen sa centrom u centru lopte, zarotiran tako da je ordinata usmerena nadole (Slika 8). Pri analizi koja će biti prikazana je veličina koraka bila 3. Praćenje je urađeno ručno, jer zbog brzine lopte na pojedinim kadrovima slika nije dovoljno jasna za automatsko praćenje iako je snimano 60 kadrova u sekundi.



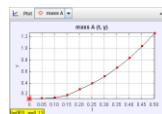
Slika 8. Prikaz kalibracione trake i koordinatnog sistema u prozoru Tracker-a

Za isti snimak je analiza ponovljena tri puta. Pri svakom ponavljanju analize, iznova je urađena kalibracija. Praćenje je rađeno tako da je svaki put bila odabrana druga tačka (Slika 9).



Slika 9. Prikaz odabralih tačaka za praćenje u tri analizirana primera

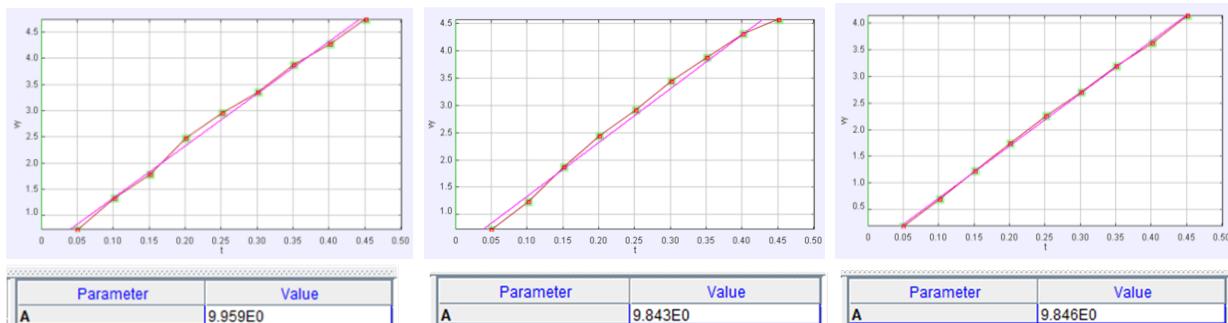
Grafik zavisnosti pređenog puta od vremena (isto kao i grafik zavisnosti y komponente brzine od vremena) može da se iskoristi za analizu slobodnog pada, u smislu prepoznavanja vrste, odnosno osnovnih karakteristika kretanja (Grafik 2).



Grafik 2. Zavisnost položaja praćene tačke na y-osi od vremena

A grafici zavisnosti y komponente brzine od vremena (dobijeni za tri praćenja) mogu da se analiziraju i da se odredi koeficijent pravca prave (A) koji zapravo predstavlja gravitaciono ubrzanje (Slika 10).

$$v_y = At + B$$



Slika 10. Slike ekrana grafika zavisnosti y komponente brzine od vremena i parametara dobijenih linearizacijom

Na osnovu dobijenih vrednosti gravitacionog ubrzanja može se odrediti srednja vrednost ove konstante:

$$g_{sr} = \frac{9,959 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 9,843 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 9,846 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{3} = 9,88 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Može se proceniti da je $\Delta_g = 9,96 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 9,88 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0,08 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, pa je $\delta_g = \frac{0,08 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{9,88 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0,008 = 0,8\%$

Teorijska vrednost gravitacionog ubrzanja Zemlje se nalazi u opsegu greške određene vrednosti $g = (9,88 \pm 0,08) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Relativna greška dobijene srednje vrednosti u odnosu na teorijsku vrednost gravitacionog ubrzanja Zemlje ($9,81 \text{ m/s}^2$) je 0,7%. Problem kod ove video analize postoji zbog nedovoljno dobrog snimka. Iako je, kako je već rečeno, analiziran snimak od 60 kadrova u sekundi, slika na kadrovima nije dovoljno jasna i čim se lopta ubrza dolazi do "razmazivanja" njene slike što onemogućava korišćenje opcije auto praćenja i otežava ručno praćenje. Dodatno, problem može biti u nedovoljno dobroj kalibraciji i činjenici da iako je snimak napravljen iz pravca normalnog na kretanje, kroz objektiv kamere se pod različitim "uglovima" vide početna i krajnja tačka kretanja.

3.2. Kosi hitac

Kosi hitac predstavlja kretanje tela sa početnom brzinom pod nekim uglom u odnosu na horizontalnu ravan. Mereći rastojanje koje telo pređe - domet, kao i maksimalnu visinu koje telo postigne u kosom hicu.

Relacija za domet kod kosog hica:

$$x_{max} = D = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin 2\alpha$$

Relacija za maksimalnu visinu kod kosog hica:

$$y_{max} = H = \frac{v_0^2}{2g} \cdot \sin^2 \alpha$$

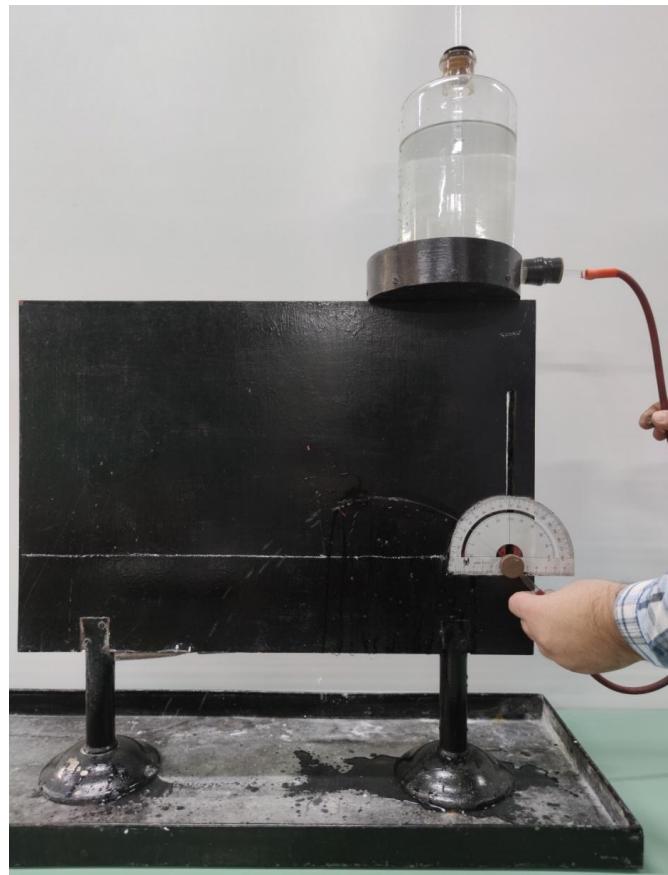
Gde je v_0 početna brzina tela, α je ugao pod kojim je telo izbačeno u odnosu na horizontalnu ravan, a g je gravitaciono ubrzanje Zemlje.

Početna brzina v_0 se određuje iz izraza za maksimalnu visinu kada se izvrši hitac naviše. Tada se početna brzina određuje pomoću izmerene maksimalne visine, preko relacije:

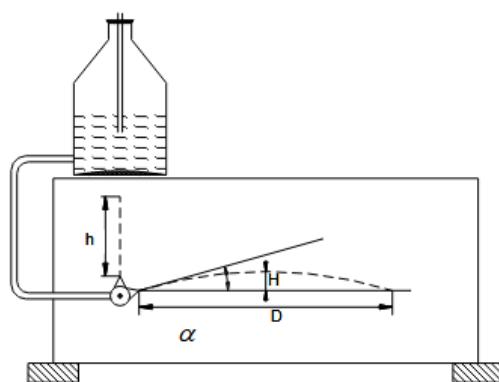
$$v_0 = \sqrt{2gh}$$

3.2.1. Eksperimentalna provera relacija za domet i maksimalnu visinu kojima se opisuje kosi hitac

Na slikama 11. i 12. je prikazana aparatura za proučavanje kosog mlaza vode.



Slika 11. Aparatura za proučavanje kosog mlaza vode



Slika 12. Šematski prikaz aparature

Konstantnu brzinu vode osigurava upotreba Mariotove boce. Na kraju creva se nalazi staklena mlaznica kroz koju ističe voda. Moguće je podešavati ugao pod kojim se mlaznica nalazi u odnosu na horizontalnu ravan.

Za početak, izvodi se hitac naviše, kako bi se iz maksimalne postignute visine h odredila početna brzina vode v_0 . Vrednost maksimalne visine je izmerena $h = 0,19 \text{ m}$. Odatle sledi da je početna brzina mlaza vode:

$$v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,19 \text{ m}} = 1,93 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zatim se pristupa izvođenju kosog hica. Mlaznica se postavlja pod uglom α u odnosu na horizontalnu ravan i kredom se na tabli obeležava domet D i maksimalna visina H koju trag vode ostavi na tabli. Znajući vrednosti početne brzine v_0 iугла α pod kojim je mlaznica bila postavljena u odnosu na horizontalnu ravan, moguće je računski doći do vrednosti dometa $D_{rač}$ i maksimalne visine $H_{rač}$. Tada se mogu uporediti eksperimentalni rezultati sa računski dobijenim za ove veličine. Za tri različite vrednosti ugla α , zabeleženi su maksimalne i minimalne vrednosti eksperimentalnih rezultata za domet i maksimalne visine vodenog mlaza. Do ovih razlika u postignutim eksperimentalnim rezultatima dolazi zbog rasprskivanja vodenog mlaza. Iskazana je i relativna greška merenih veličina u odnosu na računske, iskazana u procentima. Rezultati su prikazani u Tabeli 3.

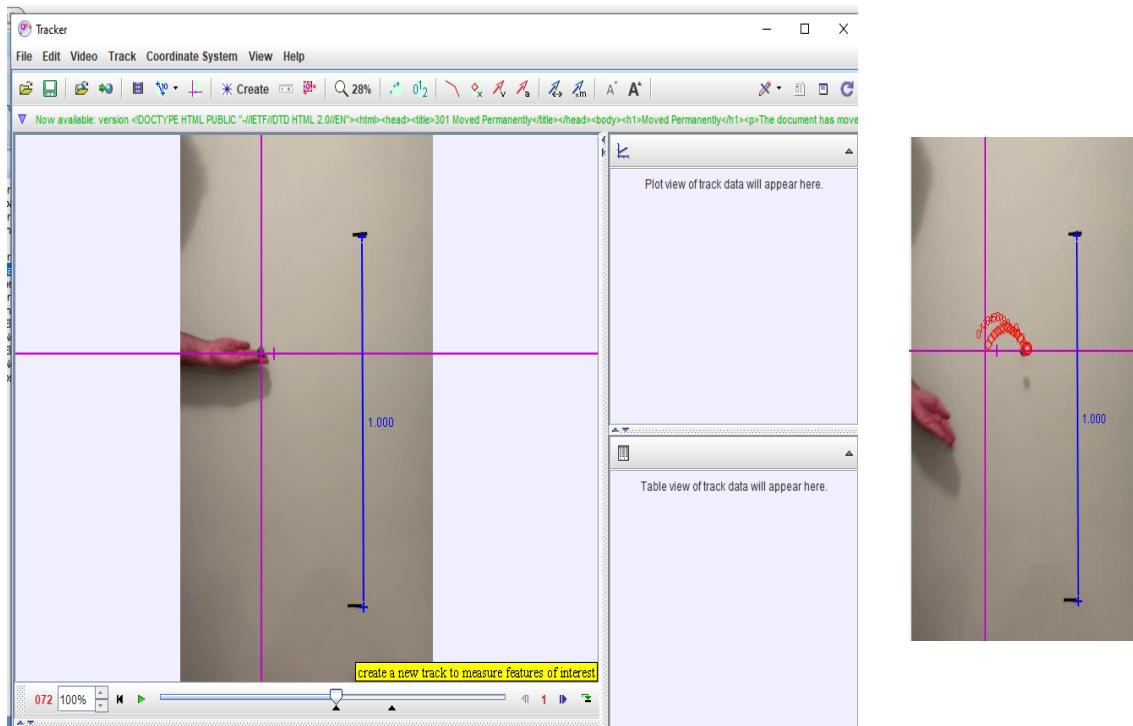
Tabela 3. Vrednosti za domet i maksimalnu visinu kod kosog hica i odgovarajuće greške

α (°)	H (m)	$H_{rač}$ (m)	δ_H (%)	D (m)	$D_{rač}$ (m)	δ_D (%)
30	0,054	0,047	12,8	0,293	0,263	21,7
	0,042		10,6	0,210		21,2
45	0,106	0,094	12,7	0,239	0,200	19,5
	0,086		8,5	0,163		18,5
60	0,158	0,142	11,3	0,375	0,322	16,5
	0,130		8,5	0,267		17,1

Najveći problem kod izvođenja kosog hica ovom metodom, kao i ispitivanja važenja relacija za domet i maksimalnu visinu vodenog mlaza, predstavlja upravo rasprskivanje vodenog mlaza. Usled toga, dolazi do velikih odstupanja eksperimentalno dobijenih vrednosti ovih veličina od teorijskih vrednosti.

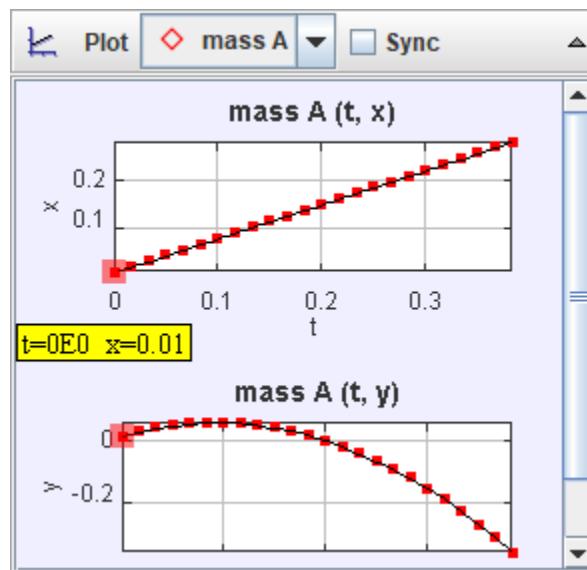
3.2.2. Analiza kosog hica pomoću Tracker-a

Da bi se Tracker-om analizirao kosi hitac, snimljeno je kretanje bačene olovne kuglice. Ovaj video zapis je snimljen sa 60 kadrova u sekundi. U kadru su postavljene dve oznake postavljene na rastojanju od jednog metra kako bi se mogla izvršiti kalibracija. Koordinatni sistem je bio postavljen tako da se kuglica u početnom trenutku kretanja nalazila u centru koordinatnog sistema (Slika 13). Odabrana je veličina koraka za praćenje 1 jer je bilo moguće koristiti opciju auto praćenja.



Slika 13. Prikaz kalibracione trake i koordinatnog sistema u prozoru Tracker-a i slika praćenja kuglice

Kretanje kuglice može lepo da se opiše ukoliko se analiziraju grafici zavisnosti x i y koordinate od vremena (Slika 14) i zavisnosti brzine od vremena, kao i zavisnosti x i y komponente brzine od vremena.



Slika 14. Slika grafika položaja kuglice na x i y-osi od vremena

Na graficima se može prepoznati da je kretanje tela duž x ose ravnomerno kretanje, a duž y-ose pravolinijsko kretanje sa stalnim ubrzanjem, i to tako da je ubrzanje usmereno suprotno od početne brzine tela.

Na isti način kao što je opisano u poglavlju 3.1.2. može se odrediti gravitaciono ubrzanje Zemlje. U primeru prvog praćenja kosog hica, za vrednost koeficijenta pravca A koji predstavlja vrednost gravitacionog ubrzanja Zemlje je dobijeno $9,84 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Pomoću alata Tracker se mogu dobiti vrednosti fizičkih veličina za dalju analizu. Početna vrednost y komponenti brzine je: $v_{0y} = 1,139 \text{ m/s}$, a srednja vrednost x komponente brzine (ova srednja vrednost je dobijena primenom statističke analize u Data Tools-u) koja je ujedno i početna je $v_{0x} = 0,665 \text{ m/s}$.

Ugao pod kojim je telo bačeno u odnosu na x osu se može odrediti kao $\alpha = \arctg\left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right) = 60^\circ$.

Pošto je vreme penjanja kuglice $t = v_{0y}/g$, maksimalna visina do koje će se kuglica popeti se može izraziti kao:

$$y_{max} = H = \frac{v_{0y}^2}{2g}$$

a domet izrazom:

$$x_{max} = D = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}$$

Kada se ovi izrazi izračunaju za navedene vrednosti x i y komponente brzine dobijene Tracker-om, kao teorijski očekivana maksimalna visina i domet se dobijaju sledeće vrednosti:

$$y_{max} = H = 0,066 \text{ m} \text{ i } x_{max} = D = 0,154 \text{ m}$$

Ove vrednosti očitane sa grafika zavisnosti x i y koordinate od vremena (u Tracker-u) iznose 0.063m i 0,150m. U ovom primeru, relativno odstupanje za maksimalnu visinu je 4,5%, a za domet 2.6%.

Kao što je urađeno kod određivanja gravitacionog ubrzanja Zemlje pomoću Tracker-a (u delu 3.2.1), i ovaj eksperiment se može ponoviti više puta, odnosno isti snimak se može analizirati iznova, radi uvežbavanja ili ukoliko je potrebno da se računanjem srednje vrednosti više merenja smanji odstupanje eksperimentalno dobijene od teorijski dobijene vrednosti.

3.3. Elastični i neelastični sudar

Sudar predstavlja izolovan događaj dva ili više tela koja deluju jedno na drugo posrednom silom u kratkom vremenskom intervalu. Razlikujemo elastične i neelastične sudare.

Kod elastičnih sudara važi zakon održanja impulsa i zakon održanja energije.

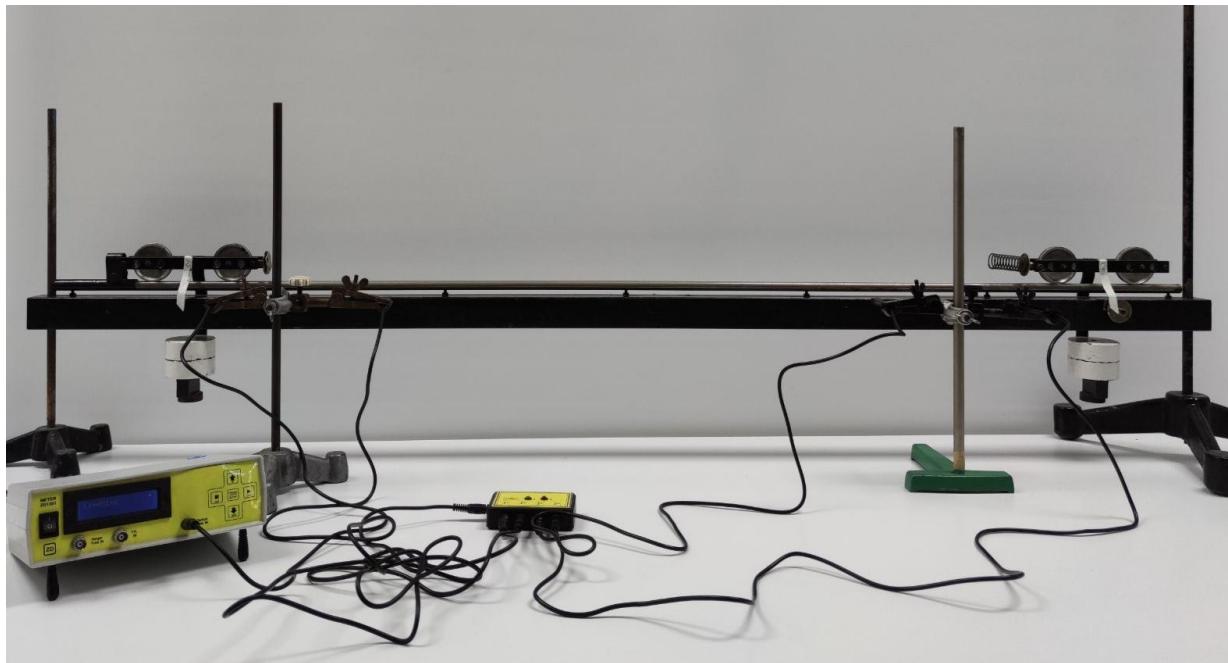
Kod neelastičnog sudara, važi zakon održanja impulsa. Kinetička energija tela prelazi u neki drugi vid nemehaničke energije, pa zakon održanja energije ovde ne važi.

3.3.1. Eksperimentalna provera zakona održanja impulsa i zakona održanja energije kod elastičnog i neelastičnog sudara

Aparatura za izvođenje eksperimenta kojim proveravamo zakon održanja impulsa kod neelastičnog sudara, kao i zakone održanja impulsa i energije kod elastičnog sudara je prikazana na Slici 15. Sastoji se od dvoje kolica, šine po kojima se kolica kreću, seta tegova i dva hronometra. Novije verzije aparatura, kao što je ona koja je korišćena za eksperimentalnu proveru za potrebe izrade ovog rada, umesto mehaničkih hronometara sadrže parove optičkih kapija sa digitalnim brojačima za merenje vremena prolaska kolica na šini.

Izborom tegova, menja se masa pojedinačnih kolica koja učestvuju u sudaru. Kolica se kreću po šini. Na kraj jednih kolica, na strani gde dolazi do kontakta između dvoje kolica, montirana je opruga. Prvi par optičkih kapija i digitalni brojač mere vreme prolaska prvih kolica. Znajući rastojanje između optičkih kapija, kao i vreme prolaska kolica između njih, određuje se brzina prvih kolica. Druga kolica miruju i nakon sudara dvoje kolica, bivaju ubrzana i prolaze kroz drugi par optičkih kapija. Na ovaj način pomoću hronometra meri se njihovo vreme prolaska između optičkih kapija. Znajući rastojanje između optičkih kapija, određuje se brzina drugih kolica. Na ovaj način se izvodi elastičan sudar.

Ukoliko se na kolica postave dva jaka magneta, umesto opruge, pa ona posle sudara nastave da se kreću kao jedno telo, ovim setom aparatura se može ispitati neelastičan sudar.



Slika 15. Aparatura za ispitivanje elastičnog i neelastičnog sudara

3.3.1.1. Provera važenja zakona održanja impulsa i zakona održanja energije kod elastičnog sudara

Kao što je napisano, za proveru važenja zakona održanja impulsa kod elastičnog sudara između dvoje kolica se postavlja opruga. Prva kolica se pokrenu, prolaze kroz prvi par optičkih kapija i hronometar beleži vreme prolaska kolica. Znajući rastojanje između optičkih kapija, određuje se brzina v_1 . Kada dođe do sudara, dolazi do pokretanja drugih kolica, koja su do tad mirovala. Druga kolica prolaze kroz drugi par optičkih kapija i beleži se njihovo vreme prolaska t_2' , pa se može odrediti i brzina drugih kolica v_2' . Mereći masu pojedinačnih kolica m_1 i m_2 , može se proveriti važenje zakona održanja impulsa, datog relacijom:

$$m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

Takođe, može se proveriti i važenje zakona održanja energije, datog relacijom:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}$$

Odnosno, proveriti koliko eksperimentalno dobijena vrednost brzine drugih kolica v_2' odstupa od teorijski izračunate vrednosti v_{2t}' dobijene relacijom:

$$v_{2t}' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Takođe, može se izračunati relativno odstupanje eksperimentalno dobijenih brzina drugih kolica, od teorijski dobijenih vrednosti. Podaci se unose u tabelu (Tabela 4).

Tabela 4. Merene i računate brzine i odgovarajuće greške

m_1 (kg)	m_2 (kg)	t_1 (s)	t_2 (s)	v_1 ($\frac{\text{m}}{\text{s}}$)	v_2' ($\frac{\text{m}}{\text{s}}$)	v_{2t}' ($\frac{\text{m}}{\text{s}}$)	$\delta_{v_2'}$ (%)
1,5	1,5	0,378	0,429	0,516	0,455	0,516	11,8
1,5	1	0,491	0,461	0,396	0,423	0,475	10,9
1	1,5	0,426	0,654	0,458	0,298	0,366	18,6

Rastojanje između optičkih kapija iznosi $s = 0,195$ m. U sva tri merena slučaja, brzina prvih kolica nakon sudara je iznosila $v_1' = 0$, jer su se kolica zaustavila.

Znajući vrednosti masa i brzina tela, računajući njihove energije pre i posle sudara, moguće je proveriti zakon održanja energije, kao i relativno odstupanje eksperimentalno dobijenih vrednosti energije, od teorijskih vrednosti. Podaci su dati u Tabeli 5.

Tabela 5. Merene i računate vrednosti energija i odgovarajuće greške

m_1 (kg)	m_2 (kg)	v_1 ($\frac{m}{s}$)	$v_{2t'}$ ($\frac{m}{s}$)	$v_{2t'}$ ($\frac{m}{s}$)	E (J)	E_t (J)	δ_E (%)
1,5	1,5	0,516	0,455	0,516	0,155	0,199	22,1
1,5	1	0,396	0,423	0,475	0,089	0,112	20,5
1	1,5	0,458	0,298	0,366	0,066	0,105	37,1

Takođe, može se na isti način proveriti važenje zakona održanja impulsa, kao i relativno odstupanje eksperimentalno dobijenih vrednosti impulsa, od teorijskih vrednosti. Podaci su dati u Tabeli 6.

Tabela 6. Merene i računate vrednosti impulsa i odgovarajuće greške

m_1 (kg)	m_2 (kg)	v_1 ($\frac{m}{s}$)	$v_{2t'}$ ($\frac{m}{s}$)	$v_{2t'}$ ($\frac{m}{s}$)	p ($\frac{kg \cdot m}{s}$)	p_t ($\frac{kg \cdot m}{s}$)	δ_p (%)
1,5	1,5	0,516	0,455	0,516	0,683	0,774	11,8
1,5	1	0,396	0,423	0,475	0,423	0,475	10,9
1	1,5	0,458	0,298	0,366	0,447	0,458	2,4

3.3.1.2. Provera važenja zakona održanja impulsa kod neelastičnog sudara

U slučaju provere zakona održanja impulsa i zakona održanja energije pomoću date aparature kod neelastičnih sudara, umesto opruge, na kontaktne krajeve kolica stavljuju se magneti. Na taj način, prilikom sudara se dvoje kolica spajaju i zajedno nastavljaju da se kreću. Kao i kod elastičnog sudara, prvi par optičkih kapija, zajedno sa hronometrom meri vreme prolaska prvih kolica t_1 . Prolazeći kroz drugi par optičkih kapija meri se vreme prolaska dvoje spojenih kolica t_2' . Znajući rastojanje između optičkih kapija i vremena prolaska kroz njih, određuju se brzina prvih kolica pre sudara v_1 i brzina spojenih kolica posle sudara $v_{2t'}$. Rastojanje između optičkih kapija iznosi $s = 0,195$ m.

Odnosno, proveriti koliko eksperimentalno dobijena vrednost brzine spojenih kolica $v_{2t'}$ odstupa od teorijski izračunatne vrednosti $v_{2t'}$ dobijene po relaciji:

$$v_{2t'} = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

Takođe, može se izračunati relativno odstupanje eksperimentalno dobijenih brzina kolica, od teorijski izračunatih vrednosti. Podaci su dati u Tabeli 7.

Tabela 7. Merene i računate brzine i odgovarajuće greške

m_1 (kg)	m_2 (kg)	t_1 (s)	t_2 (s)	v_1 ($\frac{m}{s}$)	$v_{2t'}$ ($\frac{m}{s}$)	$v_{2t'}$ ($\frac{m}{s}$)	$\delta_{v_{2t'}}$ (%)
1,5	1,5	0,321	0,736	0,607	0,265	0,304	12,8
1,5	1	0,458	1,004	0,426	0,181	0,194	40,6
1	1,5	0,301	0,924	0,648	0,211	0,259	18,5

Kao i kod elastičnog sudara, može se na isti način proveriti važenje zakona održanja impulsa, kao i relativno odstupanje eksperimentalno dobijenih vrednosti impulsa, od teorijskih vrednosti. Podaci su dati u Tabeli 8.

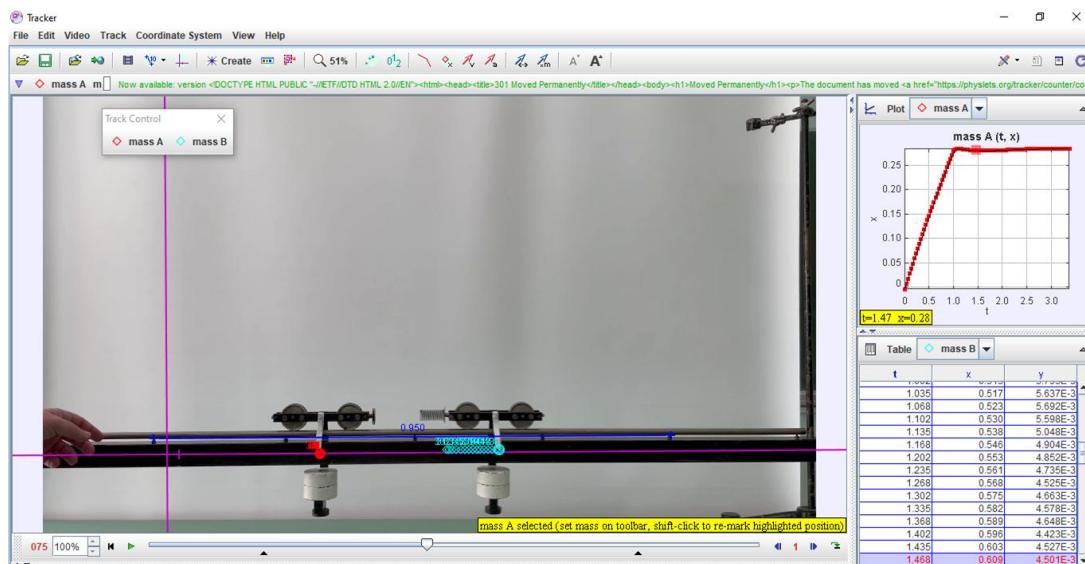
Tabela 8. Merene i računate vrednosti impulsa i odgovarajuće greške

m_1 (kg)	m_2 (kg)	v_1 ($\frac{m}{s}$)	v_2' ($\frac{m}{s}$)	$v_{2t'}$ ($\frac{m}{s}$)	p ($\frac{kg \cdot m}{s}$)	p_t ($\frac{kg \cdot m}{s}$)	δ_p (%)
1,5	1,5	0,607	0,265	0,304	0,795	0,912	12,8
1,5	1	0,426	0,181	0,194	0,452	0,485	6,8
1	1,5	0,648	0,211	0,259	0,527	0,648	18,7

Velika odstupanja koja se uočavaju kod eksperimentalno dobijenih vrednosti energija, odnosno impulsa su posledica nesavršenosti konkretnе aparature. Primetni su gubici energije usled trenja točkova kolica o šinu po kojoj se kreću kolica. Takođe, prilikom sudara, deo energije se gubi i na stvaranje zvučnog talasa.

3.3.2. Primena Tracker-a za proveru zakona održanja impulsa i zakona održanja energije kod elastičnog i neelastičnog sudara

Pomoću Tracker-a se elastični i neelastični sudar mogu detaljno analizirati. Da bi se to uradilo treba napomenuti da se praćenje položaja objekta može uraditi za dva i više tela istovremeno (Slika 16), tako što se nakon završenog praćenja kreira nova materijalna tačka i ponovi postupak na isti način kako je opisano u poglavlju 2.2.2. Za analize video snimaka sudara koje će biti prikazane u radu je korišćeno automatsko praćenje pri čemu je odabrana veličina koraka 1. Brzine su dovoljno male i snimak dovoljno dobrog kvaliteta da na ovaj način može da se uradi precizno praćenje. U kadru snimka se vide držači šine i rastojanje između dva držača koje je izmereno i iznosi 0,950 m je iskorišćeno za kalibraciju. Koordinatni sistem je postavljen tako da kolica 1 započinju kretanje iz centra koordinatnog sistema.



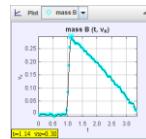
Slika 16. Izgled prozora Tracker kada se prati kretanje dva tela (primer kolica pri elastičnom sudaru)

3.3.2.1. Elastični sudar dva tela jednakih masa kada jedno telo miruje

Kada se učita snimak i završi praćenje oboje kolica, potrebno je analizirati dobijene grafike da bi se odgovarajući podaci iskoristili za ukazivanje na osobine snimljenog procesa. Analiziran je video snimak elastičnog sudara dvoje kolica istih masa ($m_1 = m_2 = m = 1,5 \text{ kg}$).



Grafik 3. Zavisnost brzine od vremena za kolica 1



Grafik 4. Zavisnost brzine od vremena za kolica 2

Sa Grafika 3 se vidi da je brzina kolica 1 neposredno pre sudara $v_1 = 0,32 \text{ m/s}$, i da su se ta kolica posle sudara zaustavila. Sa Grafika 4 se vidi da su kolica 2 mirovala i da je njihova brzina neposredno posle sudara bila $v_2' = 0,30 \text{ m/s}$. Pošto su kolica istih masa već na osnovu ovih vrednosti se može diskutovati o važenju zakona održanja impulsa i energije, a može se i izračunati:

$$p_1 = mv_1 = 1,5\text{kg} \cdot 0,32 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,48 \frac{\text{kgm}}{\text{s}}$$

$$p_2 = mv_2' = 1,5\text{kg} \cdot 0,30 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,45 \frac{\text{kgm}}{\text{s}}$$

$\Delta p = p_1 - p_2 = 0,03 \frac{\text{kgm}}{\text{s}}$ je gubitak impulsa tokom sudara.

Isto tako:

$$E_1 = \frac{mv_1^2}{2} = 0,077 \text{ J}$$

$$E_2 = \frac{mv_2'^2}{2} = 0,068 \text{ J}$$

$\Delta E = E_1 - E_2 = 0,009 \text{ J}$ je gubitak energije tokom sudara.

Na osnovu ovih vrednosti može se zaključiti da jednačine kojima se izražava zakon održanja impulsa i zakon održanja energije nisu u potpunosti zadovoljene. Impuls neposredno pre sudara se prilikom

sudara smanjio za 6,2%, a energija neposredno pre sudara se smanjila za 11,7% pa se dobijena odstupanja mogu smatrati prihvatljivim.

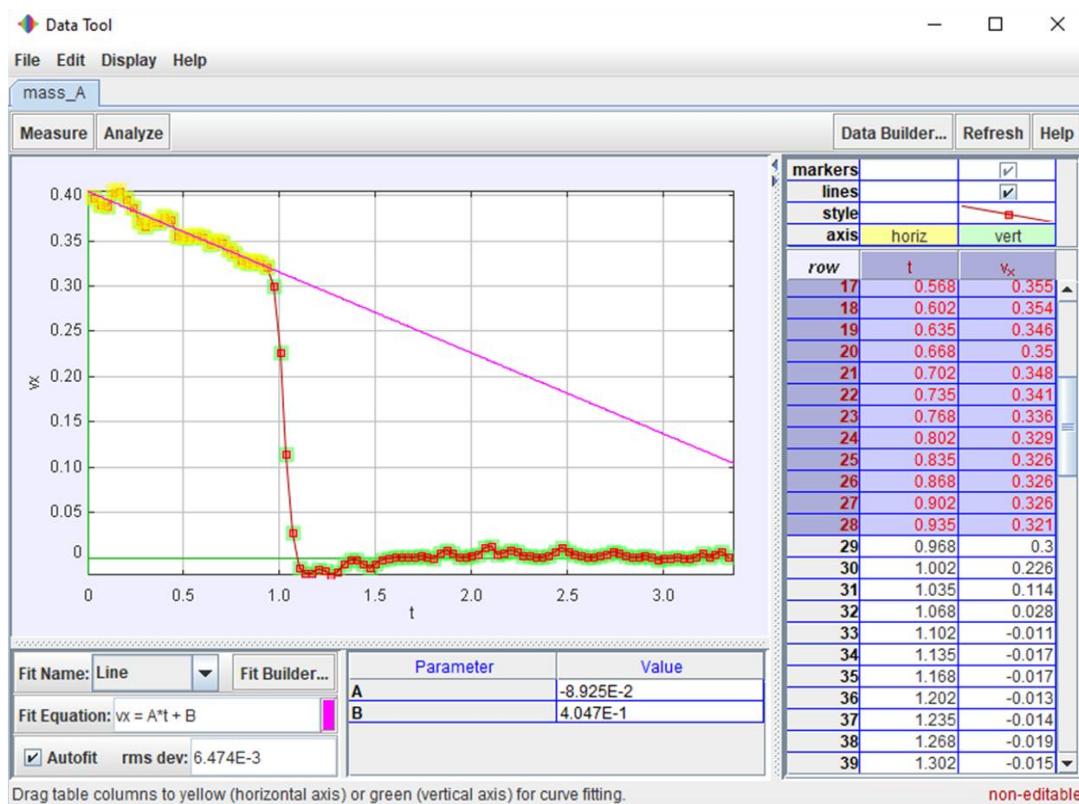
Može se uočiti da se brzina prvih kolica v_1 i pre sudara značajno smanjuje, odnosno da trenje između kolica i šine nije zanemarljivo, slično i za druga kolica (Grafici 3 i 4). Ukoliko se detaljnije analizira grafik zavisnosti brzine prvih kolica od vremena (Grafik 3) može se odrediti i koeficijent trenja između kolica i šine. Potrebno je izabrati opciju analize grafika i u prozoru Data Tool označiti odgovarajuće tačke u tabeli, kako bi se opcijom fitovanja prave dobio koeficijent pravca A (Slika 17).

Za kretanje kolica se može napisati:

$$ma = F_{tr} = \mu mg$$

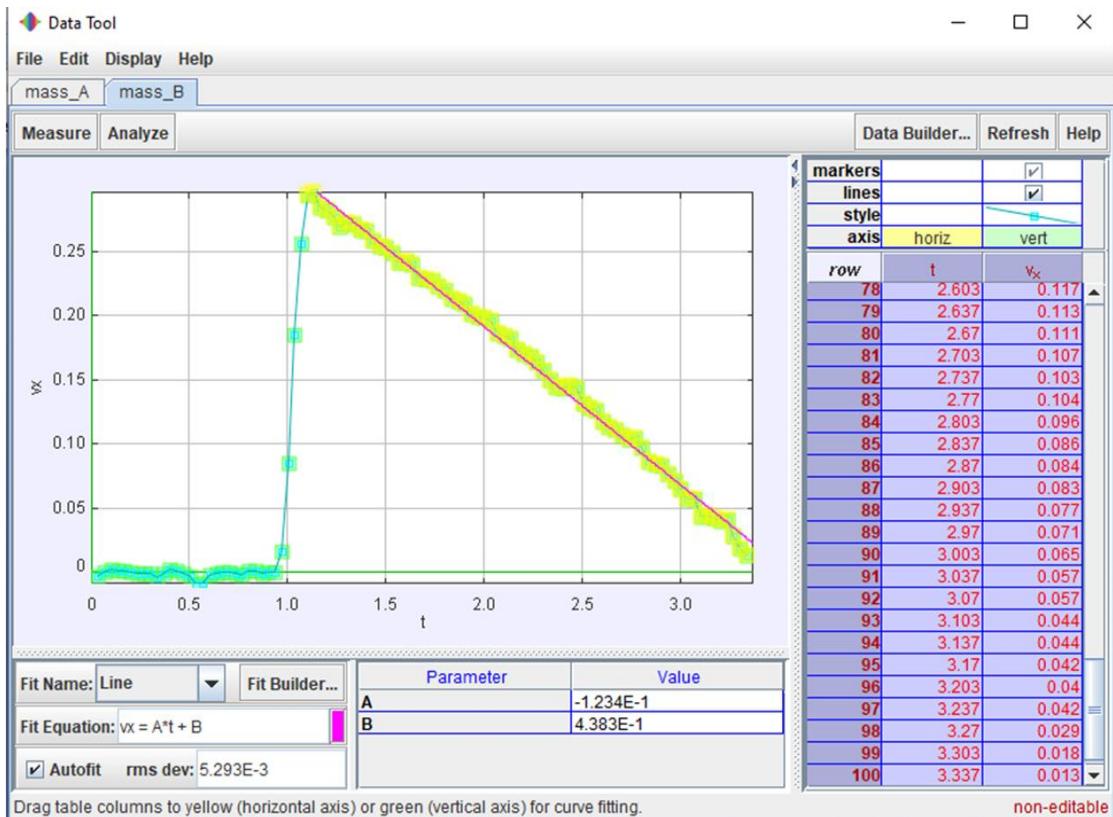
i odatle se dobija da je:

$$\mu = \frac{a}{g}$$



Slika 17. Analiza grafika zavisnosti brzine od vremena za prva kolica

Koristeći dobijene podatke (Slika 17) za koeficijent trenja između prvih kolica i podloge se dobija $\mu_1 = 0,009$, i na isti način se za druga kolica (Slika 18) dobija $\mu_2 = 0,013$. Dakle, u ovom slučaju je koeficijent trenja između drugih kolica i šine veći nego između prvih kolica i šine, što ukazuje na veće nesavršenosti drugih kolica.



Slika 18. Analiza grafika zavisnosti brzine od vremena za druga kolica

Dalje se može odrediti koju bi brzinu imala prva kolica u tački koja odgovara vremenskom trenutku kada je maksimalno sabijena opruga da se sudeo nije desio, odnosno koliko bi se njihova brzina smanjila do te tačke zbog delovanja sile trenja. Koristeći podatke $v_1 = 0,32 \text{ m/s}$, vrednost ubrzanja očitanu kao koeficijent pravca A na prikazanom grafiku (Slika 17) $a = 0,089 \text{ m/s}^2$ i vreme dobijeno kao interval između odgovarajućih trenutaka očitanih u tabeli $t = 1,07\text{s} - 0,94\text{s} = 0,13\text{s}$, dobija se:

$$v'_1 = v_1 - at = 0,32 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,089 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,13\text{s} = 0,31 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Kada se uporedi ova vrednost sa vrednošću brzine drugih kolica neposredno nakon sudara ($v_2' = 0,30 \text{ m/s}$) može se primetiti da je mala razlika u njihovim vrednostima (druga brzina je manja u odnosu na prvu za 3.2%). Ukoliko se ova korekcija uzme u obzir, dobija se da je gubitak impulsa pri sudaru 3,2%, a gubitak energije pri sudaru 6.5%. Znači da je u toku sudara, veći deo izgubljene energije utrošen na savladavanje sile trenja između prvih kolica i šina. Preostali gubitak energije je uzrokovan nesavršenošću opruge, nastalom zvučnim talasom i činjenicom da je maksimalna sila trenja mirovanja drugih kolica nešto veća pa da se u jednom trenutku za njeno savladavanje utroši više energije nego što se trošilo na savladavanje sile trenja kretanja (koja je uzeta u obzir).

3.3.2.2. Neelastični sudar dva tela jednakih masa kada jedno telo miruje

Ovde će biti analiziran neelastičan sudar dvoje kolica istih masa $m_1 = m_2 = m = 1,5 \text{ kg}$.

Kao i u prethodnom delu (3.3.2.2) mogu da se odrede odgovarajuće vrednosti brzina pre i posle sudara, i da se dodatno analiziraju grafici zavisnosti brzine od vremena za prva kolica (Grafik 5). U ovom slučaju bi analiza grafika zavisnosti brzine od vremena za druga kolica bila suvišna jer ona miruju do trenutka sudara, a kada se usled neelastičnog sudara pokrenu kreću se zajedno sa prvim kolicima.

Sa Grafika 5 se vidi da je brzina prvih kolica neposredno pre sudara $v_1 = 0,47 \text{ m/s}$, i da su nakon sudara kolica nastavila da se kreću manjom brzinom (na snimku se vidi da je sudar među kolicima bio neelastičan i da su nakon sudara nastavila zajedno da se kreću prva i druga kolica). Brzina oboje kolica nakon sudara je $v_2' = 0,23 \text{ m/s}$. Kolica su istih masa tako da je masa tela nakon sudara dva puta veća od mase prvih kolica i može se primetiti da je odnos brzina $v_2'/v_1 = 0,49$, odnosno da se brzina približno smanjila dva puta.



Grafik 5. Zavisnost brzine od vremena za kolica 1 (vrednosti pre sudara – levo, posle sudara –desno)

Dodatno, da bi se proverilo važenje zakona održanja impulsa, kao i to da ne važi zakon održanja energije mogu se izračunati njihove vrednosti pre i posle sudara:

$$p_1 = mv_1 = 1,5\text{kg} \cdot 0,47 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,70 \frac{\text{kgm}}{\text{s}}$$

$$p_2 = 2mv_2' = 2 \cdot 1,5\text{kg} \cdot 0,23 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,69 \frac{\text{kgm}}{\text{s}}$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = 0,01 \frac{\text{kgm}}{\text{s}} \text{ je gubitak impulsa tokom sudara.}$$

Dakle, impuls neposredno pre sudara se prilikom sudara smanjio za 1,4% pa se može zaključiti da je pokazano važenje zakona održanja impulsa.

Isto tako:

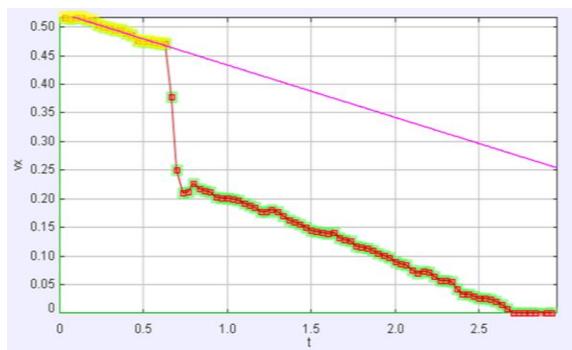
$$E_1 = \frac{mv_1^2}{2} = 0,166 \text{ J}$$

$$E_2 = \frac{2mv_2'^2}{2} = 0,079 \text{ J}$$

$\Delta E = E_1 - E_2 = 0,087 \text{ J}$ je gubitak energije tokom sudara.

Energija neposredno pre sudara se tokom sudara smanjila za 47,6% tako da može da se zaključi da je pokazano da u ovom slučaju ne važi zakon održanja energije, kao što je i poznato za neelastičan sudar.

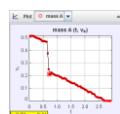
Na isti način kao što je opisano na primeru elastičnog sudara, može se odrediti koeficijent trenja između kolica i šine. Koristeći koeficijent pravca prave (Grafik 6) dobija se da je koeficijent trenja između prvih kolica i šine $\mu_1 = 0,009$ što je ista vrednost kao i vrednost dobijena kod analize elastičnog sudara.



Grafik 6. Linearizacija grafika zavisnosti brzine od vremena za kolica 1

Na isti način se može odrediti i koeficijent trenja između dvoje kolica i šina, i dobija se da je $A = -0,0915$ $\mu_{1,2} = 0,012$. Ova dobijena vrednost je u skladu sa tim što je u analizi elestičnog sudara pokazano da je koeficijent trenja između drugih kolica i šine veći.

Dodatno, grafik zavisnosti brzine od vremena može da se iskoristi da bi se ukazalo na razliku između trenja mirovanja (statičkog koeficijenta trenja) i trenja kretanja (dinamičkog koeficijenta trenja). Konkretno, u dva kadra u momentu pokretanja drugih kolica je zabeležena niža vrednost brzine $v_2' = 0,21 \text{ m/s}$, što je uočljivo na Grafiku 7. i u skladu sa poznatim osobinama koeficijenta trenja.



Grafik 7. Zavisnost brzine od vremena za kolica 1 (momenat pokretanja drugih kolica)

Može se uraditi i analiza gde se polazi od činjenice da je u slučaju neelastičnog sudara poznato koju energiju će telo imati nakon sudara. Ukoliko se na osnovu zakona održanja impulsa odredi brzina koju bi telo koje čine dvoje kolica trebalo da ima nakon apsolutno neelastičnog sudara dobija se:

$$v_{2'} = \frac{m_1}{m_1+m_2} v_1 = \frac{1}{2} v_1 = 0,235 \text{ m/s}$$

Ukoliko se iskoristi ova vrednost može se dobiti teorijska vrednost energije posle sudara. Dobija se:

$$E_2 = \frac{2mv_2'^2}{2} = 0,083 \text{ J}$$

U ovom slučaju, pošto je u pitanju neelastični sudar poznato je iz teorije da dolazi do gubitka energije. Može se izračunati odstupanje eksperimentalne vrednosti promene energije od teorijske vrednosti:

$$\Delta E = E_{2\text{teor}} - E_{2\text{exp}} = 0,083 \text{ J} - 0,079 \text{ J} = 4 \text{ mJ}$$

što je odstupanje od 4,8% u odnosu na teorijsku vrednost.

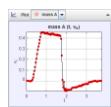
Takođe, isto kao kod elastičnog sudara može se odrediti koliko bi se brzina smanjila svakako zbog delovanja trenja. Koristeći odgovarajuće podatke $a = 0,0915 \text{ m/s}^2$ i $t = 0,70\text{s} - 0,63\text{s} = 0,07\text{s}$, dobija se:

$$\Delta v = at = 0,0915 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,07\text{s} = 0,006 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

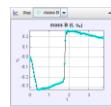
Pored gubitaka energije zbog trenja, deo se gubi i u obliku topote i zvuka prilikom sudara.

3.3.2.3. Elastični sudar dva tela istih masa kada se ova dva tela kreću

U ovom primeru je analiziran video snimak elastičnog sudara dvoje kolica istih masa od po 1 kg, koja su gurnuta jedna prema drugim. Koordinatni sistem je postavljen tako da se kolica 1 u početnom trenutku nalaze u koordinatnom početku.



Grafik 8. Zavisnost brzine od vremena za kolica 1



Grafik 9. Zavisnost brzine od vremena za kolica 2

Na Graficima 8. i 9. se vidi da se kolica 1 i 2 kreću u istim uslovima i da se na isti način mogu opisati njihove brzine. Takođe, lako se može videti, što je poznato i iz postavke, da se kolica 2 kreću u suprotnom smeru. Kolica 2 su pokrenuta prva, to se može videti i na snimku i to se može videti i

poređenjem grafika. U kratkom vremenskom intervalu kolica 1 miruju. Za razliku od prethodnih analiza u ovom primeru je praćenje kolica urađeno i u vremenu dok su kolica pokretana. Njihova brzina se od vrednosti 0 povećava, odnosno kreću se ravnomerno ubrzano sve dok se pokreću guranjem. U momentu kada se kolica puste i nastave da se kreću po inerciji bez delovanja pokretačke sile vidi se da se vrednosti brzine smanjuju pod dejstvom sile trenja. Koeficijent trenja može biti izračunat kako je ranije već opisano.

Brzine neposredno pre sudara dobijene Tracker-om su $v_1 = 0,42 \text{ m/s}$ i $v_2 = -0,24 \text{ m/s}$, a brzine neposredno posle sudara su $v_1' = -0,09 \text{ m/s}$ i $v_2' = 0,26 \text{ m/s}$. Pa se može izračunati:

$$p_1 = 1\text{kg} \cdot (0,42 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,24 \frac{\text{m}}{\text{s}}) = 0,18 \frac{\text{kgm}}{\text{s}}$$

$$p_2 = 1\text{kg} \cdot (0,26 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,09) = 0,17 \frac{\text{kgm}}{\text{s}}$$

$\Delta p = p_1 - p_2 = 0,01 \frac{\text{kgm}}{\text{s}}$ je gubitak impulsa tokom sudara, što je 5,6%.

Ovo odstupanje se može prihvati tako da se može reći da je pokazano da važi zakon održanja impulsa.

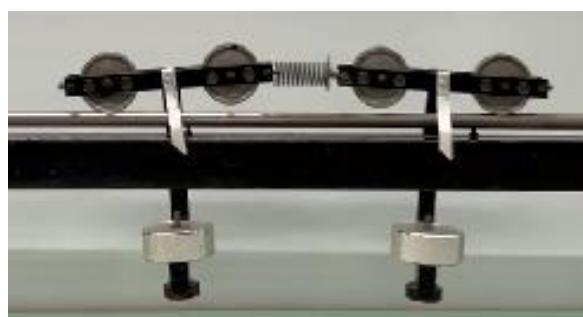
Za energije se dobija:

$$E_1 = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} = 0,117 \text{ J}$$

$$E_2 = \frac{mv_1'^2}{2} + \frac{mv_2'^2}{2} = 0,038 \text{ J}$$

$\Delta E = E_1 - E_2 = 0,08 \text{ J}$ je gubitak energije tokom sudara, što je 68,4%.

Razmatranjem ovih vrednosti može se videti da je došlo do velike greške. Za ovaj primer to je i potvrđeno analizom video snimka gde se vidi da je prilikom sudara došlo do promene položaja tela i duž y-ose, odnosno da su kolica pri sudaru poskočila (Slika 19).



Slika 19. Jeden položaj kolica za vreme međusobnog kontakta

Zbog uočene velike greške pri izvođenju eksperimenta, detaljnija analiza neće biti urađena. Pošto je uzrok nastalog problema nesavršenost aparature, može se prepostaviti da je isto delom uzrokovalo i odstupanja kod izvođenja klasičnog eksperimenta (deo 3.3.1).

4. Prednosti i nedostaci primene alata *Tracker* u odnosu na klasično izvođenje prikazanih eksperimenata

Kod određivanja gravitacionog ubrzanja Zemlje klasičnim eksperimentom je korišćena odgovarajuća aparatura pomoću koje se dobijaju izuzetno precizno određene vrednosti vremena pa se dobija i dobar eksperimentalni rezultat za gravitaciono ubrzanje, koji odstupa od teorijske vrednosti 0,3%. U primeni *Tracker*-a na primeru određivanja gravitacionog ubrzanja Zemlje se nailazi na problem koji se ogleda u tome da nakon svega 0,33 sekunde (to je podatak koji se može pročitati za kadar gde se prvi put vidi manje jasna slika lopte), relativno velika brzina kretanja tela zahteva kvalitetniji video snimak (od minimalno 60 kadrova u sekundi) i pri analizi opet može doći do slabog "razmazivanja" slike pa je automatsko praćenje kretanja onemogućeno, a ručno praćenje kretanja otežano. Ipak u prikazanoj analizi je dobijeno relativno odstupanje od 0,7% u odnosu na teorijsku vrednost, što je prihvatljivo i uporedivo sa rezultatom klasičnog eksperimenta. Dakle, kod primera slobodnog pada najveća prednost primene *Tracker*-a je to što za određivanje gravitacionog ubrzanja Zemlje na ovaj način nije potrebna nikakva aparatura, i dodatno, a u skladu sa tim, pogodan je za primenu za učenje na daljinu.

Kod klasično izvedenog kosog hica se dobijaju odstupanja između eksperimentalnih i teorijskih vrednosti maksimalne visine između 8,5% i 12,8%, a dometa između 16,5% i 21,7%. U primeru analize *Tracker*-om, dobijeno je relativno odstupanje za maksimalnu visinu od 4,5%, a za domet 2,6%. Može se primetiti da su odstupanja dobijena video analizom značajno manja. Kod video analize, opet je isti problem koji se javlja kao kod analize slobodnog pada, odnosno potrebno je obezbediti dovoljno kvalitetan video snimak, teže je praćenje ili mora da se bira kretanje gde će brzina kretanja biti dovoljno mala. Pored eventualne poteškoće prilikom pripreme video snimka, u ovom primeru se može sugerisati da primana *Tracker*-a može biti pogodna jer na taj način se prevazilaze nedostaci klasične aparature. Dodatno, video analiza kosog snimka se pokazala kao dobra i za određivanje gravitacionog ubrzanja Zemlje, a isto kao i kod prvog primera, nije potrebna nikakva aparatura. Na ovaj način mogu se, kao zanimljivi primeri kosog hica, analizirati snimci bacanja lopte u koš ili šuta na gol (određivanje početne brzine i slično).

Kod elastičnog i neelastičnog sudara video analiza je urađena na primeru snimljenog pomoću dela eksperimentalne aparature. Snimljeno je kretanje kolica duž šine, ali nisu korišćeni senzori koji su neophodni za klasično eksperimentalno merenje. Snimak ovog eksperimenta nije morao biti velikog kvaliteta jer nisu velike brzine tela. Dakle, može se primetiti da je mnogo lakše opremiti se za realizaciju sudara za video analizu nego klasičan eksperiment. Odstupanja eksperimentalnih od teorijskih vrednosti dobijena *Tracker*-om su značajno manja od odstupanja dobijenih klasičnim eksperimentom. Pored toga, video analiza je dobar alat za izuzetno detaljnu analizu kretanja i sudara koja uzima u obzir delovanje sile trenja i može koristiti za otkrivanje problema pri izvođenju eksperimenta (koji bi realizatoru i posmatraču inače ostali neprimećeni). *Tracker*-om se kao primeri elastičnog i neelastičnog sudara mogu analizirati snimci kretanja bilijarskih kugli, Njutnovog klatna i slično, odnosno daje velike mogućnosti za analizu raznih primera.

5. Zaključak

Koristeći programe poput Tracker-a, učenici i studenti su u mogućnosti izvesti eksperiment na potpuno drugačiji način nego u laboratoriji. Pokazano je da se za izvođenje eksperimenta, služeći se Tracker-om, nije potrebno posedovati laboratorijsku opremu, što je jedna velika prednost. Upotreba Tracker-a zahteva od korisnika i savladavanje novih izazova, kao što je rad na računaru, crtanje i tumačenje grafika, modelovanje fizičkih procesa. Ipak, Tracker ne može biti zamena za laboratorijska merenja i klasičan eksperiment, već predstavlja odličnu dopunu klasičnom načinu izvođenja eksperimenata.

Literatura

- Aguilar-Marín, P., Chavez-Bacilio, M., Jáuregui Rosas, S. (2018). Using analog instruments in Tracker video-based experiments to understand the phenomena of electricity and magnetism in physics education. *European Journal of Physics*, 39(3): 035204
- Antimirova, T. & Milner-Bolotin, M. (2009). A brief introduction to video analysis. *Physics in Canada*, 65(2), 74.
- Asbanu, D. (2021). Application of scientific guided inquiry assisted video analysis Tracker to improve science generic skills. *International Journal of Current Science Research and Review*, 4(12), 1693-1696
- Auer, M., Pester, A., Ursutiu, D. and Samoila, C. (2003). Distributed virtual and remote labs in engineering. *IEEE International Conference on Industrial Technology*, 1208-1213, Villach, Austria.
- Brown, D. & Cox, A. J. (2009). Innovative uses of video analysis. *The Physics Teacher*, 47(3), 145-150.
- Butulija, D. (2011). Metodička obrada periodičkih gibanja analizom video zapisa(Diplomski rad). Prirodoslovno-matematički fakultet Sveučilišta u Zagrebu
- Chapichai, N., & Wattanakasiwich, P. (2010). Teaching Physics with Basketball. *AIP Conference Proceedings*, 1263, 212-215.
- Chernetckiy, I., Slipukhina, I., Kurylenko, N., Mienialov, S. & Opachko, M. (2021). The application of Tracker video analysis for distance learning of physics. 17th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications. Integration, Harmonization and Knowledge Transfer. Volume I: Main Conference, PhD Symposium, and Posters, ICTERI 2021 ; 3013:182-192.
- Eadkhong, T.; Rajsadorn, R.; Jannual, P.; Danworaphong, S. (2012). Rotational dynamics with Tracker. *European Journal of Physics*, 33(3), 615-622.
- Fianti, Listiagfiroh, W. & Susilo (2020). Video tracker analysis: a strategy for measuring students communication and collaboration skills. *Journal of Physics: Conference Series*, 1567: 022019.
- Hockicko P., Krišt'ák L. and Němec M. 2015 Development of students' conceptual thinking by means of video analysis and interactive simulations at technical universities Eur. J. Eng. Educ. 40 145-166
- Kapor, A., Skuban, S. & Stanivuk, Lj. (2012). Demonstracioni eksperimenti u nastavi fizike I. Univerzitet u Novom Sadu, Prirodno-matematički fakultet.
- Kinchin, J. (2012). Tracker demonstrates circular motion. *Physics Education*, 47(1), 15–17. <https://doi.org/10.1088/0031-9120/47/1/F06>
- Kinchin J. 2016 Using Tracker to prove the simple harmonic motion equation Phys. Educ. 053003 53003

- Jesus, V. L. B. & Sasaki, D. G. G. (2018). A simple experiment to determine the moments of inertia of the fidget spinner by video analysis. *The Physics Teacher*, 56(9), 639-642.
- Leme J. C., & Oliveira A. (2017). Pendulum underwater — an approach for quantifying viscosity. *The Physics Teacher* 55(9): 555–557.
- Margetić, N. (2011). Metodička obrada gibanja analizom video zapisa (Diplomski rad). Prirodoslovno-matematički fakultet Sveučilišta u Zagrebu
- Milner-Bolotin, M., Kotlicki, A., & Rieger, G., (2007). Can students learn from lecture demonstrations: The role and place of interactive lecture experiments in large introductory science courses. *Journal of College Science Teaching*, 36(4), 45-49.
- Mulyati, D., Septiningrum, A., Ambarwulan, D. & Astra, I. (2020). The development of guided inquiry student worksheet using Tracker video analysis for kinematics motion topics. *Journal of Physics Conference Series* 1491:012062
- Onorato, P., Mascheretti, P., & DeAmbrosis, A. (2012). Investigating the magnetic interaction with Geomag and Tracker video analysis: static equilibrium and anharmonic dynamics. *European Journal of Physics*, 33(2), 385-395.
- Ramli, M., Chan, K. & Fen, W. (2016). Study of simple pendulum using Tracker video analysis and high speed camera: An interactive approach to analyze oscillatory motion. *Solid State Science and Technology*, 24(2), 297-305.
- Rodrigues, M., & Simeão Carvalho, P. (2014). Teaching optical phenomena with Tracker. *Physics Education*, 49(6), 671–677. <https://doi.org/10.1088/0031-9120/49/6/671>
- Sirisathitkul, C., Glawtanong, P., Eadkong, T. & Sirisathitkul, Y. (2013). Digital video analysis of falling objects in air and liquid using Tracker. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 35(1), 1504, 1-6.
- Sokoloff, D.R., Thornton, R.K., & Laws, P.W., (2004). Real time physics. John Wiley and Sons.
- Subali, B., Ulqia, N., Ellianawati., & Siswanto, S. (2021). Momentum concept learning using Tracker as a virtual experiment model: Looking at students' learning independence. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Fisika Al-BiRuNi*, 10(1), 19-28.
- Trocaru, S., Berlic, C., Miron, C., & Barna, V. (2020). Using tracker as video analysis and augmented reality tool for investigation of the oscillations for coupled pendula. *Romanian Reports in Physics*, 72(1).
- Vera, F., Rivera, R. & Fuentes, R. (2013). Learning physics with video analysis. *Nuevas Ideas en Informática Educ.* TISE, 121-125.
- Wee, L. K., Chew, C., Goh, G. H., Tan, S. & Lee T. L. (2012). Using Tracker as a pedagogical tool for understanding projectile motion. *Physics Education*, 47(4), 448-453.

Wee, L. K. & Lee, T. L. (June, 2011). Video analysis and modeling tool for physics education: A workshop for redesigning pedagogy. Workshop at the *4th Redesigning Pedagogy International Conference*, 1-5, Singapore.

Wee, L. K. , & Leong, T. K. (2015). Video Analysis and Modeling Performance Task to Promote Becoming Like Scientists in Classrooms. *American Journal of Educational Research*, 3(2), 197-207.

Wee, L. K., Tan, K. K., Leong, T. K., & Tan, C. (2015). Using tracker to understand “toss up” and free fall motion: A case study. *Physics Education*, 50(4), 436–442. <https://doi.org/10.1088/0031-9120/50/4/436>

What You Can Do with Tracker,

<https://iwant2study.org/lookangejss/00workshop/2015DouglasWolfgang/WhatCanYouDoWithTracker.pdf>

Biografija



Bogdan Bogdanović je rođen 01.04.1987. u Novom Sadu. Osnovnu školu „Jovan Jovanović Zmaj” u Sremskoj Kamenici završava 2002. godine, kada upisuje Elektrotehničku školu “Mihajlo Pupin” u Novom Sadu, smer Elektrotehničar računara. 2006. godine upisuje prirodno-matematički fakultet u Novom Sadu, smer Profesor fizike. Od 2012. godine radi na Katedri za opštu fiziku i metodiku nastave fizike Prirodno-matematičkog fakulteta kao tehnički saradnik. Diplomirao 2018. godine, od kad radi kao stručni saradnik na Katedri za opštu fiziku i metodiku nastave fizike Prirodno-matematičkog fakulteta.

UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET

Ključna dokumentacijska informacija

Redni broj:

RBR

Identifikacioni broj:

IBR

Tip dokumentacije:

TD

Tip zapisa: Elektronski materijal

TZ

Vrsta rada: Master rad

VR

Autor: Bogdan Bogdanović

AU

Mentor: Dr Fedor Skuban

MN

Naslov rada: Mogućnost primene alata Tracker na primerima iz oblasti mehanike

NR

Jezik publikacije: srpski (latinica)

JP

Jezik izvoda: srpski/engleski

JI

Zemlja publikovanja: Republika Srbija

ZP

Uže geografsko područje: Vojvodina

UGP

Godina: 2022

GO

Izdavač: Autorski reprint

IZ

Mesto i adresa: Prirodno-matematički fakultet, Trg Dositeja Obradovića 4, Novi Sad

MA

Fizički opis rada: broj poglavlja: 5 / broj strana: 45 / broj literarnih citata: 32 /

FO

broj tabela: 8/ broj slika: 19 / broj grafika: 9 / broj priloga: 0

Naučna oblast: Fizika

NO

Naučna disciplina: Metodika nastave fizike

ND

Predmetna odrednica/ ključne reči: Eksperiment, video analiza, Tracker

PO

UDK

Čuva se: Biblioteka departmana za fiziku, PMF-a u Novom Sadu

ČU

Važna napomena: nema

VN

Izvod: U radu je opisano kako se pomoću Tracker-a izvodi video analiza i opisani su odabrani primeri primene alata Tracker. Kod svakog primera je opisano

kako se eksperiment realizuje klasično i obrađeni su rezultati merenja, a zatim je s istim ciljem video snimak analiziran pomoću Tracker-a.

Datum prihvatanja teme od NN veća:

DP

17.10.2022.

Datum odbrane:

DO

28.10.2022.

Članovi komisije:

KO

Predsednik:

Dr Maja Stojanović

član:

Dr Sofija Forkapić

član:

Dr Fedor Skuban

UNIVERSITY OF NOVI SAD
FACULTY OF SCIENCE AND MATHEMATICS

Key Words Documentation

Accession number:

ANO

Identification number:

INO

Document type:

DT

Type of record:

TR

Content code:

CC

Author:

AU

Mentor/comentor:

MN

Title:

TI

Language of text:

LT

Language of abstract:

LA

Country of publication:

CP

Locality of publication:

LP

Publication year:

PY

Publisher:

PU

Publication place:

PP

Physical description:

PD

Scientific field:

SF

Scientific discipline:

SD

Subject/ Key words:

SKW

UC

Holding data:

HD

Note:

N

Abstract:

AB

example, it is described how the experiment is carried out classically and the measurement results are processed, and then the video analysis is carried out using Tracker with the same goal.

Accepted by the Scientific Board:

ASB

Defended on:

DE

Thesis defend board:

DB

President: Dr Maja Stojanović

Member: Dr Sofija Forkapić

Member: Dr Fedor Skuban