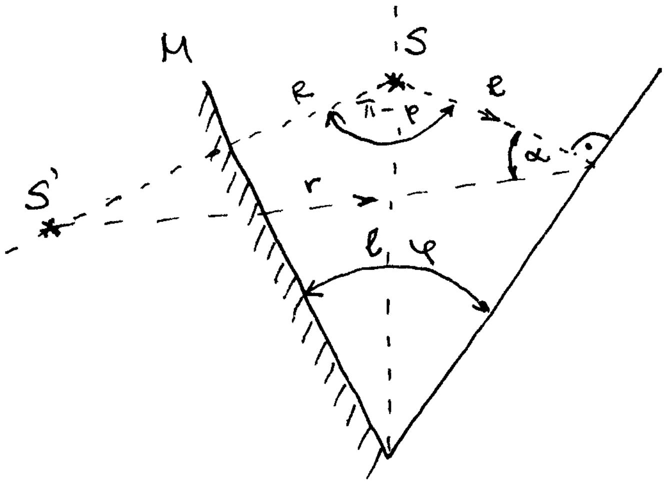
ЕКРАН И РАВНО ОГЛЕДАЛО СТОЈЕ ПОД УГЛОМ $\varphi = 45^\circ$. НА СРЕДИНИ, ИЗМЕЂУ ЕКРАНА И ОГЛЕДАЛА НА РАСТОЈАЊУ $l = 26$ cm ОД ЛИНИЈЕ ПРЕСЕКА НАЛАЗИ СЕ ТАЧКАСТИ ИЗВОР СВЕТЛОСТИ ЈАЧИНЕ $I = 10$ cd. КОЛИКА ЈЕ ЈАЧИНА ОСВЕТЉЕЊА У ТАЧКИ ЕКРАНА КОЈА ЈЕ НАЈБЛИЖА ИЗВОРУ СВЕТЛОСТИ?

РЕШЕЊЕ



$$E = \frac{I}{R^2} + \frac{I}{r^2}\cos\alpha$$

$$R = l \cdot \sin \varphi/2$$

$$r^2 = (2R)^2 + R^2 - 4R^2 \cos(\pi - \varphi)$$

$$r^2 = 4R^2 + R^2 + 4R^2 \cos\varphi$$

$$r^2 = R^2 (5 + 4\cos\varphi)$$

КОЛИКИ ЈЕ УГАО α?

$$(2R)^2 = R^2 + r^2 - 2rR\cos\alpha$$

$$4R^2 = R^2 + 5R^2 + 4R^2\cos\varphi - 2RR\sqrt{5 + 4\cos\varphi} \cdot \cos\alpha \Rightarrow$$

$$2R^2\sqrt{5 + 4\cos\varphi} \cdot \cos\alpha = 2R^2 + 4R^2\cos\varphi \Rightarrow$$

$$\cos\alpha = \frac{1 + 2\cos\varphi}{\sqrt{5 + 4\cos\varphi}}$$

$$E = \frac{I}{R^2} + \frac{I}{R^2} \cdot \frac{1 + 2\cos\varphi}{(5 + 4\cos\varphi)^{3/2}} = \frac{I}{R^2}\left(1 + \frac{1 + 2\cos\varphi}{(5 + 4\cos\varphi)^{3/2}}\right)$$

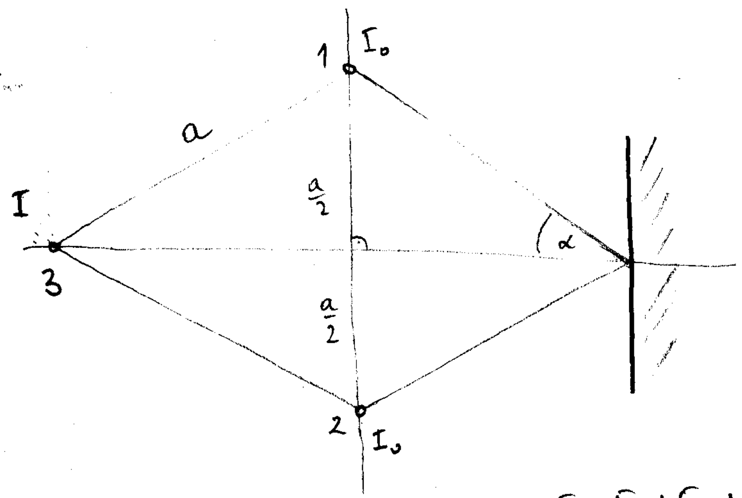
$$E = \frac{I}{l^2 \sin^2 \varphi}\left[1 + \frac{1 + 2\cos\varphi}{(5 + 4\cos\varphi)^{3/2}}\right]$$

$$E = 1121{,}5 \ lx$$

(БЕНДРИКОВ, 1035.)

ТРИ СИЈАЛИЦЕ И МАЛИ ЕКРАН ПОСТАВЉЕНИ СУ ТАКО ДА СЕ НАЛАЗЕ НА ВРХОВИМА РОМБА ЧИЈА ЈЕ КРАЋА ДИЈАГОНАЛА ЈЕДНАКА ЊЕГОВИМ СТРАНИЦАМА. ЕКРАН ЈЕ ПОСТАВЉЕН НОРМАЛНО НА ДУЖУ ДИЈАГОНАЛУ. КОЛИКА ЈЕ ЈАЧИНА СВЕТЛОСТИ СРЕДЊЕ СИЈАЛИЦЕ, АКО СЕ ОСВЕТЉЕНОСТ ЕКРАНА СМАЊИ ДВА ПУТА КАДА СЕ ОВА СИЈАЛИЦА УГАСИ. ЈАЧИНА СВЕТЛОСТИ ДРУГЕ ДВЕ СИЈАЛИЦЕ ЈЕ $I_0 = 10\ Cd$.

РЕШЕЊЕ:



$$E_1 = E_2 = \frac{I_0}{a^2} \cdot \cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$E_1 = E_2 = \frac{\sqrt{3}\ I_0}{2a^2}$$

$$E_3 = \frac{I}{\left(2 \cdot \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}}\right)^2} = \frac{I}{3a^2}$$

$$E = E_1 + E_2 + E_3 = \frac{\sqrt{3}}{2a^2} I_0 + \frac{\sqrt{3}}{2a^2} I_0 + \frac{I}{3a^2}$$

$$E = \frac{\sqrt{3}}{a^2} I_0 + \frac{I}{3a^2}$$

АКО ЈЕ СИЈАЛИЦА 3 УГАШЕНА:

$$E' = E_1 + E_2 = \frac{\sqrt{3}}{2a^2} I_0 + \frac{\sqrt{3}}{2a^2} I_0 = \frac{\sqrt{3}}{a^2} I_0$$

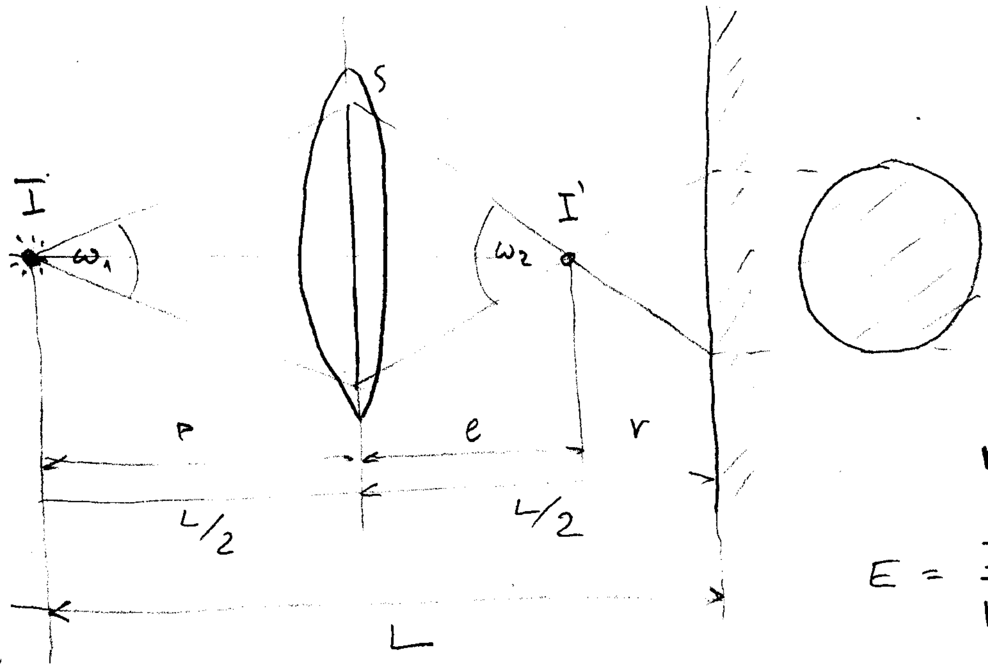
$$2E' = E \Rightarrow \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{a^2} I_0 = \frac{\sqrt{3}}{a^2} I_0 + \frac{I}{3a^2} \Rightarrow$$

$$\frac{I}{3a^2} = \frac{\sqrt{3}}{a^2} I_0 \Rightarrow I = 3\sqrt{3}\ I_0$$

$$\underline{I = 52\ Cd}$$

ИЗВОР СВЕТЛОСТИ ЈАЧИНЕ $I = 100$ cd НАЛАЗИ СЕ НА РАСТОЈАЊУ $L = 1,5$ m ОД ЕКРАНА. НА СРЕДИНИ ИЗМЕЂУ ЊИХ ПОСТАВЉЕНО ЈЕ САБИРНО СОЧИВО ШТО ЈЕ ПРИКАЗАНО НА СЛИЦИ. ЖИЖНА ДАЉИНА СОЧИВА ЈЕ $f = 30$ cm. ОДРЕДИТИ ЈАЧИНУ ОСВЕТЉЕЊА У ЦЕНТРУ ЕКРАНА. ГУБИТКЕ У СОЧИВУ ЗАНЕМАРИТИ.

РЕШЕЊЕ:



$$p = \frac{L}{2} \; ; \; p = l + r$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l} \Rightarrow \frac{1}{l} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p}$$

$$l = \frac{pf}{p - f} \qquad l = 50 \text{ cm}$$

$$r = p - l \quad ; \quad r = 25 \text{ cm}$$

$$E = \frac{I'}{r^2} \; ; \; E = \frac{I}{r^2}\frac{\omega_1}{\omega_2}$$

ФЛУКСЕВИ СУ ИСТИ:

$$\phi = I\omega_1 = I'\omega_2 \Rightarrow I' = I\frac{\omega_1}{\omega_2}$$

$$\omega_1 = \frac{S}{p^2} \; ; \; \omega_2 = \frac{S}{l^2}$$

$$E = \frac{I}{r^2} \cdot \frac{\frac{\cancel{S}}{p^2}}{\frac{\cancel{S}}{l^2}}$$

$$E = \frac{I}{r^2}\frac{l^2}{p^2}$$

$$E = \frac{100}{0,25^2}\left(\frac{0,5}{0,75}\right)^2 = 711,11 \text{ lx}$$

ЈАНУАР 93.

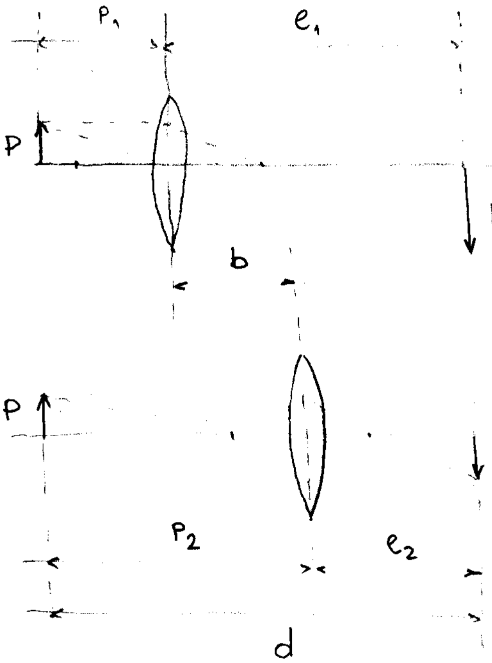
Заклон се налази на растојању $d = 100$ cm од свеће. Стављајући између свеће и заклона танко сабирно сочиво, можемо добити лик свеће на заклону за два положаја сочива који су удаљени $b = 20$ cm. Колико се пута разликују сјајности ликова свеће?

Решење:

$d = 100$ cm

$b = 20$ cm

$\frac{B_1}{B_2} = ?$



$$\left.\begin{aligned}\frac{L_1}{P} &= \frac{\ell_1}{p_1}\\ \frac{L_2}{P} &= \frac{\ell_2}{p_2}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{p_1 L_1}{\ell_1} = \frac{p_2 L_2}{\ell_2}$$

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{\ell_1 p_2}{\ell_2 p_1}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{\ell} = \frac{\ell + p}{\ell p} = \frac{d}{p \cdot \ell}$$

$$f \cdot d = p_1 \cdot \ell_1 = \ell_2 \cdot p_2 \Rightarrow$$

$$\ell_1 = \frac{f \cdot d}{p_1} \; ; \; \ell_2 = \frac{f \cdot d}{p_2}$$

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{\frac{fd}{p_1} \cdot p_2}{\frac{fd}{p_2} \cdot p_1} = \frac{p_2^2}{p_1^2}$$

Сјајност: $B = \frac{I}{S}$

I - интензитет извора

S - површина нормална на правац

$$B_1 = \frac{I}{S_1} \; ; \; B_2 = \frac{I}{S_2} \; ; \; S \sim L \Rightarrow S_1 = k \cdot L_1 \; ; \; S_2 = k \cdot L_2$$

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{\frac{I}{S_1}}{\frac{I}{S_2}} = \frac{S_2}{S_1} = \frac{k L_2}{k L_1} = \frac{L_2}{L_1}$$

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{p_1^2}{p_2^2}$$

Беселова метода:

$$f = \frac{p_1 \ell_1}{d} \qquad p_2 - p_1 = b \Rightarrow p_2 = b + p_1$$

$$f = \frac{p_2 \ell_2}{d} \qquad \ell_1 - \ell_2 = b \Rightarrow \ell_2 = \ell_1 - b$$

$$p_1 \ell_1 = p_2 \ell_2 = (b + p_1)(\ell_1 - b) = b \cdot \ell_1 - b^2 + p_1 \ell_1 - b p_1$$

$$p_1 \ell_1 = b \cdot \ell_1 - b^2 + p_1 \ell_1 - p_1 \cdot b \quad / : b$$

$$\ell_1 - b - p_1 = 0 \qquad d - p_1 - b - p_1 = 0$$

$$d - b = 2 p_1 \Rightarrow$$

$$p_1 = \frac{d - b}{2}$$

На сличан начин добијамо:

$$p_2 = \frac{d + b}{2}$$

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{\left(\frac{d-b}{2}\right)^2}{\left(\frac{d+b}{2}\right)^2} = \left(\frac{d - b}{d + b}\right)^2$$

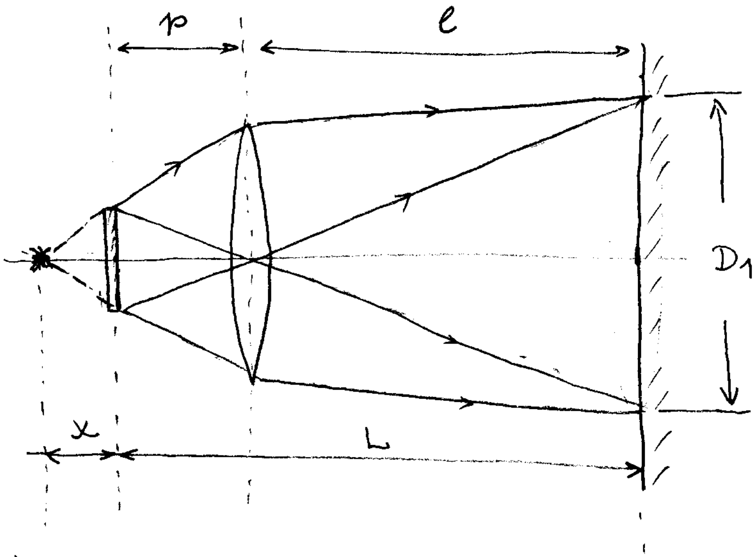
$$\frac{B_1}{B_2} = \left(\frac{100 - 20}{100 + 20}\right)^2 = \left(\frac{8}{12}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$B_2 = \frac{9}{4} B_1 = 2.25 B_1$$

Мањи лик је сјајнији 2.25 x

Извор светлости у облику светлог диска пречника $d = 8\ mm$ налази се на растојању $L = 1\ m$ од екрана. Осветљење у центру екрана је $E = 10\ lx$. Помоћу сочива жижне даљине $f = 20\ cm$ и пречника $D = 3\ cm$ на екрану се добија увећан лик извора светлости. Колика ће бити осветљеност лика? Губитак флукса занемарити.

РЕШЕЊЕ:



Диск је еквивалентан тачкастом извору интензитета I помереном за x

$$E = \frac{I}{(L+x)^2}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{x+p}{D} \Rightarrow x = \frac{d \cdot p}{D-d} =$$

$$L = p + l = p + \frac{pf}{p-f} = \frac{p^2}{p-f}$$

Дакле $Lp - Lf = p^2 \Rightarrow$

$$p^2 - Lp + Lf = 0$$

$$p = \frac{L \pm \sqrt{L^2 - 4Lf}}{2}$$

$$\underline{p = 0{,}724\ m}$$

Заменом добијамо $\underline{x = 0{,}263\ m}$

Једн. сочива:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l} \Rightarrow l = \frac{p \cdot f}{p-f}$$

$$\phi = E \cdot S$$

$$E' \cdot S_d = E_x \cdot S_2 \qquad S_d = \frac{d^2\pi}{4} \qquad S_2 = \frac{D_1^2\pi}{4} \qquad E' = \frac{I}{x^2}$$

$$\frac{I}{x^2} \cdot \frac{d^2\cancel{\pi}}{\cancel{4}} = E_x \cdot \frac{D_1^2\cancel{\pi}}{\cancel{4}} \Rightarrow$$

$$E_x = \frac{I}{x^2}\frac{d^2}{D_1^2} = E\,\frac{(L+x)^2 \cdot d^2}{x^2 \cdot D_1^2}$$

$$\frac{D_1}{d} = \frac{l}{p} \Rightarrow D_1 = \frac{l}{p} \cdot d = \frac{p \cdot f}{p-f}\,\frac{d}{p} = \frac{df}{p-f}$$

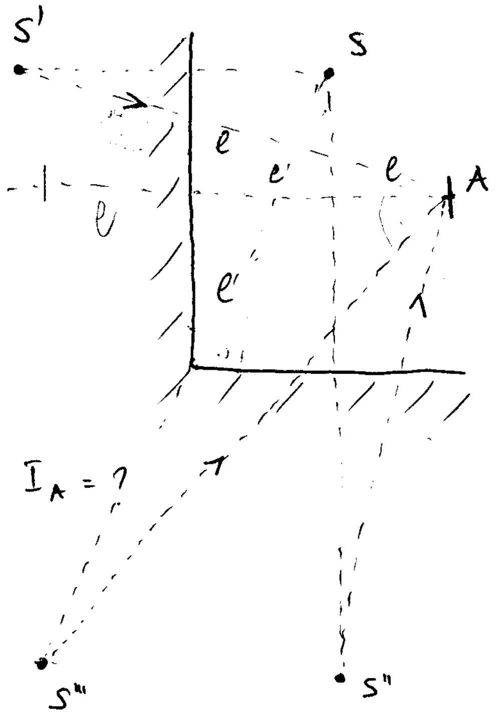
$$E_x = E\,\frac{(L+x)^2 \cdot \cancel{d^2} \cdot (p-f)^2}{x^2 \cdot \cancel{d^2} f^2} = E \cdot \left[\frac{(L+x)(p-f)}{x \cdot f}\right]^2$$

$$E_x = 1583\ lx$$

$$10 \cdot \left(\frac{1{,}263 \cdot (0{,}724 - 0{,}2)}{0{,}263 \cdot 0{,}2}\right)^2 = 10 \cdot \left(\frac{1.263 \cdot 0{,}524}{0{,}0526}\right)^2$$

ДВА РАВНА ОГЛЕДАЛА ОБРАЗУЈУ ДИЈЕДАРСКИ УГАО 90°. ТАЧКАСТИ ИЗВОР СВЕТЛОСТИ S СМЕШТЕН ЈЕ УНУТАР ТОГ УГЛА ТАКО, ДА РАСТОЈАЊА ОД ИЗВОРА ДО ВЕРТИКАЛНОГ И ХОРИЗОНТАЛНОГ ОГЛЕДАЛА ИЗНОСЕ l И $2l$. НА РАСТОЈАЊУ $2l$ ОД ВЕРТИКАЛНОГ ОГЛЕДАЛА ПАРАЛЕЛНО СА ЊИ НАЛАЗИ СЕ ЕКРАН. НАЋИ ОСВЕТЉЕНОСТ У ТАЧКИ ЕКРАНА, КОЈА СЕ НАЛАЗИ НА РАСТОЈАЊУ l ОД ХОРИЗОНТАЛНОГ ОГЛЕДАЛА. ЈАЧИНА СВЕТЛОСНОГ ИЗВОРА ЈЕ I.

РЕШЕЊЕ



$I_A = ?$

ИМАМО ТРИ ИМАГИНАРНА СВЕТЛОСНА ИЗВОРА: S'; S''; S'''

УКУПНА ОСВЕТЉЕНОСТ ИЗНОСИ: $E_A = E + E' + E'' + E'''$

$$E = \frac{1}{(l\sqrt{2})^2} \cdot \cos 45° = \frac{1}{2l^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4l^2} \cdot I$$

$$E' = \frac{I}{(3l)^2 + l^2} \cdot \frac{3l}{\sqrt{10}\,l} = \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} \frac{I}{l^2}$$

$$E'' = \frac{I}{(3l)^2 + l^2} \cdot \frac{l}{\sqrt{10}\,l} = \frac{1}{10\sqrt{10}} \frac{I}{l^2}$$

$$E''' = \frac{I}{(3l)^2 + (3l)^2} \cdot \frac{3l}{\sqrt{18}\,l} = \frac{1}{18 \cdot \cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{3}}{3\sqrt{2}\,l^2} \cdot I$$

$$E_A = \frac{I}{l^2} \left\{ \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} + \frac{1}{10\sqrt{10}} + \frac{1}{18\sqrt{2}} \right\}$$

$$= \frac{I}{l^2} \cdot \frac{25\sqrt{5} + 18}{45\sqrt{10}}$$

Тачкасти извор светлости S налази се на растојању d $(d<f)$ од конкавног сферног огледала полупречника кривине R. Наћи осветљеност у центру екрана који се налази на растојању ℓ од површине огледала, ако је осветљеност на растојању ℓ' једнака E'.

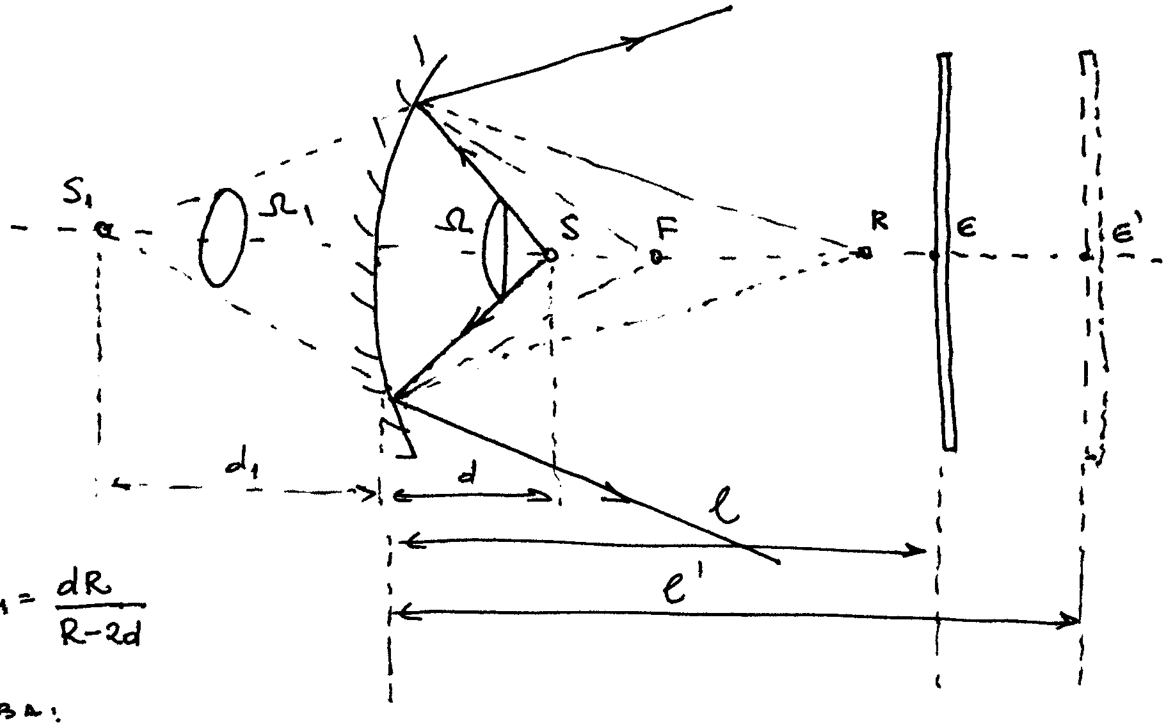
Решење:

$d\,;\ d<f$

$f=\frac{R}{2}\,,\ \ell$

$E(\ell')=E'$

$E=?$



једн. огледала:

$2f=R$

$$\frac{2}{R}=\frac{1}{d}-\frac{1}{d_1}\Rightarrow d_1=\frac{dR}{R-2d}$$

једнакост флуксева:

$$\Phi=\Phi_1\Rightarrow \Omega d^2=\Omega_1\cdot d_1^2$$

па је $I\Omega=I_1\Omega_1$ тј.

$$I_1=I\frac{\Omega}{\Omega_1}=I\cdot\frac{d_1^2}{d^2}=I\frac{R^2}{(R-2d)^2}$$

на растојању ℓ осветљеност износи:

$$E=E_1+E_2=\frac{I}{(\ell-d)^2}+\frac{I_1}{(\ell+d_1)^2}=$$

$$=I\left[\frac{1}{(\ell-d)^2}+\frac{R^2}{(R-2d)^2(\ell+d_1)^2}\right]$$

на растојању ℓ' осветљеност износи:

$$E'=\frac{I}{(\ell'-d)^2}+\frac{I_1}{(\ell'+d_1)^2}=$$

$$=I\left[\frac{1}{(\ell'-d)^2}+\frac{R^2}{(R-2d)^2(\ell'+d_1)^2}\right]$$

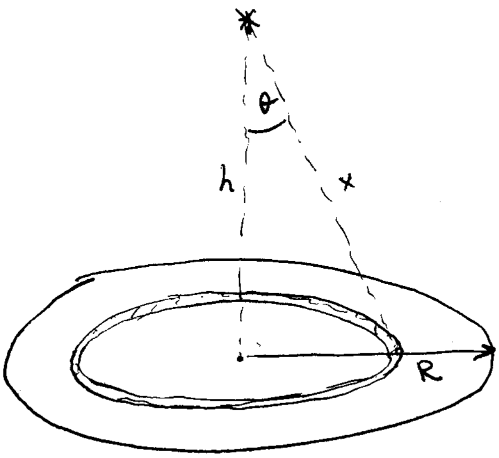
коначно је:

$$E=E'\frac{\dfrac{1}{(\ell-d)^2}+\dfrac{R^2}{[R(\ell+d)-2\ell d]^2}}{\dfrac{1}{(\ell'-d)^2}+\dfrac{R^2}{[R(\ell'+d)-2\ell' d]^2}}$$

5.7

На висини $h = 1{,}0\,m$ над центром округлог стола радијуса $R = 1{,}0\,m$ окачен је светлосни тачкасти извор, јачине I која зависи од правца тако да је осветљеност свих тачака стола иста. Нађи ф-ју $I(\theta)$ где је θ - угао између правца зрачења и вертикале, а такође и светлосни флукс који пада на сто ако је $I(0) = I_0 = 100\ cd$.

Решење:



$$E_1 = \frac{I(\theta_1)}{x_1^2}\cos\theta_1 \qquad x_1 = \frac{h}{\cos\theta_1}$$

$$E_2 = \frac{I(\theta_2)}{x_2^2}\cos\theta_2 \qquad x_2 = \frac{h}{\cos\theta_2}$$

$$E_1 = \frac{I(\theta_1)}{h^2}\cdot\cos^3\theta_1$$

$$E_2 = \frac{I(\theta_2)}{h^2}\cdot\cos^3\theta_2 \qquad E_1 = E_2 = \dots = E_n$$

$$I(\theta_1)\cdot\cos^3\theta_1 = I(\theta_2)\cdot\cos^3\theta_2$$

ДА БИ ЗА СВАКО θ БИО ИСПУЊЕН УСЛОВ, ТРЕБА БИТИ: $I(\theta) = \dfrac{I_0}{\cos^3\theta}$

$$\phi = I\,\omega$$

$$d\phi = I\,d\omega$$

$$d\omega = 2\pi\sin\theta\,d\theta$$

$$d\phi = \frac{I_0}{\cos^3\theta}\cdot 2\pi\sin\theta\,d\theta = 2\pi I_0\int\frac{\sin\theta}{\cos^3\theta}\,d\theta$$

$$\cancel{d}\phi = 2\pi I_0 - \int\frac{dt}{t^3} = \qquad \cos\theta = t \qquad dt = -\sin\theta\,d\theta$$

$$\phi = 2\pi I_0\frac{1}{2}\frac{1}{t^2} = \pi I_0\frac{1}{t^2} =$$

$$\phi = \pi I_0\cdot\frac{1}{\cos^2\theta}\Big|_0^{\arccos\frac{h}{\sqrt{h^2+R^2}}} = \pi I_0\left(\frac{h^2+R^2}{h^2} - 1\right)$$

$$\phi = \pi I_0\frac{h^2+R^2-h^2}{h^2} = \pi I_0\cdot\frac{R^2}{h^2}$$

$$\phi = 3{,}14\cdot 100\cdot\frac{1}{1} = 314\ lm$$

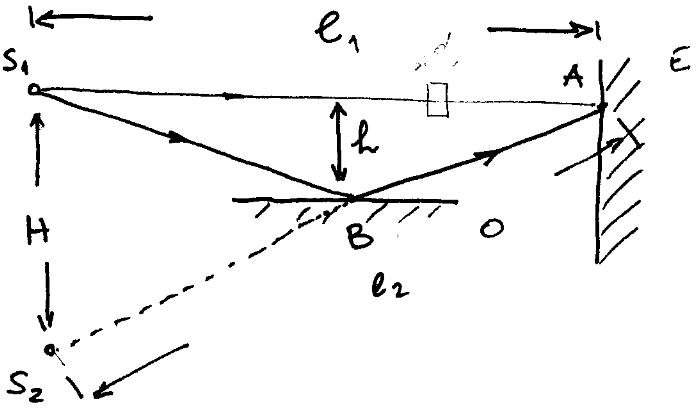
Од извора S_1 монохроматске светлости таласне дужине $\lambda = 0{,}5\,\mu m$, долазе два зрака у тачку A на екрану, непосредно од извора нормално на екран зрак S_1A и зрак S_1BA одбијен у тачки B од огледала паралелног зраку S_1A. Растојање од ~~екр~~ екрана до извора је $l_1 = 1\,m$, а растојање од зрака S_1A до равни огледала је $h = 2\,mm$. Одредити:

a) Шта се види у тачки A на екрану, појачање или слабљење?

b) Шта се мења у тачки A ако на пут зрака S_1A поставимо нормално на зрак планпаралелну плочицу од стакла ($n = 1{,}55$) дебљине $d = 6\,\mu m$?

Решење:

a) У тачки A долази до интерференције



$$\Delta = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Ако је n паран број зраци у A су у фази и долази до појачања

Ако је n непаран број долази до слабљења

$$n = \frac{\Delta}{\frac{\lambda}{2}} = \frac{2\Delta}{\lambda}$$

$$\Delta = l_2 - l_1 + \frac{\lambda}{2}$$ - због одбијања од огледала

$$l_2 = \sqrt{l_1^2 + H^2}$$

$$l_2 - l_1 = \sqrt{l_1^2 + H^2} - l_1 = l_1\sqrt{1 + \left(\frac{H}{l_1}\right)^2} - l_1 = l_1\left(\sqrt{1 + \left(\frac{H}{l_1}\right)^2} - 1\right)$$ пошто је $\frac{H}{l_1} \ll 1$

$$l_2 - l_1 = l_1\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{H}{l_1}\right)^2 - 1\right) = \frac{H^2}{2l_1}$$ $H = 2h$

$$\Delta = \frac{H^2}{2l_1} + \frac{\lambda}{2} \quad ; \quad n = \frac{2\cdot\left(\frac{H^2}{2l_1} + \frac{\lambda}{2}\right)}{\lambda} = \frac{H^2}{l_1\lambda} + 1 = \frac{4h^2}{\lambda l_1} + 1 = 32 + 1 = 33$$

у тачки A долази до слабљења

b) стаклена плочица мења оптичку дужину пута

$$l_1' = l_1 - d + nd = l_1 + (n-1)d$$

$$\Delta = l_2 - l_1' = l_2 - [l_1 + (n-1)d] + \frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta' = \Delta - (n-1)d$$

$$n' = \frac{\Delta - (n-1)d}{\frac{\lambda}{2}} = n - 2\frac{d(n-1)}{\lambda}$$ $n' = 19{,}8 \approx 20$

делимично појачање

За одређивање дебљине влати косе, њу су сместили на стаклену плочицу и одозго прекрили другом плочицом. Растојање од власи до линије додира плочица износи 20 cm. Влас је постављена паралелно са линијом додира. При осветљавању плочица црвеном светлошћу ($\lambda = 750$ nm) на 1 cm долази 8 линија. Одредити дебљину власи.

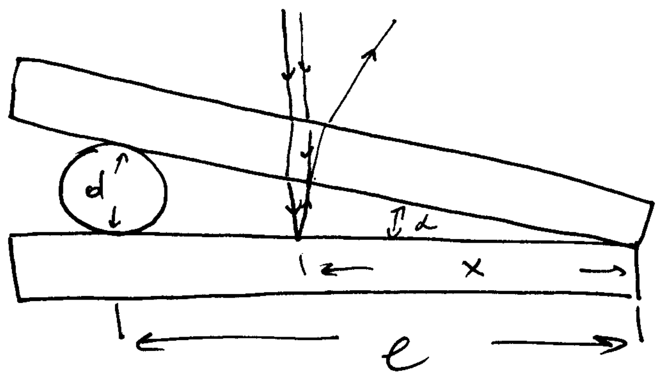
Решење:

$l = 20$ cm

$d = ?$

$\lambda = 750$ nm

$n = 8$



Систем се понаша као ваздушни клин!

Путна разлика износи: $\Delta = 2x \operatorname{tg}\alpha$

Пошто је α мали угао важи: $\operatorname{tg}\alpha \approx \alpha = \frac{d}{l}$

$\Delta = 2x\frac{d}{l} + \frac{\lambda}{2}$ мора бити: $n\lambda = 2x\frac{d}{l}$

Пошто на 1 cm имамо 8 пруга то је $x = 1$ cm, $n = 8$

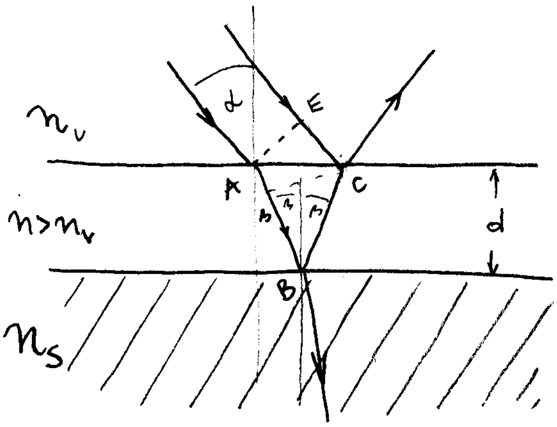
$$8\lambda = \frac{2d}{l} \Rightarrow d = \frac{8\lambda}{2} \cdot l = 4\lambda l$$

$$d = 4 \cdot 750 \text{ nm} \cdot 0{,}2 = 0{,}8 \cdot 750 \text{ nm} = \underline{0{,}06 \text{ mm}}$$

НА ДЕБЕЛУ СТАКЛЕНУ ПЛОЧУ, ПОКРИВЕНУ ВРЛО ТАНКОМ ОПНОМ ОД МАТЕРИЈАЛА ЧИЈИ ЈЕ ИНДЕКС ПРЕЛАМАЊА $n = 1,4$ ПАДА ПАРАЛЕЛАН СНОП ЗРАКА МОНОХРОМАТСКЕ СВЕТЛОСТИ $\lambda = 0,6\,\mu m$ ПОД УГЛОМ $\alpha = 60°$. ОДБИЈЕНА СВЕТЛОСТ УСЛЕД ИНТЕРФЕРЕНЦИЈЕ МАКСИМАЛНО ЈЕ ОСЛАБЉЕНА. КОЛИКА ЈЕ ДЕБЉИНА ОПНЕ?

РЕШЕЊЕ:

$$\delta = (\overline{AB} + \overline{BC})\,n - \overline{EC}$$



У ОВОМ СЛУЧАЈУ СЕ ОБЕ РЕФЛЕКСИЈЕ ВРШЕ ОД ГУШЋЕ СРЕДИНЕ ПА СЕ ПОТИРУ $\frac{\lambda}{2}$!

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \frac{d}{\cos\beta}\;;\quad \frac{\overline{EC}}{\overline{AC}} = \sin\alpha\;;\quad \frac{\overline{AC}}{2d} = tg\,\beta$$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$$

$$\delta = 2\overline{AB}\cdot n - \overline{EC} = 2\frac{d}{\cos\beta}n - 2d\,tg\beta\sin\alpha \Rightarrow$$

$$\delta = 2d\left(\frac{n}{\cos\beta} - \frac{\sin\alpha\sin\beta}{\cos\beta}\right) = \frac{2d}{\cos\beta}(n - \sin\alpha\sin\beta) = \frac{2d}{\cos\beta}(n - n\sin^2\beta) \Rightarrow$$

$$\delta = \frac{2dn}{\cancel{\cos\beta}}\cdot\cos^2\beta = 2dn\cos\beta = 2dn\sqrt{1-\sin^2\beta} \Rightarrow$$

$$\delta = 2dn\sqrt{1 - \frac{\sin^2\alpha}{n^2}} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}$$

ПОШТО ЈЕ ЗРАК ОСЛАБЉЕН $\delta = (2k+1)\cdot\frac{\lambda}{2}$

$$(2k+1)\frac{\lambda}{2} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} \Rightarrow$$

$$d = \frac{(2k+1)}{4\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}\cdot\lambda$$

$k = 0 \quad d = 0,136\,\mu m$

$k = 1 \quad d = 0,41\,\mu m$

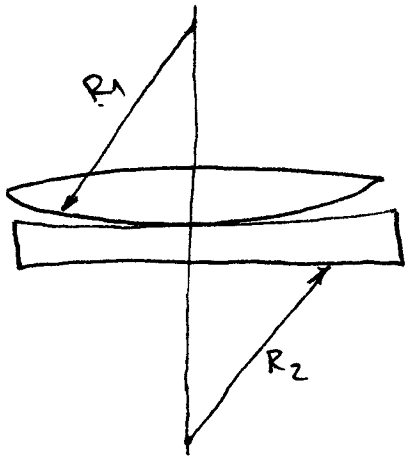
ПОСТОЈИ ВИШЕ РЕШЕЊА!

$$\frac{2AB\cdot n}{\frac{c}{n}} = t$$

$$c\cdot\frac{2AB}{\frac{c}{n}} = 2AB\cdot n$$

Стаклено симетрично биконвексно сочиво састављено је са истим таквим биконкавним сочивом при чему добијени систем има оптичку моћ $D = 0,25\,d$. Између сочива у некој тачки постоји додир и око те тачке види се у одбијеној светлости интерференциона слика. Одредити радијус петог тамног прстена ако је таласна дужина употребљене светлости $\lambda = 0,6\ \mu m$.

Решење:



Биконвексно:

$$\frac{1}{f_1} = (n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1}\right) = 2\cdot\frac{n-1}{R_1} = D_1$$

Биконкавно:

$$\frac{1}{f_2} = -(n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_2}\right) = -2\cdot\frac{n-1}{R_2} = D_2$$

Систем:

$$D = D_1 + D_2 = 2(n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

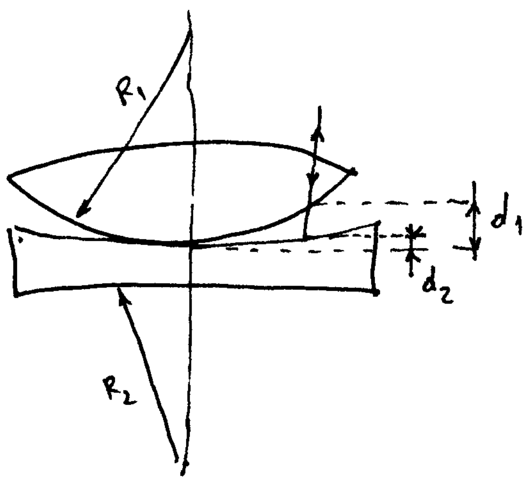
Полупречник Њутновог прстена:

$$r = \sqrt{2dR} \Rightarrow d = \frac{r^2}{2R}$$

$$d_1 = \frac{r^2}{2R_1}, \quad d_2 = \frac{r^2}{2R_2}$$

$$d = d_1 - d_2 = \frac{r^2}{2R_1} - \frac{r^2}{2R_2} = \frac{r^2}{2}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

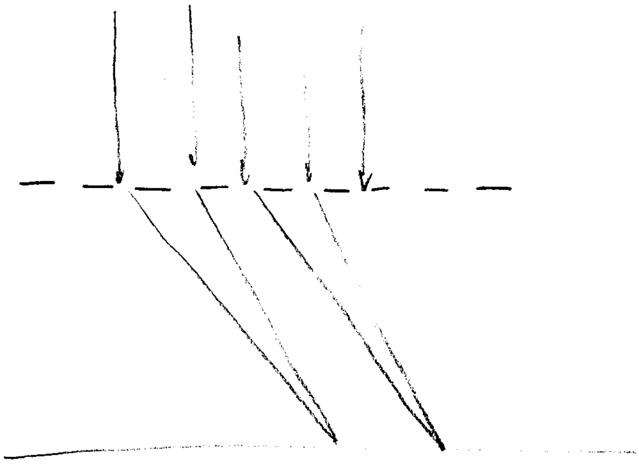
$$d = \frac{r^2}{2}\,\frac{D}{2(n-1)} = k\cdot\frac{\lambda}{2} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{2k\lambda(n-1)}{D}} \qquad \boxed{k=5}$$



$$\boxed{r_{5t} \approx 3,53\ mm}$$

НА ОПТИЧКУ РЕШЕТКУ ПАДА НОРМАЛНО СНОП СВЕТЛОСТИ КОЈИ ДОЛАЗИ ОД ЦЕВИ ЗА ПРАЖЊЕЊЕ. КОЛИКА МОРА БИТИ КОНСТАНТА ОПТИЧКЕ РЕШЕТКЕ ДА БИ УГЛУ $\alpha = 41^\circ$ ОДГОВАРАЛИ МАКСИМУМИ ДВЕ ЛИНИЈЕ $\lambda_1 = 6563\,\mathring{A}$ и $\lambda_2 = 4102\,\mathring{A}$

РЕШЕЊЕ:



$$n\lambda = d\sin\alpha$$

$$\sin\alpha = \frac{n\lambda}{d}$$

$$\sin\alpha = \frac{n_1\lambda_1}{\cancel{d}} = \frac{n_2\lambda_2}{\cancel{d}}$$

$$n_1\lambda_1 = n_2\lambda_2$$

$$n_2 = 1{,}6\, n_1$$

n_1	n_2
1	1,6
2	3,2
3	4,8
4	6,4
5	8,0

ЗНАЧИ $n_1 = 5$; $n_2 = 8$

$$d = \frac{n_1\lambda_1}{\sin\alpha} = \frac{5\cdot 6563\cdot 10^{-8}}{\sin 41^\circ}$$

$$d = 5\cdot 10^{-4}\ \mathrm{cm}$$

$$\boxed{d = 5\cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}}$$

ЈАНУАР 93

НОРМАЛНО НА ПОВРШИНУ ОПТИЧКЕ РЕШЕТКЕ ПАДА СНОП СВЕТЛОСТИ $\lambda = 0{,}5\,\mu m$. ДИФРАКЦИОНА СЛИКА СЕ ДОБИЈА НА ЗАКЛОНУ УДАЉЕНОМ $L = 1m$ ОД РЕШЕТКЕ. РАСТОЈАЊЕ ИЗМЕЂУ ДВА МАКСИМУМА ПРВОГ РЕДА, ДОБИЈЕНО НА ЗАКЛОНУ ЈЕ $e = 20{,}2$ cm. ИЗРАЧУНАТИ:

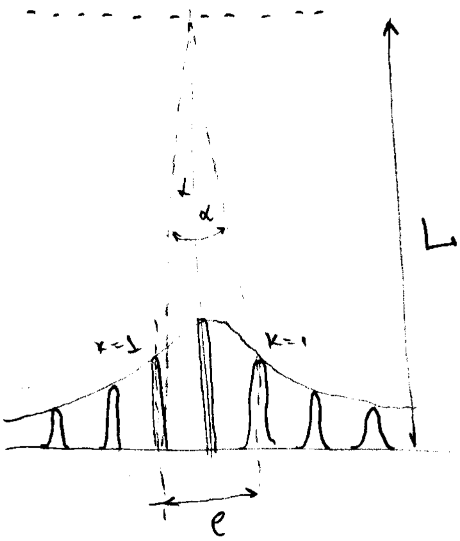
a) КОНСТАНТУ РЕШЕТКЕ

b) БРОЈ ЗАРЕЗА НА 1 mm

c) УКУПАН БРОЈ МАКСИМУМА НА ЗАКЛОНУ

d) УГАО ОТКЛОНА ЗРАКА КОЈИ ОДГОВАРА ПОСЛЕДЊЕМ МАКСИМУМУ.

РЕШЕЊЕ:



a) $k=1 \qquad \sin\alpha = \frac{k\lambda}{c} \qquad \frac{e}{2L} = \operatorname{tg}\alpha \approx \sin\alpha \qquad \alpha \to 0$

$$\frac{e}{2L} = \frac{k\lambda}{c} \Rightarrow c = \frac{2Lk\lambda}{e} \qquad c = 4{,}95\,\mu m$$

b) $N = \frac{1}{c} \qquad N = 202\ ^1/_{mm}$

c) $\alpha_{max} = 90^\circ \Rightarrow \sin\alpha_{max} = 1 \qquad k = \frac{c}{\lambda} \qquad k = 9{,}9$

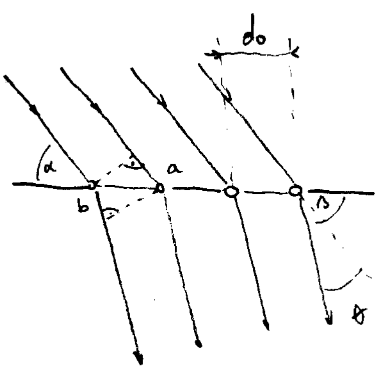
$k_{max} = 9$ па је укупан број $n = 2k_{max} + 1 = 19$

d) $\sin\alpha_{max} = \frac{k_{max}\lambda}{c} \Rightarrow \alpha = \arcsin\frac{k_{max}\lambda}{c}$

$$\alpha_{max} = 65^\circ 30'$$

РАВАН ТАЛАС ПАДА НА ДИФРАКЦИОНУ РЕШЕТКУ С ПЕРИОДОМ d_0 ПОД УГЛОМ α. ПОКАЗАТИ ДА ЈЕ РЕЗУЛТАТ ДИФРАКЦИЈЕ ИСТИ КАО КАД БИ ТАЛАС ПАДАО НОРМАЛНО НА ДИФРАКЦИОНУ РЕШЕТКУ ПЕРИОДА $d = d_0 \sin\alpha$.

РЕШЕЊЕ:



$$\left.\begin{aligned} \Delta &= a - b = m\lambda \\ a &= d_0\cos\alpha \\ b &= d_0\cos\beta \end{aligned}\right\} \Rightarrow d_0(\cos\alpha - \cos\beta) = m\lambda$$

$\beta = \alpha + \theta$

$\cos\alpha - \cos\beta = \cos\alpha - \cos(\alpha+\theta) = \cos\alpha - \cos\alpha\cos\theta + \sin\alpha\sin\theta$

$\theta \to 0$

$\cos\theta \approx 1$

$\cos\alpha - \cos\beta \approx \sin\alpha\sin\theta$

$$d_0 \sin\alpha \sin\theta = m\cdot\lambda$$

Ово је исто као да је период $d = d_0\sin\alpha \qquad d\sin\theta = m\lambda$

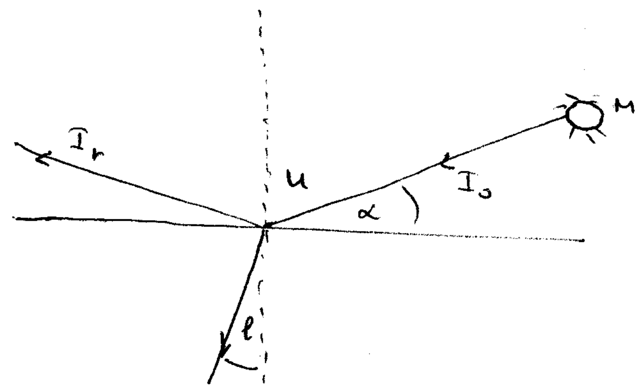
Слика месеца који се налази 20° изнад хоризонта се одражава на мирној површини мора ($n = 1,33$)

a) Одредите колико је сјајна слика у поређењу са самим месецом ако је месечева светлост неполаризована

b) Да ли би слика месеца била сјајнија ако би се он налазио више над хоризонтом нпр. у зениту?

<u>Решење</u>:

a) однос сјаја $\frac{I_r}{I_0}$



Светлост одбијена од површине је поларизована, па је:

$$I_r = I_\perp + I_\parallel$$

Френелове релације:

$$I_\perp = \frac{I_0}{2}\,\frac{\sin^2(u-e)}{\sin^2(u+e)}$$

$$I_\parallel = \frac{I_0}{2}\,\frac{tg^2(u-e)}{tg^2(u+e)}$$

$u = \frac{\pi}{2} - \alpha$ и важи:

$$\sin u = n \sin e \Rightarrow e = \arcsin\left(\frac{\sin u}{e}\right)$$

$$e \approx 45°$$

$$u = 70°$$

Заменом вредности добијамо

$$I_\perp = \frac{I_0}{2}\,\frac{\sin^2 25°}{\sin^2 115°} = \frac{I_0}{2}\cdot\frac{0.1786}{0.8214} = \frac{I_0}{2}\cdot 0,2174$$

$$I_\parallel = \frac{I_0}{2}\,\frac{tg^2 25°}{tg^2 115°} = \frac{I_0}{2}\,\frac{0.2174}{4.6} = 0.0473\,\frac{I_0}{2}$$

$$I_r = \frac{I_0}{2}\left[0.2174 + 0.0473\right] = 0.132\, I_0$$

Однос сјајева је

$$\frac{I_r}{I_0} = 0.132$$

Слика има само 13,2% сјаја самог месеца

b) Кад је месец високо над хоризонтом важи: $\frac{\sin u}{\sin e} \approx \frac{u}{e} = n$

па је $\frac{I_r}{I_0} = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2} = 0.02$ 2%

Два полароида имају међусобно нормалне осе поларизације, док је угао између осе првог полароида и осе накнадно уметнутог трећег полароида (између прва два) износи θ. Претпоставимо да на први полароид пада сноп линеарно поларизоване светлости тако да њена раван осциловања гради угао θ са осом тог полароида.

а) Нађи интензитет (релативни) светлости која прође кроз систем

б) За који угао θ тај интензитет постиже највећу вредност и колики је ?

Решење :

После првог поларизатора $I_1 = A_1^2 = A_0^2 \cos^2\theta = I_0 \cos^2\theta$

После другог поларизатора : $I_2 = A_2^2 = A_1^2 \cos^2\theta = I_0 \cos^4\theta$

После трећег поларизатора : $I_3 = A_2^2 \cdot \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = I_0 \cos^4\theta \cdot \sin^2\theta$

Релативни интензитет износи:

$$i = \frac{I_3}{I_0} = \cos^4\theta \sin^2\theta$$

б) Највећа вредност се постиже ако је:

$$\frac{di}{d\theta} = \frac{d\left(\frac{I_3}{I_0}\right)}{d\theta} = 0 \Rightarrow -4\cos^3\theta\sin^3\theta + 2\cos^5\theta\sin\theta = 0$$

$$-4\sin^2\theta + 2\cos^2\theta = 0 \Rightarrow$$

$$4\sin^2\theta = 2\cos^2\theta \Rightarrow$$

$$tg^2\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow tg\,\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Угао $\theta = 35°16'$

Заменом у израз за i добијамо $i = 0,148$