17. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКА 2023/2024 ГОДИНА.

СФО 2024.

Друштво физичара Србије и
Министарство просвете Републике Србије

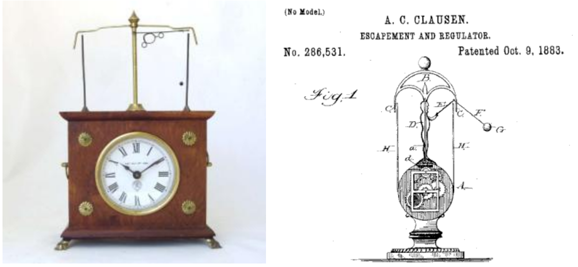
25. и 26. мај 2024.
Београд

ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ЗАДАТАК

Физика летећег клатна [7.п]

1. УВОД

Као млади асистент док сам био на конференцији у Прагу, ходајући по улицама у излогу једне радње сам приметио надасве егзотичну направу. Била је то једна кутија са цифарником са предње стране, што би сваког асоцирало на обичан часовник са казаљкама. Међутим, из горње плоче су изникла три танка стубића, средњи мало дужи. Оно што је у првом тренутку привукло пажњу је струном прикачена куглица на средњем стубу, која се сизифовски обмотавала око једног од бочних стубова, одмотавала, поновила ову радњу и онда да не запостави други стуб исто то урадила и око овог стуба. Дуго сам посматрао ово ритмичко понављање једне те исте радње, која је као последицу имала лагано окретање средишње осовине. Ово окретање се вероватно у унутрашњости кутије зубчаницима преносило на казаљке, и ето ти сата. Данас можете на Википедији наћи податак да се направа зове сат са летећим клатном, патентирано још давне 1883. године од стране А.Ц. Клаусена и Ј.Ц. Слафтера. Сат се касније назван Игнацов сат са летећим клатном, по лику из стрипа Crazy Cat. Назван је "најлуђим сатом на свету" због свог механизма ослобађања.

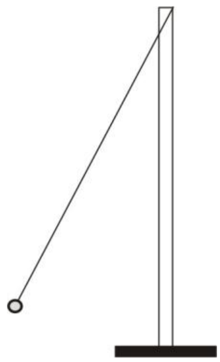


Слика 1. Сат са летећим клатном и скица механизма за бекство из патента

Првобитна идеја је била да се направи нека симулација обмотавања и одмотавања овако чудног клатна, и евентуално да се стекне осећај шта утиче на период понављања ритуала, да ли је систем осетљив на почетну брзину, дужину конца, дужину крака, и могли би још даље набрајати питања. Овакав систем функционише сама за себе, има своје ритуале, међутим врло брзо се дошло до сазнања да у реалном случају дужина клатна се мења континуално, положај вешања се стално помера и да би се мерење стално сводило на проналажењу некаквих тангенти на ове континуално промењиве криве. Зато је као основ моделирања изабран једноставнији случај, четвртасти стуб, а којем величине као што је врзина ротације, положај вешања, дужина клатна „квантизована“, односно мења се у скоковима.
Притом сва физика која прати овакав феномен остаје непромењена.

Задатак 1. [0.5 п] Одређивање равнотеже пендулума

За почетак посматрајмо тело, коју ћемо сматрати материјалном тачком масе m везаног за танку неистегљиву нит и обешеног у једном ослонцу за горње вешање, и све се дешава у вертикалном гравитационом пољу. Када изведемо из равнотежног положаја, осциловаће као математичко клатно. Ово је превише јеноставно за нас. Ми ћемо куглици, коју смо извели из равнотежног положаја за угао φ, саопштити тангенцијално брзину v_0 у хоризонталној равни (тангенцијално о овом случају значи да је правац брзине нормалан на хоризонталну линију која повезује куглицу са осом ротације). Оваква куглица ће почети да кружи око вертикалне осе.



Слика 2. Експериментална поставка

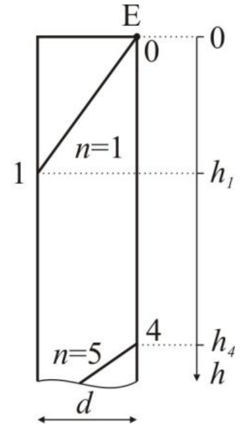
Нађите каква је веза између величина, тачније покажите да се тангенцијална брзина може изразити помоћу једначине $v = \sqrt{gl\ tg\varphi\ sin\varphi}$, где је φ угао отклона клатна а l његова дужина (слика 2.).

Задатак 2. [1 п] Пендулум на штапу

Задатак 2.1. [0.3 п] Сада ћемо крај оваквог клатна везати на врх четвртастог стуба и то на један од рогљева горње странице. Гурните куглицу око стуба и посматрајте какво кретање врши. Исто тако можете куглицу држати у руци при затегнутом канапу и померањем руке симулирати њено кретање. Нацртајте положај канапа на једној страници гледано са стране и исто тако у хоризонталном попречном пресеку. Обележите словима или бројевима карактеристичне тачке положаја куглице, да бисте даље једноставније објаснили кретање. Опишите како ће се кретати куглица, на којем делу је брзина константна, где, када и за колико ће се променити дужина клатна. Опишите где је ослонац, када и где „прескаче“ приликом обмотавања. За тачке и области користите обележене тачке са слика двеју пресека коју сте нацртали.

ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ЗАДАТАК

Задатак 2.2. [**0.3 п**] Ако пустите куглицу да се намотава на стуб, посматрано са почетне стране (када је ексер Е, слика 3., у горњем десном врху стуба, а куглицу бацамо у смеру казаљке на сату гледано од горе), око стуба канап остаје косо намотано. Користите обележавање тачака и дужина одстојања канапа од краја стуба (h_n) према слици 3. Напишите изразе за скраћење конца Δl_n приликом прескока тачке вешања (ослонца) и како се мења дужина конца приликом прескока (у зависности од h_n). Ово последње представите као $l_{n+1} = f(l_n)$. Дужину клатна узимате дужину конца од центра куглице до тренутног ослонца.



Слика 3.

Задатак 2.3. [**0.4 п**] У делу кретања куглице, у којем је брзина ротације куглице константна, извести израз из ког се може експериментално одредити тангенцијална брзина кретања v_n. У изразу могу фигурисати, осим константи, само измерене и израчунате величине из предходног дела задатка.

Напомена: Пошто су неки од кориштених израза компликовани за рачунање грешки добијених величина, грешке процените САМО за оне величине за које се изричито тражи у задатку. Остале величине прикажите без грешки, са разумним заокруживањем.

Задатак 3. [3.5 п] Одређивање брзине кретања куглице

Вежите канап на олово и на ексер на сталку, тако да при углу од 30° олово буде мало (око 5 cm) изнад површине стола. Држите куглицу са затегнутим канапом да са вертикалом (угао φ) заклапа око 30° и баците тангенцијално у хоризонталној равни. Нађите праву брзину да се куглица креће лагано хоризонтално у спиралу око стуба. То Вам неће успети из прве, али имајте стрпљења. Ако сте прејако бацили куглица ће се кретати горе-доле или чак у почетку увис. Ако је брзина премала, куглица ће нагло падати. У оба сучаја ће се куглица кретати навише-наниже (осциловати у вертикалној равни). (Напомена: уколико се сталак „шета“ по столу приликом намотавања куглице, са централног стола узмите двострано лепљиву траку и маказе, и на 4 ћошка залепите сталак за сто)

Задатак 3.1. [0.5 п] Прво мерење- одређивање брзине куглице: Када сте подесили праву почетну брзину, канап ће се обмотавати на стуб равномерно. Будите спремни да ухватите куглицу у моменту удара у стуб и да је завежете за стуб (можете користити лепљиву траку). Сада би требао конац до самог краја да је намотан око стуба. Последњи круг конца занемарите, због могућег затезања/померања конца од стране куглице приликом хватања/лепљења. Не брините, остаће Вам још доста тачака за мерење (8-10).

Када је куглица фиксирана, треба да измерите дужине положаја тачака h_n на ивицама стуба (све четири ивице) у којима конац сече ивицу. За нулти положај узмите висину тачке вешања (видети у 2.2.), односно горњи крај стуба. Резултате приказати табеларно. (Уколико је то згодније, пазећи да не померите тег, стуб можете положити на сто тако да постоље вири ван стола)

Задатак 3.2. [0.3 п] Помоћу помичног мерила на различитим местима и страницама из 6 мерења одредите средњу дебљину странице стуба d, заједно са проценом грешке. Ову вредност користите у свим осталим рачунима.

Задатак 3.3. [1.0 п] На основу предходних резултата одредите скраћивање и дужину клатна (према 2.2.) на сваком делу пута. Резултате прикажите у предходној табели. За једно изабрано мерење одредите њихове грешке, а заокруживање осталих величина вршите на исто децимално место.

Задатак 3.4. [**1.0 п**] Експериментално одредите v_n (према 2.3.) и резултате прикажите у Табели. За исто мерење из 3.3. одредите грешку за брзину те тачке, а остале заокружите према горњем принципу.

Задатак 3.5. [0.5 п] Графички приказ

Прикажите графички зависност експерименталне брзине кретања куглице у функцији дужине клатна. Испрекиданом линијом уцртајте на истом графику како би изгледала зависност да се којим случајем уместо четвртасте шипке користила ваљкаста шипка.

ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ЗАДАТАК

Задатак 3.6. [0.2 п] Који закључак се може извести за зависност тангенцијалне брзине од дужине клатна? Покушајте објаснити зашто је то тако (пажљиво посматрајте кретање куглице око стуба) и како би изгледало у идеалном случају?

Задатак 4. [2 п] Одређивање времена обмотавања и одмотавања – период клатна

У овом делу експеримента испитаће се утицај појединих параметара на период летећег клатна.

Задатак 4.1. [0.5 п] Зависност од почетне брзине

За различите почетне брзине измерите укупно време одмотавања и обмотавања клатна исте дужине. Експеримент је најлакше може извести ако се куглица већом брзином баци унатраг (да се намота супротно од кретања казаљке гледано од горе). За почетак мерења периоде узети моменат удара куглице у стуб. Мерите до следећег удара укуглице у стуб, односно после једног одмотавања и обмотавања. Када клатно пређе у фазу обмотавања, поред тачке 1. (видети слику 3.) повући на залепљеној креп траци хоризонталну линију која ће послужити за процену почетне брзине куглице. После удара куглице забележите време и ресетујте штоперицу. Сачекајте да се куглица обмота и намота унатрашке и поновите поступак као и раније, не заборавећи опет обележити место намотавања канапа, који ће бити сада на другом месту. Резултате за почетну брзину и период клатна приказати табеларно.

Задатак 4.2. [0.4 п] Цртање зависности периоде клатна од почетне брзине

Нацртајте функционалну зависност периоде одмотавања и обмотавања од почетне брзине куглице. На основу приказане зависности изведите закључак да ли је периода осетљива на почетну брзину куглице?

Задатак 4.3. [0.5 п] Зависност од дужине клатна

За различите дужине уз приближно исте почетне брзине измерите период одмотавања и обмотавања летећег клатна. Скраћивање изведите тако што ћете канап једном обмотати хоризонтално око стуба и канап пребацити преко ексера.

Задатак 4.4. [0.4 п] Цртање зависности периоде клатна од дужине клатна

Нацртајте зависност ових времена од дужине клатна. Да ли се и овде може извести закључак о повезаности ових величина?

Задатак 4.5. [0.2 п] Ваш сат са летећим клатном касни. Шта ћете урадити?

Расположива опрема:

- четвртасти стуб на сталку
- оловна куглица и конац
- метар
- штоперица
- лепљива трака за везивање куглице за стуб (централни сто)
- двострана лепљива трака (централни сто)
- креп лепљива трака (жуте боје)
- нониус (централни сто)
- маказе (централни сто)

Свим такмичарима желимо успешан рад !

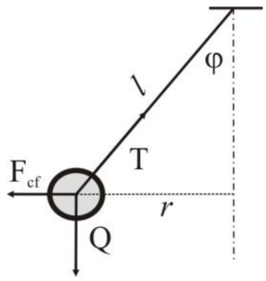
Задатак припремили и експеримент реализовали: Проф. др Имре Гут, Департман за физику, Нови Сад, и Алекса Ђурђевић, ПМФ Крагујевац
Рецензент: Доц. др Владимир Марковић, ПМФ Крагујевац
Председник комисије: Проф. др Имре Гут, Департман за физику, Нови Сад

ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ЗАДАТАК

РЕШЕЊЕ

Задатак 1. [0.5 п] Одређивање равнотеже пендулума

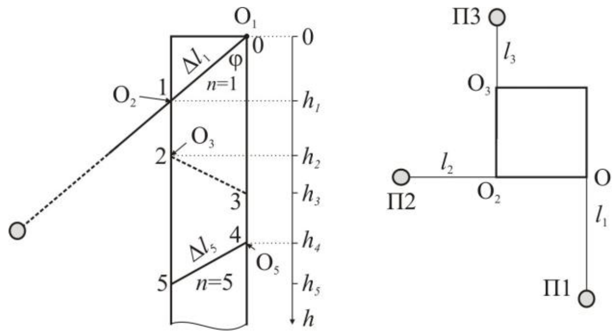
Како куглица врши ротационо кретање око вертикалне осе (слика Р1.), једначине равнотеже, које описују ово кретање у хоризонталној и вертикалној равни су (у систему везаном за куглицу): $T\ sin\varphi = F_{cf}$ i $T\ cos\varphi = Q$ односно, уколико уврстимо инерцијалну силу (центрифугалну) и тежину $tg\varphi = \frac{\frac{mv^2}{r}}{mg} = \frac{v^2}{gr}$, где је $r = l\ sin\varphi$. Из ових једначина се може извести формула за тангенцијалну брзину кретања куглице: $v = \sqrt{gl\ tg\varphi\ sin\varphi}$



Слика Р1.

Задатак 2. [1 п] Пендулум на штапу

Задатак 2.1. [0.3 п] Карактеристичне тачке кретања клатна су приказане на слици Р2. У почетку кретања клатно има дужину l_1 и обешена је у тачки 0. Од овог положаја (П1) до момента додира клатна са стубом (П2) куглица се креће хоризонтално, константном брзимон v_1. Како је ословац на овом делу пута у тачки 0, приликом додира конца са равни стуба (тачка 1) конац осликава угао отклона клатна φ (угао између праве 0-1 и вертикале). Када конац додирне стуб, тачка ослонца се пребацује у тачку 1.


Слика Р2.

Задатак 2.2. [0.3 п] Пошто је конац остао намотан на стубу, за овај део, на слици обележено са Δl_1, се смањује дужина конца на делу 2. Из Питагорине теореме, за n-ти део пута смањење је $\Delta l_n = \sqrt{d^2 + (h_n - h_{n-1})^2}$, где је h_n удаљеност n-те тачке ослонца (пресек канапа са ивицом стуба) од краја стуба (означени на оси на левој слици Р2). Обратити пажњу да се за оволико смањује l_{n+1}, односно $l_{n+1} = l_n - \Delta l_n$. Уколико је ученик на погрешном месту вршио скраћење, одузети део поена [**-0.1 п**].

Задатак 2.3. [0.4 п] Како се тачка 1. у односу на 0. спустила за h_1, угао под којим стоји клатно у односу на вертикалу у првом делу кретања може се изразити из релације $tg\ \varphi_1 = \frac{d}{h_1}$, односно за било који део као $tg\ \varphi_n = \frac{d}{h_n - h_{n-1}}$.Пошто је из троугла са слике Р2 $sin\varphi_n = \frac{d}{\Delta l_n}$, увршtaњем ових израза у једначину брзине из задатка 1., за брзину се добије израз $v_n = \sqrt{\frac{gd^2 l_n}{(h_n - h_{n-1})\Delta l_n}}$

Задатак 3. [3.5 п]

Задатак 3.1. [0.5 п] Друга колона у Табели 1. Минимални број тачака је 8.

Задатак 3.2. [0.3 п]

n	1	2	3	4	5	6	Средње
$d_n\ [mm]$	3,02	3,30	3,10	3,20	3,60	3,20	3,23667

d= (3,2$\pm$0,4) cm

Задатак 3.3. [1.0 п] Трећа и 4. колона у Табели 1.

ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ЗАДАТАК

Табела 1. Мерене и рачунате величине из задатка

n	h_n $[cm]$	Δl_n $[cm]$	l_n $[cm]$	v_n $[m/s]$
0	0			
1	4,5	5,5	106,0	2,09
2	9,0	5,5	100,5	2,04
3	13,7	5,7	94,9	1,91
4	17,8	5,2	89,2	2,07
5	22,0	5,3	84,0	1,97
6	26,7	5,7	78,7	1,74
7	30,7	5,1	73,0	1,91
8	35,0	5,4	67,8	1,74
9	38,4	4,7	62,4	2,01
10	42,9	5,5	57,7	1,54
11	46,5	4,8	52,2	1,76
12	50,2	4,9	47,3	1,64
13	53,8	4,8	42,4	1,58
14	57,3	4,8	37,6	1,52

Грешка мерења скраћења: $\delta(\Delta l_n) = \frac{1}{2\Delta l_n}(2d\delta d + 4(h_n - h_{n-1})\delta h)$. За тачку 3. износи: $\delta(\Delta l_n) = 0{,}2\ cm$

Задатак 3.4. [1.0 п] Пета колона у Табели 1. Грешка мерења брзине је $\delta v_n = v_n\left(\frac{2\delta d}{d} + \frac{\delta l_n}{l_n} + \frac{2\delta h}{h_n - h_{n-1}} + \frac{\delta(\Delta l_n)}{\Delta l_n}\right)$. За исту тачку износи: $\delta v_n = 0{,}034\ \frac{m}{s} \approx 0{,}04\ \frac{m}{s}$

Задатак 3.5. [0.5 п] График 1.

Задатак 3.6. [0.2 п] Са графика се види да брзина опада са скраћењем клатна. Међутим, када се пажљиво прати кретање тега клатна, уочава се да се куглица „пење“ по стубу услед скраћивања конца. Тако део кинетичке енергије се претвара у потенцијалне и отуда смањивање врзине. У идеалном случају брзина клатна не би зависила од дужине, тј. улога канапа би била само да скрене куглицу без утицаја на њену брзину.

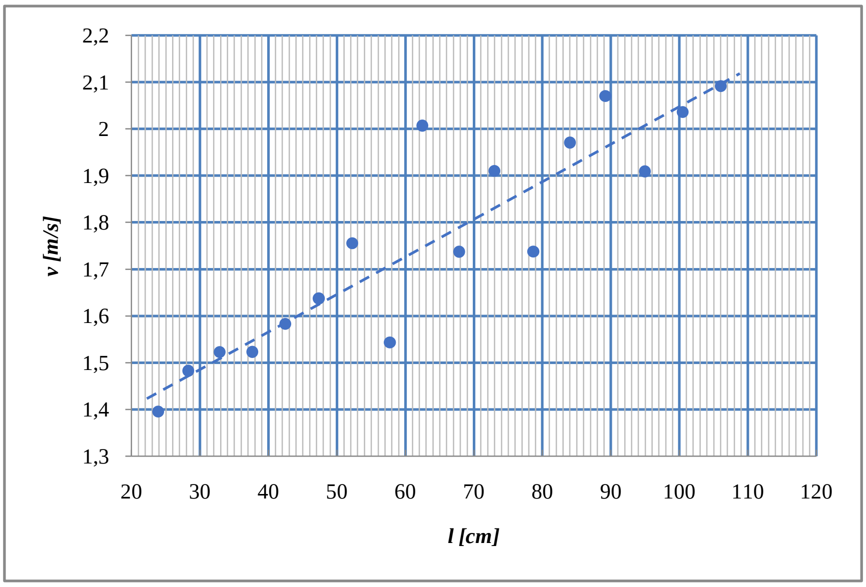


График 1. Зависност тангенцијалне брзине куглице од дужине канапа при обмотавању

ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ЗАДАТАК

Задатак 4. [2.0 п]

Задатак 4.1. [0.5 п] 3. и 4. колона у Табели 2.

Задатак 4.2. [0.4 п] График 2.

Задатак 4.3. [0.5 п] 6. колона у Табели

Задатак 4.4. [0.4 п] График 3.

Задатак 4.5. [0.2 п] Опције су: смањити брзину куглице или смањити дужину клатна.

Табела 2. Мерене и рачунате величине из задатка

n	l_o [cm]	v_o [m/s]	τ [s]	l_o [cm]	τ [s]
1	92,0	1,99	9,78	92	12,87
2	92,0	1,35	7,34	78,5	10,63
3	92,0	0,97	6,03	59,7	7,37
4	92,0	0,76	4,6	47,5	5,37
5	92,0	0,63	2,53	34,5	3,56
6				21,3	1,57

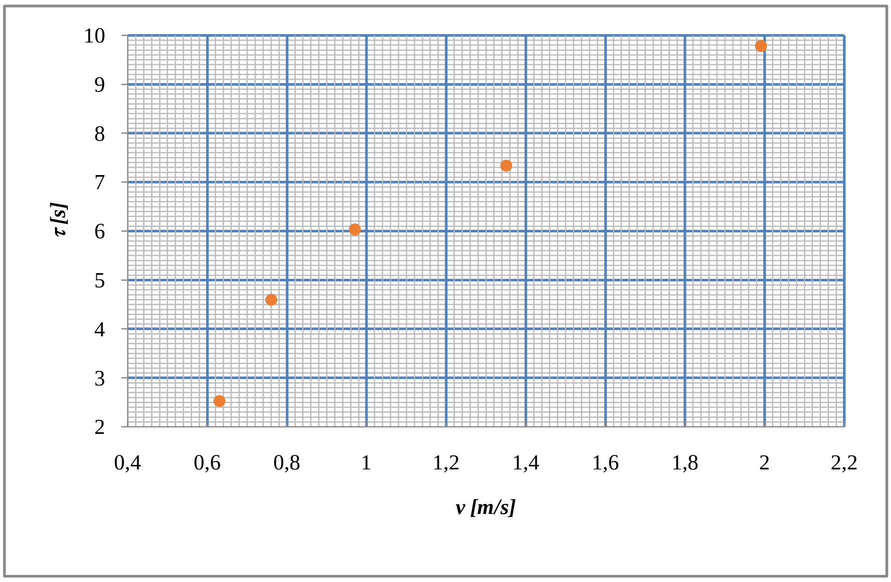


График 2. Зависност периоде клатна од брзине куглице

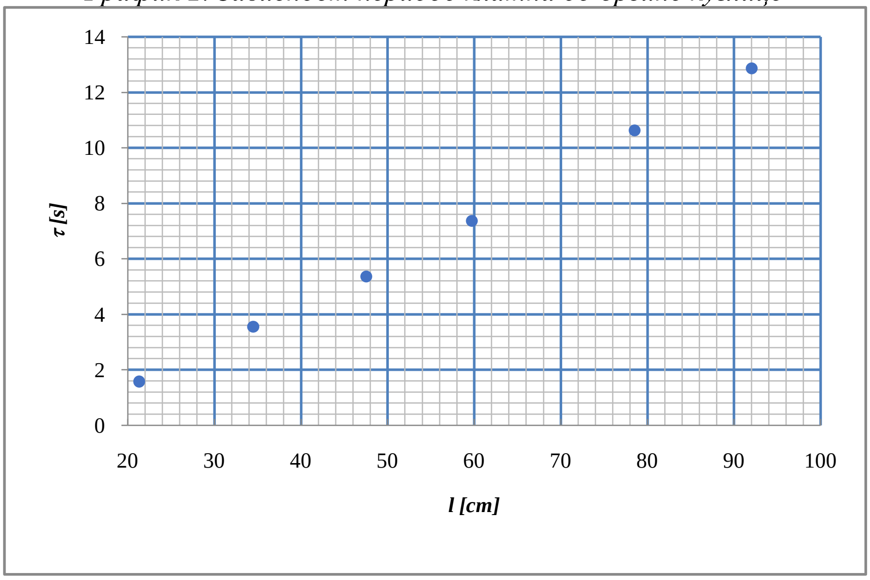


График 3. Зависност периоде клатна од дужине клатна