



## Решење: Задача 2 (10 поена)

Део А - Ларморова прецесија (3 поена)

(а) Заменом  $\vec{\mu} = -g\vec{S}$  у  $\frac{d\vec{S}}{dt} = \vec{\mu} \times \vec{B}$  добијемо  $\frac{d\vec{\mu}}{dt} = -g\vec{\mu} \times \vec{B}$ . Како је  $(\vec{\mu} \times \vec{B}) \perp \vec{\mu}$  то је и  $\frac{d\vec{\mu}}{dt} \perp \vec{\mu}$  [0,5п].  
Сада је  $\vec{\mu} \cdot \frac{d\vec{\mu}}{dt} = 0$  тј.  $\frac{d|\vec{\mu}|^2}{dt} = 0$  одакле  $\mu = |\vec{\mu}| = \text{const.}$  [0,5п]

(б) Слично, имамо да је  $\vec{B} \cdot \frac{d\vec{\mu}}{dt} = 0$  тј.  $\frac{d(\vec{B} \cdot \vec{\mu})}{dt} = 0$  одакле је  $\vec{B} \cdot \vec{\mu} = \text{const.}$  Следи да се и угао који заклапају вектори  $\vec{B}$  и  $\vec{\mu}$  не мења, па врх вектора  $\vec{\mu}$  описује кружницу. [0,5п]

(в) Користећи да је  $\vec{B} = B\vec{e}_z$ , моментна једначина за магнетни момент честице постаје  $\frac{d\vec{\mu}}{dt} = -g\mu B \sin\phi \vec{e}_\theta$  [0,5п]. Пројекцијом на правац  $\vec{e}_\theta$  добијемо  $\frac{d\mu}{dt} = -gB\mu \sin\phi$  [0,5п]. Како врх вектора  $\vec{\mu}$  описује кружницу полупречника  $\mu \sin\phi$ , као на слици 1, следи  $d\mu = \mu \sin\phi d\theta$  одакле добијемо да је Ларморова фреквенца  $\frac{d\theta}{dt} = \omega_L = -gB$ . [0,5п]

Део Б - Прелазак у ротирајући референцијни систем (4 поена)

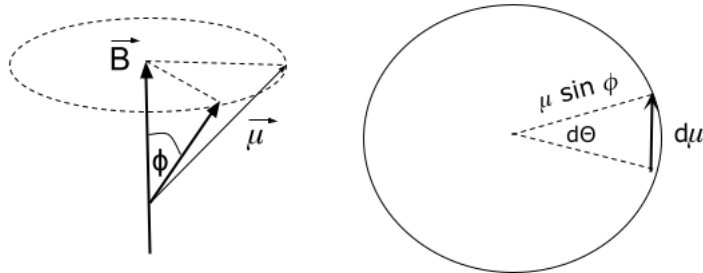
(а) Користећи релацију из текста задатка, добијемо  $\left(\frac{d\vec{\mu}}{dt}\right)_{\text{rot}} = \left(\frac{d\vec{\mu}}{dt}\right)_{\text{lab}} - \vec{\omega} \times \vec{\mu} \Rightarrow \left(\frac{d\vec{\mu}}{dt}\right)_{\text{rot}} = -g(\vec{\mu} \times \vec{B}) - \vec{\omega} \times \vec{\mu}$  [0,5п]. Коришћењем дистрибутивности добијемо:  $\left(\frac{d\vec{\mu}}{dt}\right)_{\text{rot}} = -g\vec{\mu} \times \left(\vec{B} - \frac{\vec{\omega}}{g}\right) = -g\vec{\mu} \times \vec{B}_{\text{eff}}$  [0,5п].

(б) Будући да смо добили исти облик једначине за магнетни момент честице у систему  $S'$ , Ларморова фреквенца у систему  $S'$  је:  $\omega'_L = -gB_{\text{eff}} = -g\left(B - \frac{\omega}{g}\right)$  (0,5 п).

(в) Посматрајмо магнетно поље из ротирајућег система. У овом систему магнетно поље је облика  $\vec{B} = B_0\vec{e}_z + b\vec{e}_x$  [1п]. У систему који ротира, ефективно магнетно поље је  $\vec{B}_{\text{eff}} = \left(B_0 - \frac{\omega}{g}\right)\vec{e}_z + b\vec{e}_x$  [1п]. Нова Ларморова фреквенца је  $\Omega_L = -gB_{\text{eff}} = -g\sqrt{\left(B_0 - \frac{\omega}{g}\right)^2 + b^2}$  [0,5п].

Део В - Квантна природа сина (3 поена)

(а) На месту где се налази екран Е, по Хајзенберговом принципу, важи:  $\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$ . Несигурност импулса атома је  $\Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2\Delta x}$ . Током времена  $t$ , несигурност ширине снопа  $\delta x$  ће порасти на  $\delta x = \Delta v_x t \geq \frac{\hbar}{2m\Delta x} t$  [0,5п].



Слика 1: Прецесија магнетног момента око магнетног поља у делу задатка под А.



Међутим, размак између два снопа условљен је силом  $F_x$  па је након времена  $t$  размак снопова дуж  $x$ -осе  $d_x = 2\frac{1}{2}\frac{F_x}{m}t^2 = \frac{1}{m}|\mu_x|Ct^2$  [0,5п]. Да би разликовали ком снопу честица припада, размак између снопова мора бити већи од ширине снопова, иначе је немогуће одредити колика је  $x$  компонента спина атома. Дакле треба да важи  $d_x \gg \delta x$  тј.  $\frac{1}{\hbar}|\mu_x| \Delta x C t \gg 1$  [0,5п].

- (б) Када атоми пролазе кроз екран, услед ширине процепа, варијација магнетног поља које атоми осећају је  $\Delta B = C\Delta x$  [0,5п]. Следи да ће угаона фреквенца прецесије имати расипање од  $\Delta\omega = g\Delta B = \frac{\mu_z}{\hbar}\Delta B = \frac{|\mu_x|}{\hbar}C\Delta x$  [0,5п]. Уколико је услов из претходног дела за мерење  $\mu_x$  задовољен следи  $\Delta\omega t \gg \frac{g\hbar}{|\mu|} = 1$  [0,5п] тј.  $\Delta\omega t \gg 1$  расипање угла око ког магнетни моменти прецесирају је толико велико да је несигурност при мерењу  $\mu_z$  јако велика.