



Задатак 1: Праћка (10 поена)

Део А - Масена опруга (5 поена)

Еластична опруга је физички елемента код кога важи Хуков закон - интензитет силе F потребне да се опруга сабије или издужи за неко Δl директно су пропорционални, а сила је таква да тежи да опругу врати у недеформисано стање, односно $F = -k\Delta l$. Коефицијент пропорционалности k назива се коефицијентом еластичности опруге.

У већини проблема, као добра апроксимација, сматра се да опруга нема масу. У овом делу проблема анализираћемо масивну опругу коефицијента еластичности k и сопствене масе M . Нека је опруга једним својим крајем учвршћена за вертикални зид ($x = 0$), а слободан крај опруге може да се креће без трења по хоризонталној подлози, дуж x -осе.

- (а) [1 п] Уколико слободан крај опруге на растојању l од зида има брзину $v(l)$, колика је брзина делића опруге који се налази на растојању x од зида?
- (б) [2.5 п] Израчунати укупну кинетичку енергију хомогене масивне опруге у зависности од брзине слободног краја $v(l)$.
- (в) [0.75 п] Упоредимо масивну опругу са безмасеном опругом истог коефицијента еластичности на коју је закачен тег непознате масе M_e . Колика треба бити маса M_e да би обе опруге осциловале на исти начин?
- (г) [0.75 п] Нека се масивној опрузи за слободан крај закачи тег масе m и сабије се за x_0 , а затим пусти. У тренутку када тег пролази кроз равнотежни положај, одвоји се од опруге. Одредити брзину тега v_0 у тренутку одвајања од опруге.

Део Б - Коси хитац (5 поена)

Нека се опруга са тегом из последњег дела претходног дела задатка налазила под углом α у односу на хоризонт, на висини h_0 у односу на површину Земље. Ради једноставности, занемарићемо утицај гравитационе силе на систем до тренутка када се тег откачи од опруге. Након одвајања, тег се са почетном брзином v_0 креће у гравитационом пољу. Такво кретање назива се коси хитац.

- (д) [0.5 п] Написати једначине кретања тега, $x(t)$ по хоризонталној оси и $y(t)$ по вертикалној оси.
- (ђ) [1.25 п] Одредити једначину трајекторије тега.
- (е) [2.75 п] Уколико од свих параметара можемо мењати само нагибни угао α , под којим углом α_0 ће домет бити максималан? **Подсетник.** Домет тега дефинише се као хоризонтално растојање D до места на површини земље на које ће тег након кретања кроз ваздух пасти.
- (ж) [0.5 п] Колико износи максимални домет D_{max} ?