



III разред

Друштво физичара Србије и Министарство просвете
науке и технолошког развоја Републике Србије
ЗАДАЦИ- БЕТА КАТЕГОРИЈА*

ОПШТИНСКИ НИВО
30. јануар 2021.

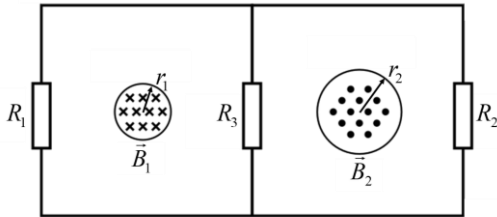
1. Електрон масе $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, количине наелектрисања $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C се креће у хомогеном магнетном пољу индукције $B = 1$ T усмереном у правцу z -осе. Кретање започиње из координатног почетка почетном брзином $v_0 = 10^5$ m/s у правцу x -осе. Када год путања електрона при његовом кретању пресече y -осу, индукција магнетног поља тренутно промени смер и удвостручи вредност. Колико износи време кретања и растојање електрона од почетне тачке кретања, када његова путања пресече y -осу трећи пут? Претпоставимо да можемо неограничено да повећавамо индукцију магнетног поља, колико дуго би се електрон кретао и колико би било максимално растојање од почетне тачке кретања електрона? [20 поена]

2. Две бесконачно дуге завојнице (на слици 1 је приказан њихов попречни пресек) пролазе кроз струјно коло као на слици 1. Отпорности у колу износе $R_1 = 6\Omega$, $R_2 = 5\Omega$ и $R_3 = 3\Omega$. Индукције магнетног поља унутар сваке завојнице имају исте вредности које се са временом мењају по закону $B_1 = B_2 = B_0 + \alpha \cdot t$, где је B_0 непозната константа, док је $\alpha = 100$ T/s. Смерови вектора индукције магнетног поља су супротни и нормални на раван струјног кола. Одредити јачину струје која пролази кроз сваки отпорник. Магнетна индукција изван завојница је једнака нули. Полупречници завојница износе $r_1 = 0,1$ m и $r_2 = 0,15$ m. [20 поена]

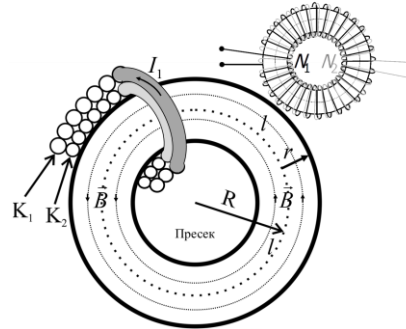
3. На торусно језгро направљено од челика релативне магнетне пермеабилности $\mu_r = 5000$, су густо намотана два једнослојна калема K_1 и K_2 , који тесно налажу један на други (слика 2). Први калем има $N_1 = 377$ намотаја, а други $N_2 = 188$ намотаја. Полупречник попречног пресека торуса износи $r = 1$ cm, док је полупречник који дефинише средњу линију торуса l , $R = 5$ cm (видети слику 2). Наћи коефицијент међусобне индукције L_{12} калема K_1 и K_2 . Занемарити самоиндукцију. Индукција магнетног поља унутар торуса која потиче од калема са N намотаја, кроз којих протиче струја I , износи $B = \mu_0 \mu_r NI / l$, где је l средња линија торуса, а $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m магнетна пермеабилност вакуума. Дебљину жица намотаја калема K_1 и K_2 занемарити. [20 поена]

4. Сијалица са волфрамовим влакном отпорности R , завојница индуктивности L и кондензатор капацитета C су повезани редно са извором наизменичне струје. Два прекидача А и В су уметнута у коло као на слици 3. На почетку оба прекидача су отворена и сијалица светли одређеним интензитетом светлости. Уколико се прекидач А затвори, док В остаје отворен, интензитет светлости сијалице остаје непромењен. Показати како се промени интензитет светлости сијалице уколико се прекидач В затвори, док прекидач А остаје отворен. Интензитет светлости сијалице је пропорционалан снази која се ослободи унутар сијалице. [20 поена]

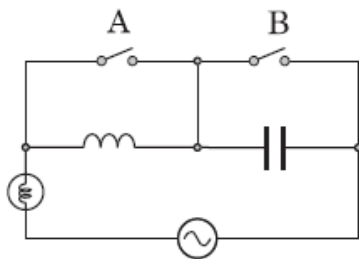
5. Хоризонтална цев С, попречног пресека облика круга, се налази изнад површине реке. Вертикална цев Р је спојена са цеви С на њеном ужем делу, савијена под правим углом и потопљена у реку са отвором окренутим супротно речном току, слика 4. Брзина ваздуха у ширем делу цеви је $v_g = 1,5$ m/s, брзина воде у реци је $v_v = 2,5$ m/s. Полупречник r_1 ширег дела цеви С четири пута је већи од полупречника r_2 њеног ужег дела тј. $r_1 = 4r_2$. Притисак пред улазом у цев С је једнак атмосферском притиску. Одредити вредност висине H до које ће се попети вода у вертикалној цеви Р у односу на слободну површину воде. Познате су следеће вредности: густина ваздуха $\rho_g = 1,22$ kg/m³, густина воде $\rho_v = 1000$ kg/m³, гравитационо убрзање Земље $g = 9,81$ m/s². Флуид сматрати хомогеним и нестишљивим, док је његово струјање ламинарно. Занемарити вискозност и површински напон. Занемарити хидростатички притисак ваздуха у цеви Р. [20 поена]



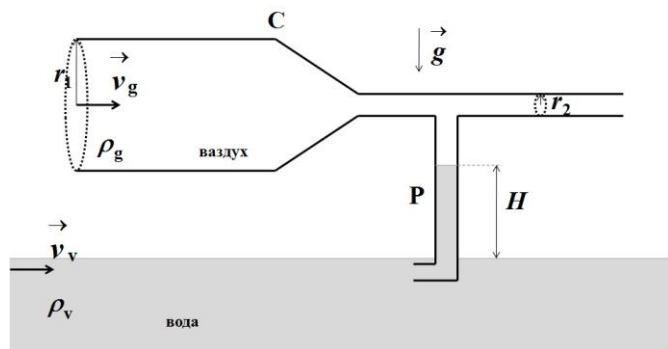
слика 1



слика 2



слика 3



слика 4

Бесконечна сума следећег геометријског реда износи: $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k = 2$

Решења свих задатака треба јасно образложити са јасно дефинисаним физичким законима и величинама које користите приликом решавања задатака. Нарочито дефинисати ознаке које уводите а које нису уобичајене.

* У бета категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима гимназија општег типа, специјализованих гимназија за области које нису математика и физика, средњих стручних школа и уметничких школа.

Задатке 1, 2, 3 и 4 припремили: Љубица Кузмановић и Христина Делиблашић, ПМФ Крагујевац; задатак 5: Владимир Чубровић

Рецензент: Проф. др Ненад Стевановић, ПМФ Крагујевац

Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: доц. др Владимир Марковић, ПМФ Крагујевац

Свим такмичарима желимо успешан рад!



III разред

Друштво физичара Србије и Министарство просвете,
науке и технолошког развоја Републике Србије
РЕШЕЊА-БЕТА КАТЕГОРИЈА*

ОПШТИНСКИ НИВО
30. јануар 2020.

1. Како је брзина електрона нормална на индукцију магнетног поља, електрон ће вршити кружно кретање у равни нормалној на правац поља, тј. O_y . Лоренцова сила која делује на електрон $F = evB$ [1п] ће се уравнотежити са центрифугалном силом $F = \frac{mv^2}{R}$ [1п], одакле је радијус кружне путање $R = \frac{mv}{eB}$ [2п], а период обилазак кружне путање $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{eB}$ [1п]. Дејством магнетног поља у правцу z -осе, електрон ће скренути према позитивном смеру y -осе (слика 1). Време које протекне до пресецања y -осе је половина периода $t_1 = \frac{T_1}{2} = \frac{\pi m}{eB}$ [1п]. У тренутку пресецања y -осе смер магнетног поља се промени, а вредност удвостручи. Електрон ће наставити кружном путањом према позитивном смеру y -осе (слика 1), а време до следећег пресека је $t_2 = \frac{T_2}{2} = \frac{\pi m}{2eB} = \frac{t_1}{2}$. На сличан начин $t_3 = \frac{T_3}{2} = \frac{t_1}{2^2}$, па је време до трећег пресецања да y -осом од почетка кретања $t_3 = t_1 + t_2 + t_3 = t_1 + \frac{t_1}{2} + \frac{t_1}{2^2} = \frac{7\pi m}{4eB} \approx 31 \text{ ps}$ [3+1п]. Растојање од почетне тачке кретања износи $y_3 = 2R_1 + 2R_2 + 2R_3 = \frac{2mv}{eB} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2}\right) = \frac{7mv_0}{2eB} \approx 2 \mu\text{m}$ [3+1п]. Електрон би се зауставио после $t_u = t_1 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots\right) = \frac{2\pi m}{eB} \approx 36 \text{ ps}$ [2+1п], тј. после једног пуног периода. Домет електрона је у том случају износи $y_{\text{max}} = \frac{2mv}{eB} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots\right) = \frac{4mv}{eB} \approx 2,3 \mu\text{m}$ [2+1п]. У стварности електрон се неће зауставити јер ће се у одређеном тренутку испољити релативистички ефекти, али ово је резултат који даје класични електромагнетизам.

2. У левој контури се индукује електромоторна сила $|\varepsilon_1| = \frac{\Delta\Phi_1}{\Delta t}$ [1п] где је $\Phi_1 = B_1 S_1$ [1п], одакле је $|\varepsilon_1| = S_1 \frac{\Delta B_1}{\Delta t} = S_1 \frac{B_1' - B_1}{t' - t} = S_1 \frac{B_0 + \alpha t' - B_0 - \alpha t}{t' - t} = S_1 \frac{\alpha(t' - t)}{t' - t} = S_1 \alpha$ [5п]. Индуковани напон покушава да успостави електричну струју која кроз ову контуру тече супротно смеру казаљке на сату. У десној контури се индукује напон $|\varepsilon_2| = \frac{\Delta\Phi_2}{\Delta t} = S_2 \alpha$ [1п], који покушава да успостави електричну струју која кроз ову контуру тече у смеру казаљке на сату. Површине су $S_1 = r_1^2 \pi$ [0,5п] и $S_2 = r_2^2 \pi$ [0,5п]. Претпоставимо да се индуковане електромоторне силе и струје у колу могу представити као на слици 2. Применом Кирхофовог правила за чвор имамо $I_3 = I_1 + I_2$ [1п], а Кирхофово правило за контуру даје изразе: $R_1 I_1 + R_3 I_3 = \varepsilon_1$ [2п] и $R_2 I_2 + R_3 I_3 = \varepsilon_2$ [2п]. Решавањем овог система се долази до тражених вредности $I_1 = \frac{\varepsilon_1 R_2 + \varepsilon_2 R_3 - \varepsilon_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = 0,062 \text{ A}$ [1+1п], $I_2 = \frac{\varepsilon_2 R_1 + \varepsilon_2 R_3 - \varepsilon_1 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = 0,86 \text{ A}$ [1+1п] и $I_3 = \frac{\varepsilon_2 R_1 + \varepsilon_1 R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} = 0,92 \text{ A}$ [1+1п].

3. Магнетна индукција калема K_1 износи $B_1 = \mu_0 \mu_r N_1 I_1 / l$. Флукс магнетног поља које потиче од N_1 намотаја калема K_1 кроз N_2 намотаја калема K_2 је $\Phi_{21} = N_2 B_1 S$ [5п], тј. $\Phi_{21} = \frac{\mu_0 \mu_r N_1 N_2 I_1 r^2 \pi}{2R\pi}$ [5п]. Како је $\Phi_{21} = L_{12} I_1$ [5п] коефицијент међусобне индукције износи $L_{12} = \mu_0 \mu_r N_1 N_2 \frac{r^2}{2R} \approx 44,5 \text{ H}$ [4+1п].



**ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2020/2021. ГОДИНЕ.**



4 У случају када су прекидачи А и В отворени реализовано је редно RLC коло чија је импеданса $Z_1 = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$ [5п]. Снага која се ослободи у сијалици износи $P_1 = I^2 R = U^2 R / Z^2$ [1п], тј.

$P_1 = \frac{U^2 R}{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$ [2п]. Када је прекидач А затворен, а прекидач В отворен, реализовано је редно RC коло чија

је импеданса $Z_2 = \sqrt{R^2 + 1/\omega^2 C^2}$ [2п]. Снага која се ослободи у сијалици износи $P_2 = \frac{U^2 R}{R^2 + 1/\omega^2 C^2}$ [2п]. По поставци

задатка, ове две снаге су једнаке, обзиром да се интензитет светлости није променио, тј. $P_1 = P_2$, одакле се добија да

је $\omega^2 LC = 2$ [2п]. Коначно, отварањем прекидача А и затварањем прекидача В реализује се RL коло чија је

импеданса $Z_3 = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$ [2п]. Снага која се ослобађа у сијалици износи $P_3 = \frac{U^2 R}{R^2 + \omega^2 L^2}$ [2п]. Потражимо однос

$\frac{P_3}{P_2} = \frac{\omega^2 C^2 R^2 + 1}{\omega^2 C^2 R^2 + 4} < 1$ [1п] одакле можемо закључити да сијалица светли мањим интензитетом [1п].

5 Бернулијева једначина примењена на тачке 1 и 2 које се налазе на струјној линији 1–2 (слика 3) је

$p_1 + \frac{\rho_g v_1^2}{2} = p_{at} + \frac{\rho_g v_g^2}{2} = p_2 + \frac{\rho_g v_2^2}{2}$ [3п], јер је по поставци задатка $p_1 = p_{at}$ и $v_1 = v_g$, а струјна линија је хоризонтална.

Из једначина континуитета примењене на попречне пресеке S_1 и S_2 цеви С важи $S_1 v_1 = S_2 v_2$ тј. $r_1^2 \pi \cdot v_1 = r_2^2 \pi \cdot v_2$ односно $r_1^2 \cdot v_g = r_2^2 \cdot v_2$ [3п]. Бернулијева једначина примењена на тачке 3 и 4 које се налазе на струјној линији 3–4

(слика) је $p_3 + \frac{\rho_v v_3^2}{2} = p_4 + \frac{\rho_v v_4^2}{2}$. На улазу у цев Р, тачка 4, брзина воде је једнака нули тј. $v_4 = 0$ (m/s) [2п], док је

$v_3 = v_v$ тако да је $p_3 + \frac{\rho_v v_v^2}{2} = p_4$ [2п]. Услед занемаривања хидростатичког притиска у цеви Р следи да је $p_2 = p_5$

[2п]. Из једначине равнотеже следи $p_4 = p_5 + \rho_v g(H + h)$ [3п], док је $p_3 = p_{at} + \rho_v g h$ [2п]. Решавањем претходних

једначина и када уврстимо да је $r_1 = 4r_2$ добијамо $H = \frac{1}{2g} \left[v_v^2 + 255 \cdot \frac{\rho_g v_g^2}{\rho_v} \right] \approx 0,35$ m [2+1п]. ($\frac{r_1^4}{r_2^4} - 1 = 255$)

