



IV разред

- (а) Нека је S референтни систем везан за Земљу, и нека се бродови крећу дуж x -осе, један у позитивном смеру и један у негативном. Пређимо у референтни систем везан за брод који се креће у позитивном смеру x -осе, систем S' . У овом систему, брзина другог брода је дата преко релативистичког закона сабирања брзина: $v = \frac{v'+v'}{1+\frac{v'v'}{c^2}}$ [10п]. Решавањем ове квадратне једначине добија се следећи резултат: $v' = \frac{2}{3}c$ [5п]. Ово је брзина бродова у систему S .

(б) Брзина којом се смањује растојање је дупло већа од појединачне брзине бродова, тј. дата је са: $2v' = \frac{4}{3}c$ [2п]. Јасно је да је ово брзина која је већа од брзине светлости, међутим, та чињеница не нарушава постулате специјалне теорије релативности, с обзиром да није у питању брзина којом се креће неко тело, већ је брзина која се добија као композиција брзине два тела, те је њена максимална вредност $2c$ [3п]. Напомена: Признати свако објашњење које је физички тачно и долази до истог закључка.
- Момент инерције шипке у односу на осу која пролази кроз један њен крај је дат са: $I = \frac{1}{3}mL^2$ (до резултата се може доћи помоћу Штајнерове теореме) [2п]. На шипку делују три силе, две еластичне силе као и сила Земљине теже (видети слику 1). Ако се опруга причвршћена за половину шипке издужи за d , онда се преостала опруга издужи за $2d$ (сличност троуглова) [2п]. Нека је угао отклона шипке у неком тренутку θ . Онда је $d = \frac{L}{2} \sin \theta$ [2п]. Једначина ротације ове шипке око једног њеног краја под дејством ових сила је дата са: $I\ddot{\theta} = -2\kappa dL \cos \theta - \kappa d \frac{L}{2} \cos \theta - mg \frac{L}{2} \sin \theta$ [5п]. Како посматрамо мале осцилације смемо извршити следеће апроксимације: $\sin \theta \approx \theta$ и $\cos \theta \approx 1$ [2п]. Након примене ових апроксимација добијамо следећи облик једначине кретања: $\ddot{\theta} + \left(\frac{15}{4} \frac{\kappa}{m} + \frac{3}{2} \frac{g}{L}\right) \theta = 0$ [5п], одакле за период осциловања добијамо: $T = 2\pi / \sqrt{\frac{15}{4} \frac{\kappa}{m} + \frac{3}{2} \frac{g}{L}}$ [2п].
- (а) Укупно увећање ће бити производ увећања оба сочива, $u = u_1 u_2$ [3п]. Апсолутна вредност увећања сочива је дефинисана као количник растојања од лика до сочива и растојања од предмета до сочива [2п], па је $u = \frac{l_1}{p_1} \frac{l_2}{p_2}$ [1п]. Користећи једначину танког сочива $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$ [5п], добијамо: $l_1 = \frac{p_1 f_1}{p_1 - f_1}$ [1п], $p_2 = L - l_1 = L - \frac{p_1 f_1}{p_1 - f_1}$ [1п], $l_2 = \frac{\left(L - \frac{p_1 f_1}{p_1 - f_1}\right) f_2}{\left(L - \frac{p_1 f_1}{p_1 - f_1}\right) - f_2}$ [1п], па је увећање микроскопа дато једначином $u = \frac{f_1}{p_1 - f_1} \frac{f_2}{\left(L - \frac{p_1 f_1}{p_1 - f_1}\right) - f_2}$ [1п].

(б) Лик у првом сочиву је реалан док је у другом сочиву имагинаран [2п], па је укупна слика инвертована [3п]. Видети слику 2.
- Треба приметити да је овакав судар могућ само ако се ради о истоименим наелектрисањима и да се без губитка општости у рачуну може претпоставити да су оба позитивна и то таква да важи $q_1 > q_2$ (да су оба наелектрисања негативна судар би изгледао потпуно исто). Применом закона одржања енергије у првом судару добијамо: $E = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 d_1}$ [5п]. Како су пред другим судару куглице биле спојене проводником, њихова наелектрисања су се разменила и уравнотежила тако да сада обе куглице носе наелектрисање $\frac{q_1 + q_2}{2}$ [4п]. Примена закона одржања енергије у другом судару даје: $E = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{\left(\frac{q_1 + q_2}{2}\right)^2}{4\pi\epsilon_0 d_2}$ [5п]. Решавањем овог система једначина по q_1 и q_2 добија се коначан резултат: $q_1 = 2\sqrt{\pi\epsilon_0 m v_0^2} (\sqrt{d_2} + \sqrt{d_2 - d_1})$ [3п], $q_2 = 2\sqrt{\pi\epsilon_0 m v_0^2} (\sqrt{d_2} - \sqrt{d_2 - d_1})$ [3п].
- (а) Нека су енергије пиона након распада E_π , док су импулси дати са \vec{p}_{π^\pm} и \vec{p}_K за пионе и каон респективно. Закон одржања енергије има следећи облик: $E = 2E_\pi$ [3п]. Закон одржања импулса пишемо помоћу косинусне теореме за ишрафирани троугао (видети слику 3). Он је дат са: $p_K^2 = p_{\pi^+}^2 + p_{\pi^-}^2 + 2p_{\pi^+} p_{\pi^-} \cos \theta$ [5п]. Релативистичке везе између енергије и импулса честица су дате са: $E = \sqrt{m_K^2 c^4 + p_K^2 c^2}$ и $E_\pi = \sqrt{m_\pi^2 c^4 + p_{\pi^\pm}^2 c^2}$ [2п]. Одавде видимо да су интензитети импулса пиона исти. Комбиновање ових једначина за угао добијамо: $\cos \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{E^2 - m_K^2 c^4}{E^2 - 4m_\pi^2 c^4}}$ [3п]. Након замене бројних вредности добија се: $\theta = 50.81^\circ$ [1п].

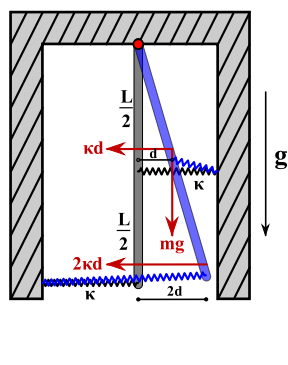
(б) У овом делу задатка поступак је у потпуности исти као у претходном делу. Једина разлика лежи у чињеници да је маса ненаелектрисаних пиона различита од масе наелектрисаних пиона, те за угао добијамо: $\cos \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{E^2 - m_K^2 c^4}{E^2 - 4m_\pi^2 c^4}}$ [3п]. Након замене бројних вредности добија се: $\theta = 51.46^\circ$ [1п].

(в) На основу претходна два дела видимо да је процес карактерисан углом између насталих пиона, који се може одредити у експерименту. Разлика ових углова је 0.65° , што је мерљиво у експерименту [2п]. Такође, постоји још један начин карактеризације процеса у експерименту. Наиме, ако бисмо укључили електрично поље, наелектрисани пиони би скретали у њему, док би се ненаелектрисани пиони простирали праволинијски.

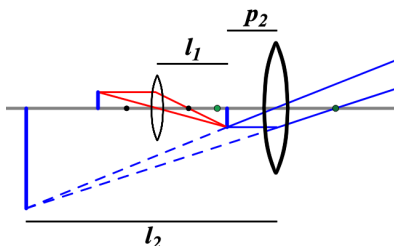
Задатке припремили: Стефан Ђорђевић и Ана Кнежеввић, Физички Факултет, Универзитет у Београду, Миша Томан и Хана Шиф, Универзитет у Калифорнији, Ирвин.

Рецензент: Јован Марков, Научни институт Вајцман, Израел.

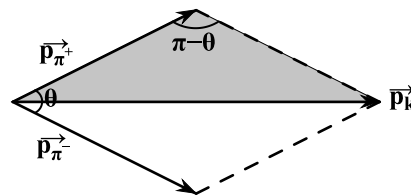
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: проф. др Имре Гут, Универзитет у Новом Саду



Слика 1: Постава шипке и опруга у задатку 2.



Слика 2: Сочива за микроскоп у решењу 3.



Слика 3: Закон одржања импулса у задатку 5.