ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2023/2024. ГОДИНЕ

Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије
РЕШЕЊА – АЛФА КАТЕГОРИЈА*

IV разред

ОПШТИНСКИ НИВО
4. фебруар 2024.

1. Нека је референтни систем у ком се фотони налазе на растојању l_0 означен са S, док је референтни систем који се креће брзином v у односу на систем S, означен са S'. Једначине кретања ова два фотона у систему S су дате са: $x_1 = ct$ и $x_2 = ct + l_0$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Сада желимо да одредимо једначине кретања ових фотона у систему S'. Лоренцове трансформације координата између ова два система су дате са: $x' = \gamma(x - vt)$ и $t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$, где је $\gamma = 1/\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. У случају првог фотона добијамо; $x_1' = t\gamma(c - v)$ $\boxed{\textbf{3п}}$ и $t_1' = t\gamma\left(1 - \frac{v}{c}\right)$ $\boxed{\textbf{3п}}$. На основу ове две једначине видимо да је једначина кретања првог фотона у систему S' дата са $x_1' = ct'$ $\boxed{\textbf{2п}}$. У случају другог фотона, имамо: $x_2' = \gamma(t(c - v) + l_0)$ $\boxed{\textbf{3п}}$ и $t_2' = \gamma\left(t\left(1 - \frac{v}{c}\right) - \frac{vl_0}{c^2}\right)$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Сада је једначина кретања другог фотона у систему S' дата са: $x_2' = ct' + l_0\sqrt{\frac{c+v}{c-v}}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Одавде директно читамо да је растојање између фотона у систему S' дато са: $l = l_0\sqrt{\frac{c+v}{c-v}}$ $\boxed{\textbf{2п}}$.
Напомена: Признавати свако решење које је физички тачно и доводи до истог резултата. На пример, није неопходно писати једначине кретања фотона у ова два система и њих поредити. Довољно је само посматрати координате догађаја у ова два система и закључити да прође додатно време $\gamma\frac{vl_0}{c^2}$ код другог фотона да би догађаји били истовремени у систему S'. За то време он пређе растојање $\gamma\frac{vl_0}{c}$. Овај резултат се мора додати на израз за контракцију дужине l_0, како би се добило растојање фотона у покретном систем. Према томе, коначан резултат је дат са: $l = \gamma l_0 + \gamma\frac{vl_0}{c} = l_0\sqrt{\frac{c+v}{c-v}}$.

2. Нека је x положај центра ваљка у односу на равнотежни положај на x-оси (видети слику 2). Због непроклизавања важи услов $x = R\theta$ где је θ угао отклона цилиндра $\boxed{\textbf{3п}}$. Применом Њутновог другог закона на линеарно и ротационо кретање добијају се једначине кретања: $I\ddot{\theta} = -\kappa_2(x + R\theta)R - F_{tr}R$ $\boxed{\textbf{5п}}$, $m\ddot{x} = -2\kappa_1 x - \kappa_2(x + R\theta) + F_{tr}$ $\boxed{\textbf{5п}}$. Елиминисањем силе трења помоћу једначине за ротационо кретање и коришћењем услова непроклизавања добијамо следећи израз: $\ddot{\theta} + \frac{2\kappa_1 + 4\kappa_2}{I + mR^2}\theta = 0$ $\boxed{\textbf{5п}}$. Примећујемо да смо добили једначину малих осцилација те је период дат са: $T = \pi\sqrt{\frac{3m}{\kappa_1 + 2\kappa_2}}$ $\boxed{\textbf{2п}}$.

3. (а) Укупно увећање ће бити производ увећања оба сочива, $u = u_1 u_2$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Апсолутна вредност увећања сочива је дефинисана као количник растојања од лика до сочива и растојања од предмета до сочива $\boxed{\textbf{2п}}$, па је $u = \frac{l_1}{p_1}\frac{l_2}{p_2}$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Користећи једначину танког сочива $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$ $\boxed{\textbf{5п}}$, добијамо: $l_1 = \frac{p_1 f_1}{p_1 - f_1}$ $\boxed{\textbf{1п}}$, $p_2 = L - l_1 = L - \frac{p_1 f_1}{p_1 - f_1}$ $\boxed{\textbf{1п}}$, $l_2 = \frac{\left(L - \frac{p_1 f_1}{p_1 - f_1}\right)f_2}{\left(L - \frac{p_1 f_1}{p_1 - f_1}\right) - f_2}$ $\boxed{\textbf{1п}}$, па је увећање микроскопа дато једначином $u = \frac{f_1}{p_1 - f_1}\,\frac{f_2}{\left(L - \frac{p_1 f_1}{p_1 - f_1}\right) - f_2}$ $\boxed{\textbf{1п}}$.

   (б) Лик у првом сочиву је реалан док је у другом сочиву имагинаран $\boxed{\textbf{2п}}$, па је укупна слика инвертована $\boxed{\textbf{3п}}$. Видети слику 1.

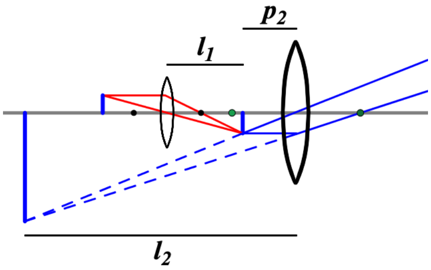
4. (а) Како бисмо постигли равнотежу потребно је изједначити моменте сила са леве и десне стране полуге. Момент силе са леве стране полуге је усмерен према столу, и интензитет му је једнак $M_l = (Mg + QE)\left(\frac{L}{2} + D\right)\cos\theta$ $\boxed{\textbf{4п}}$. Момент силе са десне стране полуге такође је усмерен према столу, и интензитет му је једнак $M_d = mg\left(\frac{L}{2} - D\right)\cos\theta$ $\boxed{\textbf{4п}}$. Услов равнотеже гласи $M_l = M_d$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Решавањем ових једначина по m добијамо $m = \left(M + \frac{Q\sigma}{2\varepsilon_0 g}\right)\frac{\frac{L}{2} + D}{\frac{L}{2} - D}$ $\boxed{\textbf{4п}}$, где смо употребили да је електрично поље равномерно наелектрисаног стола дато формулом $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ $\boxed{\textbf{4п}}$.

   (б) Не, ова ревнотежа не зависи од угла θ $\boxed{\textbf{1п}}$, те се не може употребити за мерење било које величине $\boxed{\textbf{2п}}$.

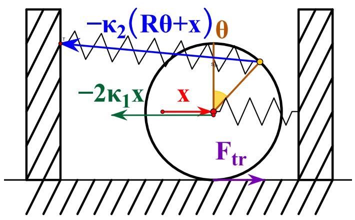
5. (а) Закон одржања енергије је дат следећим изразом: $m_e c^2 + E = \frac{hc}{\lambda_1} + \frac{hc}{\lambda_2}$ $\boxed{\textbf{3п}}$, где је E енергија упадног позитрона, док су λ_1 и λ_2 таласне дужине излазних фотона. Закон одржања импулса пишемо помоћу косинусне теореме за ишрафирани троугао (видети слику 3). Он је дат са: $p^2 = \left(\frac{h}{\lambda_1}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda_2}\right)^2 + 2\frac{h^2}{\lambda_1\lambda_2}\cos\theta$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Релативистичка веза између енергије и импулса за позитрон је: $E^2 = p^2c^2 + m_e^2c^4$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Заменом израза за закон одржања енергије као и ове везе између енергије и импулса у израз за закон одржања импулса добија се следећи резултат за угао θ између излазећих фотона: $\sin^2\frac{\theta}{2} = \frac{m_e c}{h}\bar{\lambda}$ $\boxed{\textbf{5п}}$. Након замене бројних вредности добија се следећа вредност угла: $\theta = 79.89°$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Како је $\sin^2\frac{\theta}{2} \leqslant 1$, важи: $\bar{\lambda} \leqslant \lambda_c = 2.43\text{pm}$ $\boxed{\textbf{1п}}$, где је λ_c Комптонова таласана дужина.
   Напомена: Било који поступак који има тачне изразе за законе одржања и везу енергије и импулса бодовати са $\boxed{\textbf{3п+3п+2п}}$.

Задатке припремили: *Стефан Ђорђевић и Ана Кнежевић*, Физички Факултет, Универзитет у Београду, *Миша Томан* и *Хана Шиф*, Универзитет у Калифорнији, Ирвин.
Рецензент: *Јован Марков*, Научни институт Вајцман, Израел
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *проф. др Имре Гут*, Универзитет у Новом Саду

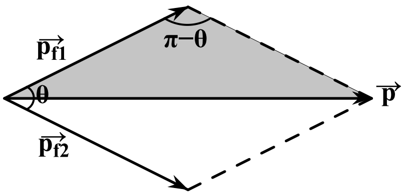
(б) Помоћу закона одржања енергије долазимо до следећег израза за енергију упадног позитрона $E = \frac{2hc\bar{\lambda}}{\lambda_1\lambda_2} - m_e c^2$. Потребно је још одредити производ $\lambda_1\lambda_2$. Како имамо две једначине $\bar{\lambda} = \frac{\lambda_1+\lambda_2}{2}$ и $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$, добијамо: $\lambda_1\lambda_2 = \bar{\lambda}^2 - \Delta\lambda^2/4$ $\boxed{\mathbf{2п}}$. Заменом овог израза, добијамо финални резултат: $E = \frac{2hc\bar{\lambda}}{\bar{\lambda}^2 - \Delta\lambda^2/4} - m_e c^2$ $\boxed{\mathbf{2п}}$. Након замене бројних вредности добија се следећа вредност енергије упадног позитрона: $E = 2\text{MeV}$ $\boxed{\mathbf{1п}}$.



Слика 1: Сочива за микроскоп у решењу 3.



Слика 2: Ваљак у задатку 2.



Слика 3: Закон одржања импулса у задатку 5.

Задатке припремили: *Стефан Ђорђевић и Ана Кнежевић*, Физички Факултет, Универзитет у Београду, *Миша Томан* и *Хана Шиф*, Универзитет у Калифорнији, Ирвин.
Рецензент: *Јован Марков*, Научни институт Вајцман, Израел
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *проф. др Имре Гут*, Универзитет у Новом Саду