



III разред

1. Посматрајмо систем који се састоји од поменутих два диска. Након спајања, између њих почиње да делује сила трења - унутрашња сила која не мења момент импулса система али смањује механичку енергију система.

Моменти импулса дискова су $L_1 = I\omega_1$ и $L_2 = I\omega_2$, где је $I = \frac{1}{2}mR^2$ (1 поен) момент инерције диска у односу на осу симетрије око које дискови ротирају. Како дискови ротирају у супротним смеровима, вектори момената импулса су супротно усмерене дуж осе ротације те важи да је укупан момент импулса система пре контакта $L = L_1 - L_2 = I(\omega_1 - \omega_2)$ (4 поена).

Проклизавање престаје у тренутку када дискови постигну једнаке угаоне брзине по интензитету и смеру ротације. Од тог тренутка систем постаје диск двоструко веће масе $2m$ и истог полупречника R , а ротира угаоном брзином ω (2 поена).

Момент импулса система након проклизавања је $L' = 2I\omega$ (2 поена). Из закона одржања момента импулса $L = L'$ следи угаона брзина којом дискови ротирају без проклизавања $\omega = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$ (2 поена). Напомена: Претпоставили смо да је момент импулса L_1 већи те његов смер узели за позитиван.

Кинетичка енергија ротације дискова пре контакта је $E = E_1 + E_2 = \frac{1}{2}I(\omega_1^2 + \omega_2^2)$ (1 поен). Након проклизавања енергија ротације дискова је $E' = \frac{1}{2} \cdot 2I\omega^2$ (2 поена). Закон одржања енергије се може исказати на следећи начин $E = E' + A_{tr}$ (4 поена), где је A_{tr} рад силе трења. Тражени рад силе трења је $A_{tr} = \frac{1}{8}mR^2(\omega_1 + \omega_2)^2$ (2 поена).

2. I начин: Импеданса гране у којој се налази калем износи $\bar{Z}_{LR} = \bar{Z}_R + \bar{Z}_L = R + j\omega L$ [2п]. Импеданса целог кола износи

$$\bar{Z}_u = \frac{\bar{Z}_C \bar{Z}_{LR}}{\bar{Z}_C + \bar{Z}_{LR}} = \frac{-\frac{j}{\omega C}R + j\omega L}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} = \frac{\frac{R}{\omega^2 C^2} + j(\frac{L}{\omega C^2} - \frac{R^2}{\omega C} - \frac{\omega L^2}{C})}{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = (49,14 + j \cdot 9,65)\Omega$$

[4+1п]. Јачина струје кроз извор је $I = \frac{U}{|\bar{Z}_u|} = 1,99A$ [3+1п]. Ефективна вредност јачине струје кроз кондензатор је једнака $I_C = \frac{U}{|\bar{Z}_C|} = \omega CU = 1,256A$ [3+1п], а јачина струје кроз калем и отпорник износи $I_L = I_R = \frac{U}{|\bar{Z}_{LR}|} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = 2,55A$ [3+1п]

II начин: Фазорски дијаграм за електрично коло приказан је на слици 1 [6п], где је U ефективна вредност извора напона, а I_{LR} ефективна вредност јачине струје кроз калем и отпорник, I_C је ефективна вредност јачине струје кроз кондензатор, а I је ефективна вредност јачине струје кроз кондензатор је $I_C = \frac{U}{|\bar{Z}_C|} = \omega CU = 1,256A$ [2+1п], а кроз калем износи $I_{LR} = \frac{U}{|\bar{Z}_{LR}|} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = 2,55A$ [2+1п]. Фазни померај јачине струје калема и отпорника у односу на напон извора износи $\phi_{LR} = \arctan(\frac{\omega L}{R}) = 39,9^\circ$ [2+1п]. Ефективна вредност јачине струје која протиче кроз извор може се одредити из фазорског дијаграма, на основу косинусне теореме $I = \sqrt{I_{LR}^2 + I_C^2 - 2I_{LR}I_C \cos(90^\circ - \phi_{LR})} = 1,99A$ [4+1п]

3. Према Фарадејевом закону, индукована електромоторна сила у оквиру једнака је $\epsilon_{ind} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, где је $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \varphi$, и $B = \mu_0 H$ (јер $\mu_r = 1$, систем се налази у вакууму) интензитет магнетне индукције на површини оквира. S је површина оквира, а φ угао за који је оквир заокренут (угао између вектора магнетне индукције и вектора нормале на површину оквира, у почетном тренутку је $\varphi = 0$) [1п+1п]. Према томе, $\Delta\Phi = BS \cos \varphi - BS$ [2п]. Са друге стране, $\epsilon_{ind} = IR$ где је I струја која тече кроз оквир као последица индуковане електромоторне силе и R укупан отпор оквира [4п]. Како је $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ следи $-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta q}{\Delta t} R$ тј. $BS(1 - \cos \varphi) = \Delta q R$ [2п+4п] одакле је $\cos \varphi = 1 - \frac{\Delta q R}{\mu_0 H S}$ [4п]. Заменом бројних вредности из текста задатка, добијамо да је $\cos \varphi \approx 0,5$ тј. $\varphi = 60^\circ$ [2п]

4. На слици 2 је приказано коло сталних струја дато у поставци задатка, при чему су волтметар и амперметар замењени својим еквивалентним отпорностима, а познато је да је $U_{AB} = U_V$ и $I_2 = I_A$. [1п] Када је преклопник П у положају 1, кроз отпорник R_1 протиче струја $I_1^{(1)} = \frac{E_1 - U_V^{(1)}}{R_1} = 4mA$. [2п] Струја кроз волтметар, тј. отпорник r_V , јесте $I_V^{(1)} = \frac{U_V^{(1)}}{r_V} = 2mA$. [2п] Одавде је струја која излази из тачке А ка отпорничкој мрежи, односно струја која улази у тачку В из отпорничке мреже, $I^{(1)} = I_1^{(1)} - I_V^{(1)} = 2mA$. [2п]

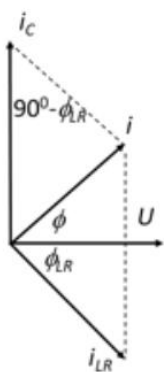
I начин: Како важи $I^{(1)} = I_2^{(1)}$, то значи да у отпорничкој мрежи гране AC и BD нису повезане, јер би у супротном део струје протicao кроз грану која их повезује, и на излазу из тачке C би струја била мања од оне која излази из тачке А. Према томе, дата отпорничка мрежа је еквивалентна отпорничкој мрежи приказаној на слици ?? [4п] Цело коло десно од волтметра, које чине отпорничка мрежа и отпорник R_2 , може се еквивалентирати отпорником отпорности $R_{AB} = \frac{U_V^{(1)}}{I^{(1)}} = 5k\Omega$, [2п] при чему ће кроз њега протичати иста струја као и кроз амперметар. [2п] Еквивалентна отпорност коју види извор E_1 је $R_e = R_1 + \frac{r_V R_{AB}}{r_V + R_{AB}} = 4,5k\Omega$. Када је преклопник П у положају 2, $I_1^{(2)} = \frac{E_2}{r_2 + R_e} = 2mA$. [3п] Како је $R_{AB} = r_V$, то је струја кроз отпорник R_{AB} , односно амперметар, $I_A^{(2)} = I_2^{(2)} = \frac{1}{2} I_1^{(2)} = 1mA$. [2п]

II начин: Због линеарности кола десно од волтметра и чињенице да не постоје никакви генератори напона и струје у њему, важиће да је $I = kI_2$, где је k константа која зависи само од распореда отпорника у том делу кола. [4п] Из првог случаја, када је преклопник П у положају 1, може се закључити да је $k = I^{(1)}/I_2^{(1)} = 1$. [2п] Цело коло десно од волтметра, које чине отпорничка мрежа и отпорник R_2 , може се еквивалентирати отпорником отпорности $R_{AB} = \frac{U_V^{(1)}}{I^{(1)}} = 5k\Omega$. [2п] Еквивалентна отпорност коју види извор E_1 је $R_e = R_1 + \frac{r_V R_{AB}}{r_V + R_{AB}} = 4,5k\Omega$.

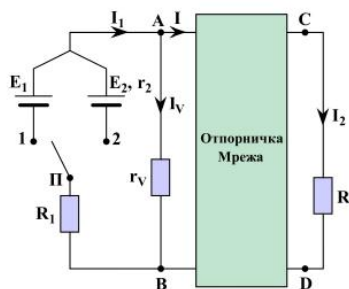


Када је преклопник П у положају 2, $I_1^{(2)} = \frac{E_2}{r_2 + R_c} = 2\text{mA}$. [3п] Како је $R_{AB} = r_V$, то је струја кроз отпорник R_{AB} , односно струја која улази из тачке А у отпорничку мрежу, $I^{(2)} = \frac{1}{2}I_1^{(2)} = 1\text{mA}$, па је струја кроз амперметар $I_A^{(2)} = I_2^{(2)} = I^{(2)}/k = 1\text{mA}$. [2п]

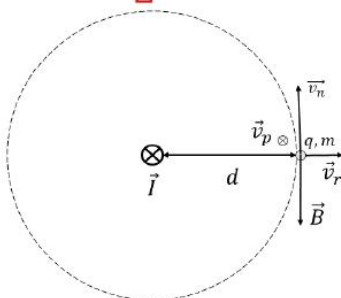
5. Када кроз дугачки проводник (жицу) тече стална струја I око ње се ствара магнетно поље правца и смера као на слици [3], интензитета $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$ где је d нормално растојање тачке у простору од осе жице [2п]. На позитрон (наелектрисана честица у покрету, наелектрисања $q_p = e = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$) делује Лоренцова сила $F_l = qv_p B$. Ова сила узоркује да позитрон орбитира око жице брзином v_n , тј. добија и нормалну компоненту брзине [3п]. Како позитрон има и компоненту брзине дуж правца жице, путања позитрона је увојница [1п]. Други њутнов закон дуж радијалног правца даје $m \frac{v_n^2}{d} = F_l = qv_p B$, одакле налазимо да је $v_n = \sqrt{\frac{qv_p \mu_0 I}{2\pi m e}}$ [4п+4п]. Период орбитирања позитрона добијамо из релације $T = \frac{2\pi d}{v_n} = 2\pi d \sqrt{\frac{2\pi m}{qv_p \mu_0 I}}$ [4п]. Заменом бројних вредности из текста задатка добијамо да је $T \approx 1,73 \text{ mS}$ [2п].



Слика 1: Фазорски дијаграм у задатку [2]



Слика 2: Поставка проблема у задатку [4]



Слика 3: Слика уз [5] задатак.

Решења свих задатака треба јасно образложити и треба јасно навести све физичке законе и дефинисати све ознаке које се користе у решењу задатка.

*У бета категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима свих врста гимназија осим специјализованих гимназија за области математика и физика.