



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2023/2024. ГОДИНЕ



III разред

Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке
и технолошког развоја Републике Србије
РЕШЕЊА - АЛФА КАТЕГОРИЈА*

ОПШТИНСКИ НИВО
4. фебруар 2024.

1. Посматрајмо систем који се састоји од поменута два диска. Након спајања, између њих почиње да делује сила трења - унутрашња сила која не мења момент импулса система али смањује механичку енергију система.

Моменти импулса дискова су $L_1 = I\omega_1$ и $L_2 = I\omega_2$, где је $I = \frac{1}{2}mR^2$ (1 поен) момент инерције диска у односу на осу симетрије око које дискови ротирају. Како дискови ротирају у супротним смеровима, вектори момената импулса су супротно усмерене дуж осе ротације те важи да је укупан момент импулса система пре контакта $L = L_1 - L_2 = I(\omega_1 - \omega_2)$ (4 поена).

Проклизавање престаје у тренутку када дискови постигну једнаке угаоне брзине по интензитету и смеру ротације. Од тог тренутка систем постаје диск двоструко веће масе $2m$ и истог полуупречника R , а ротира угаоном брзином ω (2 поена).

Момент импулса система након проклизавања је $L' = 2I\omega$ (2 поена). Из закона одржавања момента импулса $L = L'$ следи угаона брзина којом дискови ротирају без проклизавања $\omega = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$ (2 поена). Напомена: Претпоставили смо да је момент импулса L_1 већи те његов смер узели за позитиван.

Кинетичка енергија ротације дискова пре контакта је $E = E_1 + E_2 = \frac{1}{2}I(\omega_1^2 + \omega_2^2)$ (1 поен). Након проклизавања енергија ротације дискова је $E' = \frac{1}{2} \cdot 2I\omega^2$ (2 поена). Закон одржавања енергије се може исказати на следећи начин $E = E' + A_{tr}$ (4 поена), где је A_{tr} рад силе трења. Тражени рад силе трења је $A_{tr} = \frac{1}{8}mR^2(\omega_1 + \omega_2)^2$ (2 поена).

2. **I начин:** Импеданса гране у којој се налази кондензатор износи $\bar{Z}_{CR1} = \bar{Z}_{R1} + \bar{Z}_C = R_1 - j\frac{1}{\omega C} = Z_{CR1}e^{-j\phi_{CR1}}$ [1п] где је модуло једнак $Z_{CR1} = \sqrt{R_1^2 + (\frac{1}{\omega C})^2} = 187,96\Omega$, [1п] а фаза једнака $\phi_{CR1} = \arctan(\frac{1}{\omega CR_1}) = 1\text{rad}$ [1п].

Напон на кондензатору се може одредити као $u_C(t) = \frac{-j\frac{1}{\omega C}}{Z_{CR1}}u(t) = \frac{\frac{1}{\omega C}e^{-j\frac{\pi}{2}}}{|Z_{CR1}|e^{-j\phi_{CR1}}}u(t) = \frac{\frac{1}{\omega C}}{|Z_{CR1}|}e^{-j(\frac{\pi}{2}-\phi_{CR1})}u(t) = 0,846u(t)e^{-j(\frac{\pi}{2}-\phi_{CR1})}$ [2п]. Ако је напон извора облика $u(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t) = 141,42\sin(\omega t)$ [1п], тада је напон на кондензатору облика $u_C(t) = 0,846U\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2} + \phi_{CR1}) = 119,38\sin(\omega t - \frac{\pi}{2} + \phi_{CR1})$ [2п]. На сличан начин, импеданса гране са калемом износи $\bar{Z}_{LR2} = \bar{Z}_{R2} + \bar{Z}_L = R_2 + j\omega L = Z_{LR2}e^{j\phi_{LR2}}$ [1п] где је модуло једнак $Z_{LR2} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = 202,45\Omega$ [1п], а фаза једнака $\phi_{LR2} = \arctan(\frac{\omega L}{R_2}) = 0,155\text{rad}$ [1п]. Напон на калему се може одредити као $u_L(t) = \frac{j\omega L}{Z_{LR2}}u(t) = \frac{\omega Le^{j\frac{\pi}{2}}}{|Z_{LR2}|e^{j\phi_{LR2}}}u(t) = 0,155u(t)e^{j(\frac{\pi}{2}-\phi_{LR2})}$ [2п]. Коначно, напон на калему је једнак $u_L(t) = 21,94\sin(\omega t + \frac{\pi}{2} - \phi_{LR2})$ [2п]. Напон на кондензатору је максималан када је аргумент функције једнак $\frac{\pi}{2}$, односно $\omega t - \frac{\pi}{2} + \phi_{CR1} = \frac{\pi}{2}$, одакле следи да је $\omega t = \pi - \phi_{CR1}$ [2п]. У том тренутку напон на калему једнак је $u_L(t) = 21,94\sin(\frac{3\pi}{2} - \phi_{CR1} - \phi_{LR2}) = -8,62V$ [2+1п].

II начин: Фазорски дијаграм за грану кола која садржи кондензатор је приказан на слици 1 [2п], где је $U_0 = U\sqrt{2}$ амплитуда напона извора, U_{R10} је амплитуда напона на отпорнику R_1 , а U_{C0} је амплитуда напона на кондензатору. I_{C0} је амплитуда јачине струје кроз кондензатор. Напон на кондензатору касни у односу на напон извора за $\frac{\pi}{2} - \phi_{CR1}$ [1п], где је $\phi_{CR1} = \arctan(\frac{1}{\omega CR_1}) \approx 1\text{rad}$ [1п]. На основу тога, тренутна вредност напона на кондензатору је једнака $u_C(t) = U_{C0}\sin(\omega t - (\frac{\pi}{2} - \phi_{CR1}))$ [2п]. Амплитуда напона на кондензатору је једнака $U_{C0} = \frac{1}{\omega C} \frac{U_0}{\sqrt{R_1^2 + (\frac{1}{\omega C})^2}} = 119,38V$ [1+1п].

Фазорски дијаграм за грану кола која садржи калем приказан је на слици 1 [2п]. Напон на калему предњачи у односу на напон извора, за $\frac{\pi}{2} - \phi_{LR2}$ [1п], где је $\phi_{LR2} = \arctan(\frac{\omega L}{R_2}) = 0,155\text{rad}$ [1п]. На основу тога, тренутна вредност напона на калему једнака је $u_L(t) = U_{L0}\sin(\omega t + (\frac{\pi}{2} - \phi_{LR2}))$ [2п], где је амплитуда напона на калему једнака $U_{L0} = \omega L \frac{U_0}{\sqrt{R_2^2 + (\omega L)^2}} = 21,88V$ [1+1п]. Напон на кондензатору ће бити максималан када је

аргумент функције једнак $\frac{\pi}{2}$ [1п], односно у тренутку $t = \frac{\pi - \phi_{CR1}}{\omega}$ [1п]. У том тренутку вредност напона на калему је једнака $u_L(t) = U_{L0}\sin(\frac{3\pi}{2} - \phi_{LR2} - \phi_{CR1}) = -8,62V$ [1+1п].

3. При кретању проводника, дужина странице квадрата који формирају проводници мења се у времену као $l(t) = l_0 + 2vt$. [3п] Електромоторна сила која се индукује у квадрату је $\varepsilon(t) = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = B\frac{\Delta S}{\Delta t}$, [3п] где је $\Delta S = l^2(t + \Delta t) - l^2(t) \approx 4v\Delta t(l_0 + 2vt)$, при чему је искоришћено $(\Delta t)^2 \ll \Delta t$, јер је Δt мала величина, па је коначно $\varepsilon(t) = 4Bv(l_0 + 2vt)$. [5п] Зависност отпорности квадрата од времена је $R(t) = 4(l_0 + 2vt)R'$. [4п] Снага Цулових губитака који се ослободе у систему је $P(t) = \frac{\varepsilon^2(t)}{R(t)}$, [2п] па је коначно решење $P(t) = 4B^2v^2(l_0 + 2vt)/R'$. [3п]



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2023/2024. ГОДИНЕ



III разред

Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке
и технолошког развоја Републике Србије
РЕШЕЊА - АЛФА КАТЕГОРИЈА*

ОПШТИНСКИ НИВО
4. фебруар 2024.

Напомена: Ученику који је тачно израчунао индуковану електромоторну силу у контури, позивајући се на формулу за индуковану електромоторну силу у праволинијском проводнику дужине $l(t)$, $\varepsilon(t) = Bvl(t)$, [3п] што је у овом случају када постоје четири проводника $\varepsilon(t) = 4Bvl(l_0 + 2vt)$, [5п] треба дати све поене. [3п+5п=8п]

4. На слици 2 је приказано коло сталних струја дато у поставци задатка, при чему су волтметар и амперметар замењени својим еквивалентним отпорностима, а познато је да је $U_{AB} = U_V$ и $I_2 = I_A$. [1п] Када је преклопник П у положају 1, кроз отпорник R_1 противе струја $I_1^{(1)} = \frac{E_1 - U_V^{(1)}}{R_1} = 4\text{mA}$. [2п] Струја кроз волтметар, тј. отпорник r_V , јесте $I_V^{(1)} = \frac{U_V^{(1)}}{r_V} = 2\text{mA}$. [2п] Одавде је струја која излази из тачке A ка отпорничкој мрежи, односно струја која улази у тачку B из отпорничке мреже, $I^{(1)} = I_1^{(1)} - I_V^{(1)} = 2\text{mA}$. [2п]

I начин: Како важи $I^{(1)} = I_2^{(1)}$, то значи да у отпорничкој мрежи гране AC и BD нису повезане, јер би у супротном део струје противао кроз грану која их повезује, и на излазу из тачке C би струја била мања од оне која излази из тачке A. Према томе, дата отпорничка мрежа је еквивалентна отпорничкој мрежи приказанај на слици 3. [4п] Цело коло десно од волтметра, које чине отпорничка мрежа и отпорник R_2 , може се еквивалентирати отпорником отпорности $R_{AB} = \frac{U_V^{(1)}}{I^{(1)}} = 5\text{k}\Omega$, [2п] при чему ће кроз њега противати иста струја као и кроз амперметар. [2п] Еквивалентна отпорност коју види извор E_1 је $R_e = R_1 + \frac{r_V R_{AB}}{r_V + R_{AB}} = 4,5\text{k}\Omega$. Када је преклопник П у положају 2, $I_1^{(2)} = \frac{E_2}{r_2 + R_e} = 2\text{mA}$. [3п] Како је $R_{AB} = r_V$, то је струја кроз отпорник R_{AB} , односно амперметар, $I_A^{(2)} = I_2^{(2)} = \frac{1}{2}I_1^{(2)} = 1\text{mA}$. [2п]

II начин: Због линеарности кола десно од волтметра и чињенице да не постоје никакви генератори напона и струје у њему, важиће да је $I = kI_2$, где је k константа која зависи само од распореда отпорника у том делу кола. [4п] Из првог случаја, када је преклопник П у положају 1, може се закључити да је $k = I^{(1)}/I_2^{(1)} = 1$. [2п] Цело коло десно од волтметра, које чине отпорничка мрежа и отпорник R_2 , може се еквивалентирати отпорником отпорности $R_{AB} = \frac{U_V^{(1)}}{I^{(1)}} = 5\text{k}\Omega$. [2п] Еквивалентна отпорност коју види извор E_1 је $R_e = R_1 + \frac{r_V R_{AB}}{r_V + R_{AB}} = 4,5\text{k}\Omega$. Када је преклопник П у положају 2, $I_1^{(2)} = \frac{E_2}{r_2 + R_e} = 2\text{mA}$. [3п] Како је $R_{AB} = r_V$, то је струја кроз отпорник R_{AB} , односно струја која улази из тачке A у отпорничку мрежу, $I^{(2)} = \frac{1}{2}I_1^{(2)} = 1\text{mA}$, па је струја кроз амперметар $I_A^{(2)} = I_2^{(2)} = I^{(2)}/k = 1\text{mA}$. [2п]

5. На тело делују Лоренцова сила, Кулонова сила, Земљина тежа и сила затезања нити као на слици 4. Разликујемо два случаја: 1. $Eq < mg$ и 2. $Eq > mg$ као на слици 4 [3п], јер је $Eq \neq mg$. Видимо да у првом случају тело обилази кружницу испод тачке вешања док у другом случају, изнад тачке вешања. У оба случаја, за кружно кретање тела у хоризонталној равни важи $m\frac{v^2}{r} = F_L + T \sin \varphi$ тј. узимајући у обзир да је $v = \frac{2\pi r}{T}$ где је T период обиласка кружнице, следи $mr\frac{4\pi^2}{T^2} = qvB + T \sin \varphi$ [2+2+2п]. Са слике видимо да је $r = l \sin \varphi$, па се претходна једначина своди на $ml\frac{4\pi^2}{T^2} = qBl\frac{2\pi}{T} + T$ одакле праволинијски $T = \frac{2\pi l}{T}(\frac{2m\pi}{T} - qB)$ [2+2п]. Тело кружи у хоризонталној равни те нема кретања у вертикалној равни па је, у 1. случају $T \cos \varphi = mg - F_e = mg - Eq$, а у другом случају $T \cos \varphi = F_e - mg = Eq - mg$, или у једном запису, $T \cos \varphi = |Eq - mg|$ [1+1+1п]. Одавде је $\cos \varphi = \frac{|Eq - mg|}{T} = \frac{|Eq - mg|T^2}{2\pi l(2\pi m - qBT)}$ па следи да је $r = l \sin \varphi = l \sqrt{1 - (\frac{|Eq - mg|T^2}{2\pi l(2\pi m - qBT)})^2}$ [3п]. Видимо да полу пречник кружнице не зависи од односа јачине електричног поља и карактеристиче тела (m, q) (када је $Eq \neq mg$ и када долази до кружног кретања у хоризонталној равни) [1п].

Решења свих задатака треба јасно образложити и треба јасно навести све физичке законе и дефинисати све ознаке које се користе у решењу задатка.

*У алфа категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима специјализованих гимназија за области математика и физика.



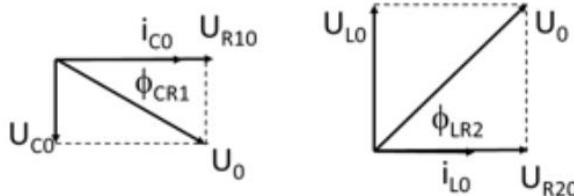
ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2023/2024. ГОДИНЕ



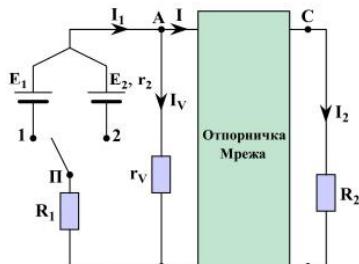
III разред

Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке
и технолошког развоја Републике Србије
РЕШЕЊА - АЛФА КАТЕГОРИЈА*

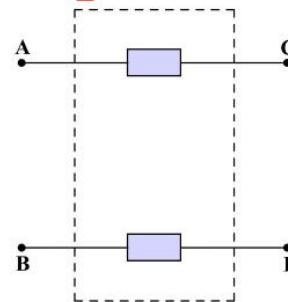
ОПШТИНСКИ НИВО
4. фебруар 2024.



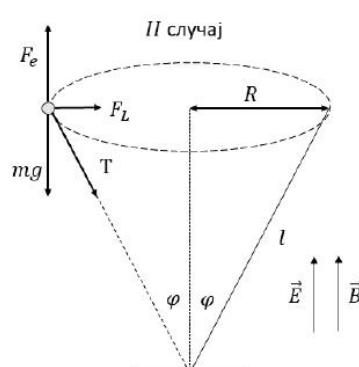
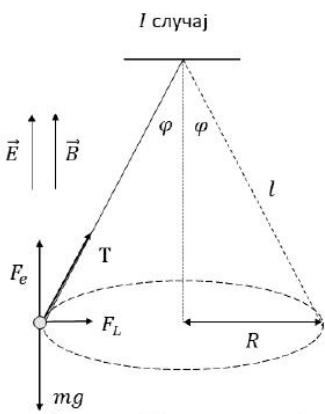
Слика 1: Фазни дијаграми у задатку 2.



Слика 2: Поставка проблема у задатку 4.



Слика 3: Поставка проблема у задатку 4.



Слика 4: Поставка проблема за два случаја кретања у задатку 5.