



I разред

- Чамац се креће низводно брзином $v + u$, где је v брзина чамца у односу на реку, а u је брзина реке. Дављеник се креће низводно брзином реке u . Како је брзина чамца у односу на реку v , време које је потребно чамцу да стигне до дављеника износи: $t = L/v = 100\text{ s}$ [10п]. Растојање које чамац пређе док не стигне до дављеника једнако је збиру растојања између њих у почетном тренутку и пута који дављеник за то време пређе у односу на обалу: $s = L + ut = 1.8\text{ km}$ [10п].
- У тренутку када је брзина мотоциклисте v , његово нормално убрзање је: $a_n = v^2/R$ [3п]. Како се он креће равномерно убрзано без почетне брзине важи: $v^2 = 2a_t s$, где је a_t тангенцијално убрзање. Нормално убрзање сада је: $a_n = \frac{2a_t s}{R}$ [3п], па је однос нормалног и тангенционалног убрзања: $\frac{a_n}{a_t} = \frac{2s}{R}$ [8п]. Однос угаоних брзина може се добити коришћењем везе угаоне брзине и угаоног помераја за равномерно убрзано кружно кретање без почетне брзине: $\omega^2 = 2\alpha\phi$ [2п]. Однос квадрата угаоних брзина после навршених пет односно два пуна круга износи: $(\frac{\omega_5}{\omega_2})^2 = \frac{2\alpha \cdot 5 \cdot 2\pi}{2\alpha \cdot 2 \cdot 2\pi} = \frac{5}{2}$ [3п], што коначно даје: $\frac{\omega_5}{\omega_2} = \sqrt{\frac{5}{2}}$ [1п].
- Како нема проклизавања између точкова и пута, брзина тачке у којој точак додирује пут је све време једнака нули, па је: $v(t) = \omega(t)R$ [8п], где је $v(t)$ брзина центра тачка, а $\omega(t)$ угаона брзина тачка у тренутку t . Зависност угаоне брзине од времена при равномерно успореном кружном кретању је: $\omega(t) = v_0/R - \alpha t$ [3п], па бицикл равномерно успорава са успорењем $a = \alpha R = 0.125\text{ m/s}^2$ [3п]. Зауставни пут бицикла је: $s = v_0^2/(2a) = 100\text{ m}$ [4п]. Из неједнакости $s < L$ закључујемо да ће бициклиста успети да закочи пре него што стигне до препреке [2п].
- (а) Време које скијаш проведе од почетка спуста до краја деонице B једнако је збиру времена које скијаш проведе на деоници A и деоници B . Кретање на деоници A је равномерно убрзано са интензитетом убрзања $a = g \sin \alpha = g/2$ [2п]. Како је скијаш започео спуст из мировања, његов пређени пут једнак је: $s = at_A^2/2$, те је време које проведе на деоници A дато са: $t_A = \sqrt{2s_A/a} = 7,82\text{ s}$ [2п]. При преласку са деоници A на деоницу B интензитет брзине скијаша се не мења и износи: $v_A = at_A = 38,36\text{ m/s}$ [1п]. Време проведено на деоници B износи: $t_B = s_B/v_A = 2,61\text{ s}$ [2п]. Укупно време које скијаш проведе од почетка спуста до краја деонице B износи: $t = t_A + t_B = 10,43\text{ s}$ [1п].
(б) Брзина скијаша на крају деонице B једнака је брзини коју је скијаш имао на крају деонице A , јер је деоница B хоризонтална и трење је занемарљиво. Да би брзина коју скијаш има на крају деонице B била мања него брзина коју у тој тачки има при спусту са врха деонице A , он мора у спуст да крене из тачке која је за x спуштена дуж стазе у односу на њен врх. Ако је скијаш са тог места, из мировања, започео спуст брзина коју поседује на крају деонице A износи: $v = v_A - \Delta v$ [4п]. Како је кретање равномерно убрзано следи: $v^2 = 2aS' = gS'$ [2п], те је растојање од нове почетне тачке до краја деонице A једнако $S' = \frac{v^2}{g} = \frac{(v_A - \Delta v)^2}{g} = 81,99\text{ m}$ [2п]. Померај дуж стазе је: $x = s_A - S'$ [3п] и износи $x = 68,01\text{ m}$ [1п].
- Возач А**
Возач A се креће равномерно убрзано и прелази растојање $s = 200\text{ m}$ између два семафора за време $\tau = 30\text{ s}$. Убрзање a_A возача A може да се израчуна из релације: $s = a_A \tau^2/2$ и једнако је: $a_A = 2s/\tau^2 = 0,44\text{ m/s}^2$. Брзина возача A при доласку до семафора је: $v_A = a_A \tau = 13,33\text{ m/s} = 48\text{ km/h}$ [1п]. Средња брзина возача A једнака је: $\bar{v}_A = s/\tau = 6,67\text{ m/s} = 24\text{ km/h}$ [1,5п].
Возач В
Убрзање возача B може се добити из везе брзине и пређеног пута: $v^2 = 2a_B s/2$, и добија се: $a_B = v^2/s = 1,38\text{ m/s}^2$. Време $t_B^{(1)}$ потребно да возач B достigne максималну дозвољену брзину је: $t_B^{(1)} = v/a_B = s/v = 12\text{ s}$ [1п]. Како возач B успорава истим интензитетом убрзања, укупно време t_B за које возач B стигне до семафора једнако је: $t_B = 2t_B^{(1)} = 24\text{ s}$ [1п]. Средња брзина возача B је: $\bar{v}_B = s/t_B = 8,33\text{ m/s} = 30\text{ km/h}$ [2п].
Возач С
Време $t_C^{(1)}$ које је потребно возачу C да достigne максималну дозвољену брзину крећући се равномерно убрзано убрзанајем a_C , једнако је: $t_C^{(1)} = v/a_C = 5,56\text{ s}$ [1п]. За то време возач C пређе растојање $s_C^{(1)} = \frac{1}{2}a_C(t_C^{(1)})^2 = 46,30\text{ m}$. Након тога, возач C се креће константом брзином v . Како је укупно растојање између два семафора s , возач C се креће константном брзином на растојању $s_C^{(2)} = s - 2 \cdot s_C^{(1)} = 107,41\text{ m}$ [1п]. Ово растојање он пређе за: $t_C^{(2)} = \frac{s_C^{(2)}}{v} = \frac{s - 2s_C^{(1)}}{v} = 6,44\text{ s}$ [1п]. У трећем делу возач C успорава убрзањем a_C . Време $t_C^{(3)}$ потребно да успори једнако је времену $t_C^{(1)} = 5,56\text{ s}$ [1п]. Из свега предходно наведеног следи да је средња брзина возача C једнака $\bar{v}_C = \frac{s}{2t_C^{(1)} + t_C^{(2)}} = 11,39\text{ m/s} = 41,01\text{ km/h}$ [2п].

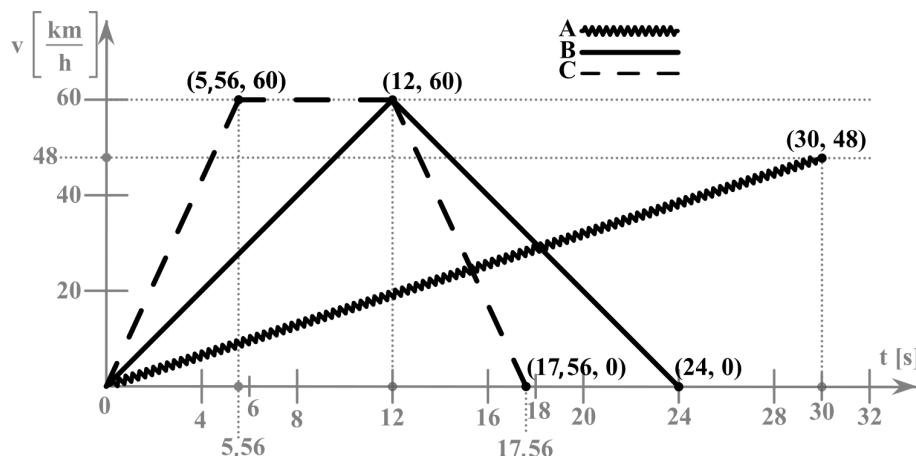
Свака коректно унета тачка носи [1п]. Свака координата понаособ носи половину поена тачке. Тачке које



I разред

Друштво физичара Србије и
Министарство просвете Републике Србије
РЕШЕЊА – Б КАТЕГОРИЈА

ОПШТИНСКИ НИВО
4. фебруар 2024.



Слика 1: График зависности брзине од времена за сва три возача

се бодују су за возача A : $\{(30, 48)\}$, за возача B : $\{(12, 60)\}, \{(24, 0)\}$ и за возача C : $\{(5,56, 60)\}, \{(12, 60)\}, \{(17,56, 0)\}$. Коректно нацртан облик графика носи **[0,5п]** по возачу.