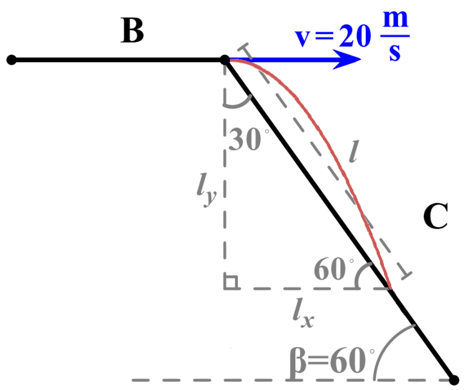
1. У тренутку када је брзина мотоциклисте v, његово нормално убрзање је: $a_n = v^2/R$ **[3п]**. Како се он креће равномерно убрзано без почетне брзине важи: $v^2 = 2a_t s$, где је a_t тангенцијално убрзање. Нормално убрзање сада је: $a_n = \frac{2a_t s}{R}$ **[3п]**, па је однос нормалног и тангенционалног убрзања: $\frac{a_n}{a_t} = \frac{2s}{R}$ **[8п]**.
   Однос угаоних брзина може се добити коришћењем везе угаоне брзине и угаоног померајa за равномерно убзано кружно кретање без почетне брзине: $\omega^2 = 2\alpha\phi$ **[2п]**. Однос квадрата угаоних брзина после навршених пет односно два пуна круга износи: $(\frac{\omega_5}{\omega_2})^2 = \frac{2\alpha\cdot 5\cdot 2\pi}{2\alpha\cdot 2\cdot 2\pi} = \frac{5}{2}$ **[3п]**, што коначно даје: $\frac{\omega_5}{\omega_2} = \sqrt{\frac{5}{2}}$ **[1п]**.

2. Како нема проклизавања између точкова и пута, брзина тачке у којој точак додирује пут је све време једнака нули, па је: $v(t) = \omega(t)R$ **[8п]**, где је $v(t)$ брзина центра точка, а $\omega(t)$ угаона брзина точка у тренутку t. Зависност угаоне брзине од времена при равномерно успореном кружном кретању је: $\omega(t) = v_0/R - \alpha t$ **[3п]**, па бицикл равномерно успорава са успорењем $a = \alpha R = 0.125\ m/s^2$ **[3п]**. Зауставни пут бицикла је: $s = v_0^2/(2a) = 100\,m$ **[4п]**. Из неједнакости $s < L$ закључујемо да ће бициклиста успети да закочи пре него што стигне до препреке **[2п]**.

3. (а) Време које скијаш проведе од почетка спуста до краја деонице B једнако је збиру времена које скијаш проведе на деоници A и деоници B. Кретање на деоници A је равномерно убрзано са интензитетом убрзања $a = g\sin\alpha = g/2$ **[2п]**. Како је скијаш започео спуст из мировања, његов пређени пут једнак је: $s = at_A^2/2$, те је време које проведе на деоници A дато са: $t_A = \sqrt{2s_A/a} = 7{,}82\,s$ **[2п]**. При преласку са деонице A на деоницу B интензитет брзине скијаша се не мења и износи: $v_A = at_A = 38{,}36\,m/s$ **[1п]**. Време проведено на деоници B износи: $t_B = s_B/v_A = 2{,}61\,s$ **[2п]**. Укупно време које скијаш проведе од почетка спуста до краја деонице B износи: $t = t_A + t_B = 10{,}43\,s$ **[1п]**.
   (б) У тренутку одвајања од подлоге, скијаш има само хоризонталну компоненту брзине, те је његов померај дуж x-осе једнак $l_x = vt$ **[2п]**. Дуж y-осе кретање скијаша је равномерно убрзано без почетне брзине, са убрзањем једнаким убрзању Земљине теже, те је његов померај дуж y-осе једнак $l_y = gt^2/2$ **[2п]**. Из једначине померајa по x-оси следи: $t = l_x/v$, што заменом у једначину за померај по y-оси даје прву везу између l_x и l_y: $l_y = gl_x^2/(2v^2)$ **[2п]**. Уочимо троугао образован страницама l, l_x и l_y. Тај троугао је половина једнакостраничног троугла, те је: $l_y = l_x\sqrt{3}$ **[2п]**. Овим је добијена друга веза између l_x и l_y и елиминацијом l_y се за l_x добија: $l_x = \frac{2\sqrt{3}}{g}v^2$ **[2п]**. За хипотенузу троугла важи: $l = 2l_x$ **[1п]**, те коначно дужина стазе на деоници C коју скијаш прелети износи: $l = \frac{4\sqrt{3}}{g}v^2 = 282{,}50\,m$ **[1п]**.

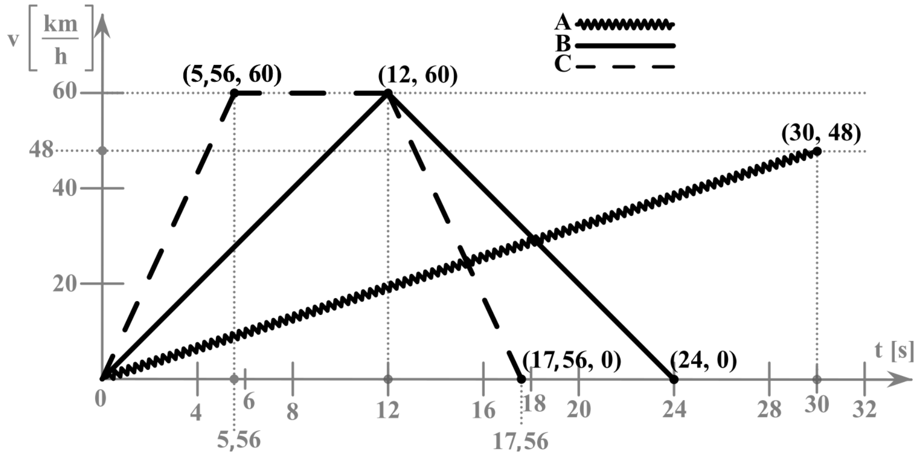


Слика 1: Схематски приказ трајекторије скијаша

4. **Возач А**
   Возач A се креће равномерно убрзано и прелази растојање $s = 200\,m$ између два семафора за време $\tau = 30\,s$. Убрзање a_A возача A може да се израчуна из релације: $s = a_A\tau^2/2$ и једнако је: $a_A = 2s/\tau^2 = 0{,}44\,m/s^2$. Брзина возача A при доласку до семафора је: $v_A = a_A\tau = 13{,}33\,m/s = 48\,km/h$ **[1п]**. Средња брзина возача A једнака је: $\overline{v}_A = s/\tau = 6{,}67\,m/s = 24\,km/h$ **[1,5п]**.
   Возач B
   Убрзање возача B може се добити из везе брзине и пређеног пута: $v^2 = 2a_B s/2$, и добија се: $a_B = v^2/s = 1{,}38\,m/s^2$. Време $t_B^{(1)}$ потребно да возач B достигне максималну дозвољену брзину је: $t_B^{(1)} = v/a_B = s/v = 12\,s$ **[1п]**. Како возач B успорава истим интензитетом убрзања, укупно време t_B за које возач B стигне до семафора једнако је: $t_B = 2t_B^{(1)} = 24\,s$ **[1п]**. Средња брзина возача B је: $\overline{v}_B = s/t_B = 8{,}33\,m/s = 30\,km/h$ **[2п]**.

Задатке припремили: *Немања Мадић*, *др Биљана Николић*, Физички факултет Универзитета у Београду и *др Соња Предин*, Институт за физику у Београду; Рецензент: *Богдан Станојевић*, Физички факултет Универзитета у Београду; Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *Проф. др Имре Гут*, Природно-математички факултет Универзитета у Новом Саду

Возач C
Време $t_C^{(1)}$ које је потребно возачу C да достигне максималну дозвољену брзину крећући се равномерно убрзано убразањем a_C, једнако је: $t_C^{(1)} = v/a_C = 5{,}56\,s$ **[1п]**. За то време возач C пређе растојање $s_C^{(1)} = \frac{1}{2}a_C(t_C^{(1)})^2 = 46{,}30\,m$. Након тога, возач C се креће константом брзином v. Како је укупно растојање између два семафора s, возач C се креће константном брзином на растојању $s_C^{(2)} = s - 2\cdot s_C^{(1)} = 107{,}41\,m$ **[1п]**. Ово растојање он пређе за: $t_C^{(2)} = \frac{s_C^{(2)}}{v} = \frac{s-2s_C^{(1)}}{v} = 6{,}44\,s$ **[1п]**. У трећем делу возач C успорава убрзањем a_C. Време $t_C^{(3)}$ потребно да успори једнако је времену $t_C^{(1)} = 5{,}56\,s$ **[1п]**. Из свега предходно наведеног следи да је средња брзина возача C једнака $\overline{v}_C = \frac{s}{2t_C^{(1)}+t_C^{(2)}} = 11{,}39\,m/s = 41{,}01\,km/h$ **[2п]**.



Слика 2: График зависности брзине од времена за сва три возача

Свака коректно унета тачка носи **[1п]**. Свака координата понаособ носи половину поена тачке. Тачке које се бодују су за возача A: $\{(30\,,48)\}$, за возача B: $\{(12\,,60)\}$, $\{(24\,,0)\}$ и за возача C: $\{(5{,}56\,,60)\}$, $\{(12\,,60)\}$, $\{(17{,}56\,,0)\}$. Коректно нацртан облик графика носи **[0,5п]** по возачу.

5. Да би куглица пала на место које је непосредно испод места избацивања (у систему везаном за земљу), њена хоризонтална компонента брзине у односу на воз мора бити $-\vec{u}$ **[3п]**. Ако вертикална компонента брзине куглице има интензитет v, време које је куглици потребно да се врати на почетну позицију је: $t = 2v/g$ **[2п]**. Време потребно возу да се помери за своју дужину износи: $t_1 = l/u$ **[2п]**. Куглица неће ударити у кров воза ако важи: $t_1 \leq t$ **[3п]**. Из ове неједнакости добија се услов: $v \geq gl/(2u)$ **[2п]**, па је минимална вредност вертикалне брзине куглице $v_{min} = gl/(2u)$ **[1п]**. Минимална брзина куглице у односу на воз је: $v'_{min} = \sqrt{u^2 + (gl/2u)^2}$ **[3п]**. Пређени пут куглице до пада на земљу у том случају је: $s = h + v_{min}^2/g = h + gl^2/(4u^2)$ **[4п]**.

Задатке припремили: *Немања Мадић*, *др Биљана Николић*, Физички факултет Универзитета у Београду и *др Соња Предин*, Институт за физику у Београду; Рецензент: *Богдан Станојевић*, Физички факултет Универзитета у Београду; Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *Проф. др Имре Гут*, Природно-математички факултет Универзитета у Новом Саду