ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2020/2021. ГОДИНЕ.

II разред

Друштво физичара Србије и Министарство просвете науке и технолошког развоја Републике Србије

ЗАДАЦИ-БЕТА КАТЕГОРИЈА*

ОКРУЖНИ НИВО
20. фебруар 2021.

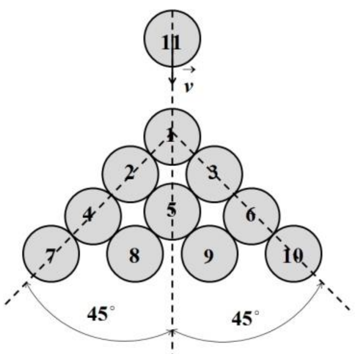
1. Десет пакова (крути хомогени дискови,1-10) налази се на хоризонталној подлози у међусобном положају као што је приказано на слици 1 и мирују. Ка паку број 1 креће се пак број 11 брзином интензитета v у правцу и смеру као што је приказано на слици 1. Ако су сви судари апсолутно еластични и тренутни, одредити коначне интензитете брзине сваког пака. Трење у систему занемарити. Сви пакови су једнаких маса и димензија. **[20 поена]**

2. Посматрамо два идеална гаса истог броја молова у гравитационом пољу Земље, од којих је један водоник моларне масе $M_1 = 2{,}02\ \text{g/mol}$, а други је непознат гас моларне масе M_2 коју треба одредити. Гасови се налазе на површини Земље. Минимална температура на којима молекули, са средњом кинетичком енергијом, водоника и непознатог гаса могу да напусте Земљино гравитационо поље износе редом $T_1 = 10^4\ \text{K}$ и $T_2 = 1{,}6 \cdot 10^5\ \text{K}$. Израчунати моларну масу непознатог гаса. **[20 поена]**

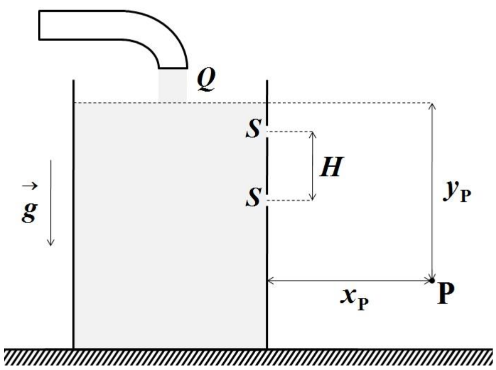
3. У непокретној посуди која је напуњена водом направе се истовремено два једнака мала отвора површине $S = 0{,}2\ \text{cm}^2$, један испод другог на растојању $H = 50\ \text{cm}$. Посуда истовремено почиње да се пуни помоћу додатне цеви која остварује запремински проток воде од $Q = 140\ \text{cm}^3/\text{s}$ (слика 2). Одредити вредности координата (x_P, y_P) пресека млазова (тачка P) из отвора, ако се положај тачке P не мења током времена. Површине отвора су много мање од површине попречног пресека посуде. **[20 поена]**

4. На слици 3 приказана су два цилиндрична суда која су спојена помоћу цевчице и вентила, при чему је вентил затворен. У првом цилиндричном суду пречника основе $d_1 = 1{,}2\ \text{m}$, отвореном при врху, налази се вода густине $\rho = 1000\ \text{kg/m}^3$, чија се слободна површина налази на висини $H_1 = 2{,}7\ \text{m}$ у односу на дно другог цилиндричног суда. Други цилиндрични суд пречника основе $d_2 = 1{,}6\ \text{m}$ и висине $H_2 = 1{,}4\ \text{m}$ у потпуности је испуњен ваздухом на притиску $p_1 = 54\ \text{kPa}$. Затим се вентил отвори. Одредити вредност висине до које ће се вода попети у другом суду. Температура ваздуха у другом суду се не мења. Ваздух сматрати идеалним гасом. Атмосферски притисак је $p_\text{at} = 101{,}3\ \text{kPa}$. Убрзање силе Земљине теже је $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$. Решења квадратне једначине $ax^2 + bx + c = 0$ су $x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ и $x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. **[20 поена]**

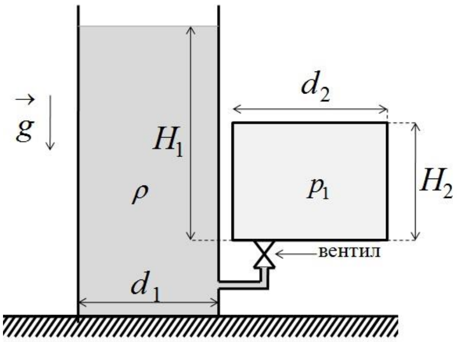
5. На $p - V$ дијаграму (слика 4) приказана су два кружна циклуса, циклус A ($1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 1$) и циклус B ($5 \to 6 \to 7 \to 8 \to 5$). Означимо коефицијент корисног дејства циклуса A са η_A, а циклуса B са η_B. Ако је позната вредност њиховог односа $k = \dfrac{\eta_\text{A}}{\eta_\text{B}}, k > 1$, одредити η_A и η_B у зависности од k. У оба циклуса радна супстанца је један мол истог идеалног једноатомског гаса. **[20 поена]**



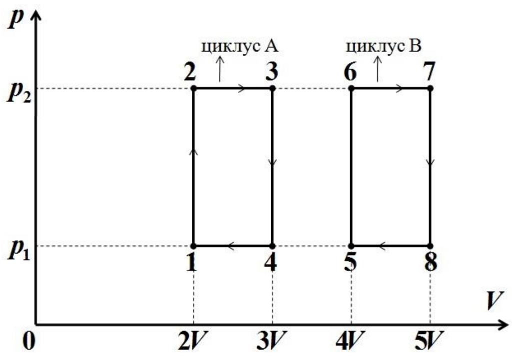
слика 1



слика 2



слика 3



слика 4

Решења свих задатака треба јасно образложити са јасно дефинисаним физичким законима и величинама које користите приликом решавања задатака. Нарочито дефинисати ознаке које уводите а које нису уобичајене.
* У бета категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима гимназија општег типа, специјализованих гимназија за области које нису математика и физика, средњих стручних школа и уметничких школа.

Задатке припремили: Владимир Чубровић (1,3,4,5); доц. др Момир Арсенијевић (2), ПМФ, Крагујевац
Рецензент: проф. др Иван Живић, ПМФ, Крагујевац
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: доц. др Владимир Марковић, ПМФ, Крагујевац

Свим такмичарима желимо успешан рад!

ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2020/2021. ГОДИНЕ.

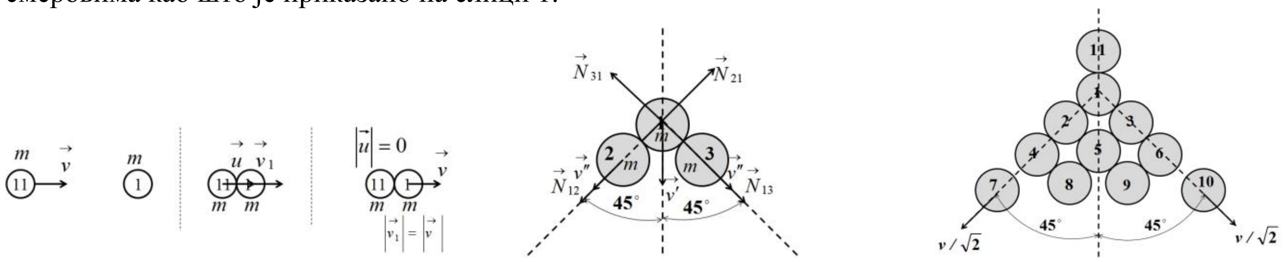
II разред

Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије

ОКРУЖНИ НИВО
20. фебруар 2021.

РЕШЕЊА-БЕТА КАТЕГОРИЈА*

1. Након апсолутно еластичног и тренутног централног удара пака број 11 са паком број 1, пак број 11 ће се зауставити док ће пак број 1 наставити да се креће у истом правцу и смеру као и пак број 11 пре судара брзином v **[3п]** ($mv = mu + mv_1, \frac{mv^2}{2} = \frac{mu^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2}, u = 0 \wedge v_1 = v$). Након тога следи судар пакова 1,2 и 3. Закон одржања импулса примењен на судар представљен је формулом $mv = mv' + 2mv''\cos 45^\circ$ **[2п]** тако да је $v = v' + v''\sqrt{2}$. Закон одржања енергије представљен је формулом $\frac{mv^2}{2} = \frac{mv'^2}{2} + 2\frac{mv''^2}{2}$ **[2п]** тј. $v^2 = v'^2 + 2v''^2$. Након решавања добијамо да је $v' = 0$ **[1п]** и $v'' = \frac{v}{\sqrt{2}}$ **[1п]**. Дакле пак број 1 се зауставља, а пакови 2 и 3 се крећу под углом од 45° једнаким брзинама $v'' = v/\sqrt{2}$. Пакови 2 и 3 се неће сударити са паком 5. Пак 2 ће се централно сударити са паком 4 , а пак 3 централно са паком 6. Пак 4 неће се сударити са паком 8 већ централно са паком 7. Пак 6 неће се сударити са паком 9 већ централно са паком 10. Коначно сви пакови ће мировати, дакле интензитети брзина ће им бити једнаки нула **[9п]** осим пакова 7 и 10 који ће се кретати брзинама једнаких интензитета $v'' = v/\sqrt{2}$ **[2п],** у правцима и смеровима као што је приказано на слици 1.



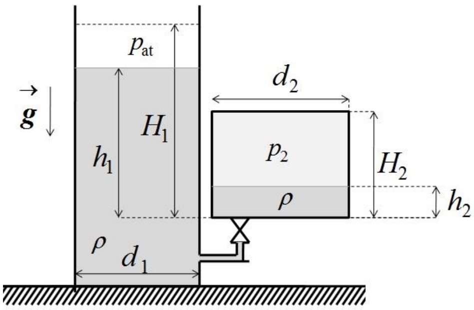
слика 1

2. Како би молекул напустио гравитационо поље Земље, промена кинетичке енергије молекула једнака је раду гравитационе силе Земље $3kT/2 = mgR_Z$ **[9п],** где је R_Z полупречник Земље. Користећи наведену релацију добија се однос $\frac{T}{m} = \frac{2gR_Z}{3k}$ **[3п]**. Однос температуре и масе је константан. Имајући у виду да се ради о једнаким моловима гаса је $n = m_1/M_1 = m_2/M_2$ **[2п],** можемо писати $\frac{T_1}{M_1} = \frac{T_2}{M_2}$ **[4п]** одакле следи тражена моларна маса $M_2 = M_1\frac{T_2}{T_1} \approx 32\,\mathrm{g/mol}$ **[1+1п]**.

3. Означимо са h растојање од слободне површине воде до првог отвора. По Торичелијевој теореми вода истиче из првог отвора брзином $v_1 = \sqrt{2gh}$ **[1п]**, а из другог $v_2 = \sqrt{2g(h+H)}$ **[1п]**. Оба млаза изводе “хоризонталан хитац” датим брзинама. Ако се координате пресека млазова (тачка P) из отвора не мењају, брзине млазова на изласку из отвора се такође не мењају тј. положај слободног нивоа течности у суду остаје непромењен, а то се постиже ако је $Q = Sv_1 + Sv_2$ **[4п]**. Координате тачке пресека млазова су $x_\mathrm{P} = v_1t_1 = v_2t_2$ **[2п]** и $y_\mathrm{P} = h + \frac{gt_1^2}{2} = h + H + \frac{gt_2^2}{2}$ **[4п]**. Решавањем претходних једначина добијамо $x_\mathrm{P} = \frac{Q^2}{4gS^2} - \frac{gS^2H^2}{Q^2} \approx 119{,}9\,\mathrm{cm}$ **[3+1п]** и $y_\mathrm{P} = \frac{Q^2}{4gS^2} + \frac{gS^2H^2}{Q^2} \approx 129{,}9\,\mathrm{cm}$ **[3+1п]**. (међукораци $v_1 = \frac{Q}{2S} - \frac{gHS}{Q}, v_2 = \frac{Q}{2S} + \frac{gHS}{Q}, x_\mathrm{P}^2 = \frac{v_1^2v_2^2}{g^2}, y_\mathrm{P} = \frac{v_1^2 + v_2^2}{2g}$)

4. По отварању вентила вода ће почети да испуњава десни суд, а како се температура ваздуха не мења процес сабијања ваздуха је изотермски. Све релевантне величине су приказане на слици 2. Вода ће престати да се улива у десни суд када је испуњен услов $p_2 + \rho g h_2 = p_{at} + \rho g h_1$ **[4п]**. Количина воде која је истекла из левог суда једнака је количини воде која се улила у десни суд тако да важи $\rho \cdot \frac{d_1^2 \pi}{4} \cdot (H_1 - h_1) = \rho \cdot \frac{d_2^2 \pi}{4} \cdot h_2$ **[4п]**. За изотермско сабијање ваздуха важи једначина $p_1 \cdot \frac{d_2^2 \pi}{4} H_2 = p_2 \cdot \frac{d_2^2 \pi}{4} (H_2 - h_2)$ **[4п]**.

Тражена величина је h_2. Решавањем претходних једначина добијамо квадратну једначину по h_2, $\left[\frac{d_2^2}{d_1^2} + 1\right] \cdot h_2^2 - \left[\frac{p_{at}}{\rho g} + H_1 + \left(\frac{d_2^2}{d_1^2} + 1\right) H_2\right] \cdot h_2 + \left[\frac{(p_{at} - p_1)}{\rho g} + H_1\right] \cdot H_2 = 0$ **[3п]**, чија су решења $h_{2,1} \approx 5{,}386\ \mathrm{m}$ **[2п]** и $h_{2,2} \approx 0{,}704\ \mathrm{m}$ **[2п]**. Физички оправдано је друго решење тако да је тражена висина једнака $h_2 = h_{2,2} \approx 0{,}7\ \mathrm{m}$ **[1п].**



слика 2

5. За циклус А $(1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 1)$ коефицијент корисног дејства је $\eta_A = \frac{A_A}{Q_{1A}} = \frac{(p_2 - p_1)(3V - 2V)}{n c_V (T_2 - T_1) + n c_p (T_3 - T_2)}$ **[2п]**. По услову задатка је $n = 1\,\mathrm{mol}$, $c_V = \frac{3}{2} R$ и $c_p = \frac{5}{2} R$, тако да је $\eta_A = \frac{2(p_2 - p_1)V}{3R(T_2 - T_1) + 5R(T_3 - T_2)}$ **[1п]**. Једначине стања су редом $p_1 \cdot 2V = RT_1$ **[1п]**, $p_2 \cdot 2V = RT_2$ **[1п]**, $p_2 \cdot 3V = RT_3$ **[1п]** и $p_1 \cdot 3V = RT_4$ **[1п]**. На основу претходног је

$$\eta_A = \frac{2}{6 + 5\frac{p_2}{p_2 - p_1}} \quad (1)$$ **[2п]**.

За циклус В $(5 \to 6 \to 7 \to 8 \to 5)$ коефицијент корисног дејства је $\eta_B = \frac{A_B}{Q_{1B}} = \frac{(p_2 - p_1)(5V - 4V)}{n c_V (T_6 - T_5) + n c_p (T_7 - T_6)}$ **[2п]**. По услову задатка је $n = 1\,\mathrm{mol}$, $c_V = \frac{3}{2} R$ и $c_p = \frac{5}{2} R$, тако да је $\eta_B = \frac{2(p_2 - p_1)V}{3R(T_6 - T_5) + 5R(T_7 - T_6)}$ **[1п]**. Једначине стања су редом $p_1 \cdot 4V = RT_5$ **[1п]**, $p_2 \cdot 4V = RT_6$ **[1п]**, $p_2 \cdot 5V = RT_7$ **[1п]** и $p_1 \cdot 5V = RT_8$ **[1п]**. На основу претходног је

$$\eta_B = \frac{2}{12 + 5\frac{p_2}{p_2 - p_1}} \quad (2)$$ **[2п]**.

По услову задатка је $\frac{\eta_A}{\eta_B} = k$ и када убацимо изразе (1) и (2) добијамо $\frac{p_2}{p_2 - p_1} = \frac{12 - 6k}{5k - 5}$. Враћајући претходни израз у изразе (1) и (2) добијамо $\eta_A = \frac{k - 1}{3}$ **[1п]** и $\eta_B = \frac{k - 1}{3k}$ **[1п]**.

(У свим задацима признати и друге тачне начине решавања са еквивалентним начином бодовања)