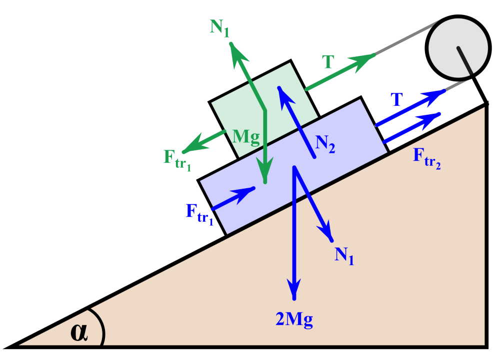
1. Систем се састоји од 3 целине. Прва целина је део система између шипке масе m_1 и зида. Друга целина су опруге између шипки маса m_1 и m_2, док је трећа целина тело масе m и опруга на коју је закачено. Унутар сваке целине издужење свих опруга је једнако: Δl_1, Δl_2 и Δl_3 за прву, другу и трећу целину респективно. У финалној конфигурацији сва тела мирују, те укупна сила која делује на свако од тела мора бити једнака нули. Применом овог услова на шипку масе m_1 добија се: $m_1 g + 2k\Delta l_2 = 3k\Delta l_1$ [**3п**]. Услов мировања шипке масе m_2 је: $m_2 g + k\Delta l_3 = 2k\Delta l_2$ [**3п**], док је мировање тела масе m загарантовано условом $mg = k\Delta l_3$ [**3п**]. Из ових једначина могу се одредити издужења опруга: $\Delta l_1 = (m_1 + m_2 + m)g/3k$ [**3п**], $\Delta l_2 = (m_2 + m)g/2k$ [**3п**] и $\Delta l_3 = mg/k$ [**3п**]. Укупна дужина система износи: $L = 3l_0 + 2d + g(2m_1 + 5m_2 + 11m)/6k$ [**2п**].

2. а) Како су убрзања оба тела истог интензитета a, до момента када се нађу на истој висини, имаће исте пређене путеве $H/2$, па је: $\frac{H}{2} = \frac{1}{2}at^2$ [**2п**]. На основу овога, добијамо да је убрзање сваког тела једнако: $a = H/t^2 = 0{,}8\, m/s^2$ [**3п**]. Једначине кретања тела маса m_1 и m_2 су: $m_1 a = T - m_1 g$ [**1п**] и $m_2 a = m_2 g - T$ [**1п**]. Решавањем овог система, добија се непозната маса: $m_2 = m_1 \frac{g+a}{g-a}$ [**2п**]. Када у предходну једначину уврстимо израз за убрзање a добија се: $m_2 = m_1 \frac{g+H/t^2}{g-H/t^2} = 1{,}18\, kg$ [**1п**].
   б) Када тело масе m_2 удари о сто, а тело масе m_1 се попне до висине H, тела имају брзину $v = \sqrt{2aH}$ [**3п**]. Након тога, тело масе m_1 наставља да се креће по инерцији вертикално навише са почетном брзином v и на њега делује само сила гравитације, тако да је: $v^2 = 2gh$ [**2п**], где је h висина коју пређе тело масе m_1 крећући се вертикално навише. Ова висина једнака је: $h = \frac{v^2}{2g}$ [**1п**]. На основу овога, добијамо да је максимална висина коју достигне тело масе m_1 једнака: $H_{max} = H + h = H\,(1 + a/g)$ [**3п**], односно: $H_{max} = 21{,}63\, cm$ [**1п**].

3. Нека t укупно време пада и обележимо временски интервал $\tau = 1\, s$. Висина зграде дата је изразом: $s = gt^2/2$ [**2п**]. Пут који тело пређе у претпоследњој секунди је: $s_1 = g(t-\tau)^2/2 - g(t-2\tau)^2/2$ [**4п**], док пут који тело пређе у последњој секунди кретања износи: $s_2 = gt^2/2 - g(t-\tau)^2/2$ [**4п**]. По услову задатка важи: $2s_1 = s_2$, што даје једначину $2\tau(2t - 3\tau) = \tau(2t - \tau)$. Решавањем ове једначине добија се: $t = \frac{5}{2}\tau = 2{,}5\, s$ [**7п**], па је висина зграде: $s = \frac{1}{2}g(\frac{5}{2}\tau)^2 = \frac{25}{8}g\tau^2 = 30{,}66\, m$ [**3п**].

4. Како је убрзање тела a, а нит неистегљива, то је угаоно убрзање котура $\alpha = a/R$ [**3п**]. Тангенцијално убрзање тачке A је: $a_{A\tau} = \alpha r = ar/R$ [**4п**]. Када котур направи N пуних кругова он опише угао $\theta = 2N\pi = 5\pi$ [**2п**] и има угаону брзину $\omega = \sqrt{2\alpha\theta} = \sqrt{4N\pi a/R}$ [**3п**], па је нормално убрзање тачке A у том тренутку једнако: $a_{An} = \omega^2 r = 4N\pi ar/R$ [**4п**]. Укупно убзање тачке A је: $a_A = \sqrt{a_{A\tau}^2 + a_{An}^2} = \frac{ar}{R}\sqrt{1 + (4N\pi)^2} = 28{,}29\, m/s^2$ [**4п**].

5. На слици су приказане силе које делују на тела у референтном систему везаном за непокретну стрму раван. Убрзања оба тела су истог интензитета, али имају супротан смер. Једначине кретања тела масе M и $2M$ су: $Ma = T - F_{tr1} - Mg\sin\alpha$ [**3п**] и $2Ma = 2Mg\sin\alpha - F_{tr1} - F_{tr2} - T$ [**3п**]. У правцу нормале на стрму раван тела се не крећу, па важи: $N_1 = Mg\cos\alpha$ [**2п**] и $N_2 = N_1 + 2Mg\cos\alpha$ [**2п**], па је: $F_{tr1} = \mu N_1 = \mu Mg\cos\alpha$ [**1п**] и $F_{tr2} = \mu N_2 = 3\mu Mg\cos\alpha$ [**1п**]. Сабирањем једначина кретања добијамо: $3Ma = Mg\sin\alpha - 2F_{tr1} - F_{tr2}$. Након што уврстимо једначине за F_{tr1} и F_{tr2}, добијамо једначину: $3Ma = Mg\sin\alpha - 5\mu Mg\cos\alpha$. На основу овога, убрзање оба тела је: $a = \frac{g}{3}(\sin\alpha - 5\mu\cos\alpha)$ [**4п**]. Услов да се тело масе $2M$ креће наниже је $a > 0$. Овакво кретање је могуће ако је коефицијент трења $\mu < \frac{1}{5}\mathrm{tg}\alpha = \frac{1}{5\sqrt{3}}$ [**4п**].



Слика 1

Задатке припремили: *Немања Мадић*, *др Биљана Николић*, Физички факултет Универзитета у Београду и *др Соња Предин*, Институт за физику у Београду; Рецензент: *Богдан Станојевић*, Физички факултет Универзитета у Београду; Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *Проф. др Имре Гут*, Природно-математички факултет Универзитета у Новом Саду