ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2023/2024. ГОДИНЕ

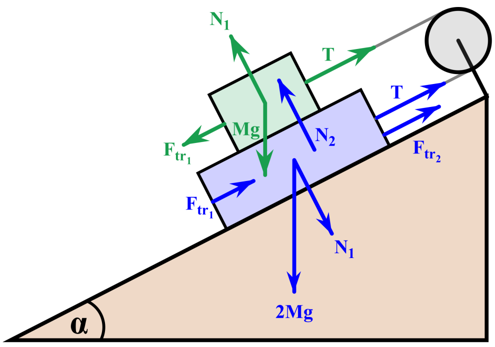
Друштво физичара Србије и
Министарство просвете Републике Србије
РЕШЕЊА – А КАТЕГОРИЈА

I разред **ОКРУЖНИ НИВО** **16. март 2024.**

1. Систем се састоји од 3 целине. Прва целина је део система између шипке масе m_1 и зида. Друга целина су опруге између шипки маса m_1 и m_2, док је трећа целина тело масе m и опруга на коју је закачено. Унутар сваке целине издужење свих опруга је једнако: Δl_1, Δl_2 и Δl_3 за прву, другу и трећу целину респективно. У финалној конфигурацији сва тела мирују, те укупна сила која делује на свако од тела мора бити једнака нули. Применом овог услова на шипку масе m_1 добија се: $m_1g+2k\Delta l_2=3k\Delta l_1$ **[3п]**. Услов мировања шипке масе m_2 је: $m_2g+k\Delta l_3=2k\Delta l_2$ **[3п]**, док је мировање тела масе m загарантовано условом $mg=k\Delta l_3$ **[3п]**. Из ових једначина могу се одредити издужења опруга: $\Delta l_1=(m_1+m_2+m)g/3k$ **[3п]**, $\Delta l_2=(m_2+m)g/2k$ **[3п]** и $\Delta l_3=mg/k$ **[3п]**. Укупна дужина система износи: $L=3l_0+2d+g(2m_1+5m_2+11m)/6k$ **[2п]**.

2. Како је убрзање тела a, а нит неистегљива, то је угаоно убрзање котура $\alpha=a/R$ **[3п]**. Тангенцијално убрзање тачке A је: $a_{A\tau}=\alpha r=ar/R$ **[4п]**. Када котур направи N пуних кругова он опише угао $\theta=2N\pi=5\pi$ **[2п]** и има угаону брзину $\omega=\sqrt{2\alpha\theta}=\sqrt{4N\pi a/R}$ **[3п]**, па је нормално убрзање тачке A у том тренутку једнако: $a_{An}=\omega^2 r=4N\pi ar/R$ **[4п]**. Укупно убзање тачке A је: $a_A=\sqrt{a_{A\tau}^2+a_{An}^2}=\frac{ar}{R}\sqrt{1+(4N\pi)^2}=28{,}29\,m/s^2$ **[4п]**.

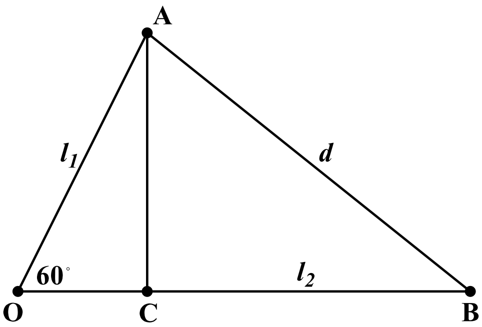
3. На слици су приказане силе које делују на тела у референтном систему везаном за непокретну стрму раван. Убрзања оба тела су истог интензитета, али имају супротан смер. Једначине кретања тела масе M и $2M$ су: $Ma=T-F_{tr1}-Mg\sin\alpha$ **[3п]** и $2Ma=2Mg\sin\alpha-F_{tr1}-F_{tr2}-T$ **[3п]**. У правцу нормале на стрму раван тела се не крећу, па важи: $N_1=Mg\cos\alpha$ **[2п]** и $N_2=N_1+2Mg\cos\alpha$ **[2п]**, па је: $F_{tr1}=\mu N_1=\mu Mg\cos\alpha$ **[1п]** и $F_{tr2}=\mu N_2=3\mu Mg\cos\alpha$ **[1п]**. Сабирањем једначина кретања добијамо: $3Ma=Mg\sin\alpha-2F_{tr1}-F_{tr2}$. Након што уврстимо једначине за F_{tr1} и F_{tr2}, добијамо једначину: $3Ma=Mg\sin\alpha-5\mu Mg\cos\alpha$. На основу овога, убрзање оба тела је: $a=\frac{g}{3}(\sin\alpha-5\mu\cos\alpha)$ **[4п]**. Услов да се тело масе $2M$ креће наниже је $a>0$. Овакво кретање је могуће ако је коефицијент трења $\mu<\frac{1}{5}\mathrm{tg}\alpha=\frac{1}{5\sqrt{3}}$ **[4п]**.



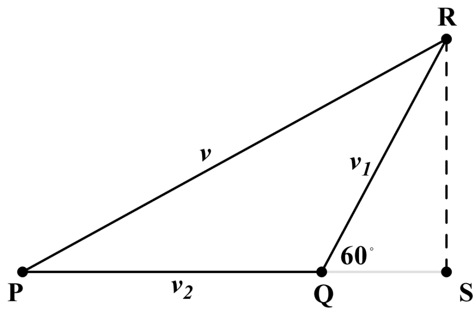
Слика 1

4. Нека су l_1 и l_2 почетне удаљености тела до тачке њиховог сусрета O, а v_1 и v_2 одговарајуће брзине и нека је $l_2/l_1=\eta$. Како је време сусрета $\tau=l_2/v_2=l_1/v_1$, то је: $v_2/v_1=\eta$ **[2п]** . Изразимо величину l_1 преко растојања d. Уочимо троугао AOB (*Слика* 2). Висина троугла AC је $AC=\frac{\sqrt{3}}{2}l_1$, а дуж CB износи: $CB=l_2-l_1/2$. Одавде се из правоуглог троугла ACB, коришћењем везе $l_2=\eta l_1$ добија: $d^2=AC^2+CB^2=(l_2-l_1/2)^2+(l_1\sqrt{3}/2)^2=l_1^2(\eta^2-\eta+1)$ **[7п]**, што даје: $l_1=\frac{d}{\sqrt{\eta^2-\eta+1}}$. На сличан начин можемо изразити брзину v_1 преко интензитета збира вектора $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$. Уочимо троугао PQR (*Слика* 3). Висина троугла RS је $RS=\frac{\sqrt{3}}{2}v_1$, а дуж QS има дужину: $QS=v_1/2$. Из правоуглог троугла PSR имамо: $v^2=PS^2+RS^2=(v_2+v_1/2)^2+(\frac{\sqrt{3}}{2}v_1)^2=v_1^2(\eta^2+\eta+1)$ **[7п]**, одакле се добија: $v_1=\frac{v}{\sqrt{\eta^2+\eta+1}}$. Дељењем добијених израза за l_1 и v_1 добија се време сусрета: $\tau=\frac{d}{v}\sqrt{\frac{\eta^2+\eta+1}{\eta^2-\eta+1}}$ **[4п]**.

Задатке припремили: *Немања Мадић*, *др Биљана Николић*, Физички факултет Универзитета у Београду и *др Соња Предин*, Институт за физику у Београду; Рецензент: *Богдан Станојевић*, Физички факултет Универзитета у Београду; Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *Проф. др Имре Гут*, Природно-математички факултет Универзитета у Новом Саду

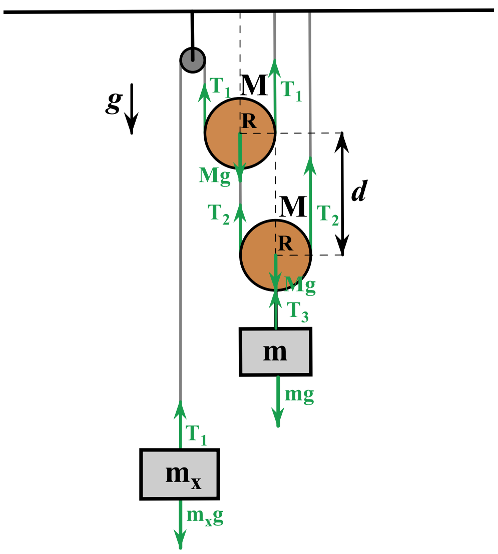


Слика 2

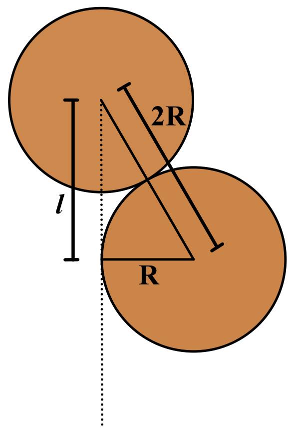


Слика 3

5. (а) Услов да систем мирује значи да је резултујућа сила која делује на свако тело једнака нули. За тело масе m_x важи: $m_x g = T_1$ [**1п**]. Једначина мировања горњег котура је: $Mg + T_2 = 2T_1$ [**1п**], а доњег: $Mg + T_3 = 2T_2$ [**1п**]. Једначина мировања тела масе m је: $mg = T_3$ [**1п**]. Решавањем овог система једначина добија се: $m_x = (3M+m)/4$ [**1п**].
(б) Како је маса окаченог тела $m_T = m_x/2 = (3M+m)/8$ дато тело ће се кретати вертикално навише. Котурови и тело масе m се крећу вертикално наниже. Нека су убрзања тела масе m_T, горњег котура, доњег котура и тела масе m: a_1, a_2, a_3 и a_4 респективно. Како су све нити из система неистегљиве њихове дужине се не мењају, па се убрзања односе као: $a_1 = 2a_2$ [**1п**], $a_2 = 2a_3$ [**1п**] и $a_3 = a_4$ [**1п**]. Једначине кретања тела и котурова су: $T_1 - m_T g = 4m_T a_4$ [**1п**], $Mg + T_2 - 2T_1 = 2Ma_4$[**1п**], $Mg + T_3 - 2T_2 = Ma_4$ [**1п**] и $Mg - T_3 = ma_4$ [**1п**]. Решавањем датог система по a_4 добија се: $a_3 = a_4 = \frac{g(3M+m)}{2(11M+3m)}$ [**1п**]. Остала убрзања су једнака: $a_2 = 2a_3 = \frac{g(3M+m)}{11M+3m}$ [**1п**] и $a_1 = 2a_2 = \frac{2g(3M+m)}{11M+3m}$ [**1п**].
(в) Како се горњи котур креће дупло већим убрзањем од доњег котура у једном тренутку ће доћи до њиховог судара. Убрзање доњег котура у односу на горњи је: $a_2 - a_3 = 2a_3 - a_3 = a_3$ [**2п**]. Вертикално растојање између центара котурова у тренутку њиховог судара је $l = R\sqrt{3}$ (*Слика* 5), па је пређени пут доњег котура у односу на горњи једнак $d - l = a_3 t^2/2$ [**1п**]. Време које протекне до судара је: $t = \sqrt{\frac{4(d-R\sqrt{3})}{g}\frac{11M+3m}{3M+m}}$ [**2п**].



Слика 4



Слика 5

Задатке припремили: *Немања Мадић*, *др Биљана Николић*, Физички факултет Универзитета у Београду и *др Соња Предин*, Институт за физику у Београду; Рецензент: *Богдан Станојевић*, Физички факултет Универзитета у Београду; Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *Проф. др Имре Гут*, Природно-математички факултет Универзитета у Новом Саду