



1. Замислимо да живимо у паралелном универзуму где је редукована Планкова константа $\hbar = 10 \text{ Js}$, те су квантни ефекти појачани. Размотрићемо једноставан процес у коме би квантни ефекти били изражени у свакодневном животу. У овом универзуму учимо лаган и неистегљив конач дужине $l = 1 \text{ m}$, и завежимо лопту масе $m = 2 \text{ kg}$ и занемарљивих димензија за један крај конца. Лопту завртите изнад своје главе у кругу константном брзином v . Претпостављајући да ваша рука и конач функционишу као и у нашем универзуму.

- (а) Која би била де Брољева таласна дужина лопте? (6 поена)
(б) Под претпоставком да је момент импулса квантован $L_n = n\hbar$, која би била минимална брзина лопте како би могла да се креће по кружној трајекторији? (6 поена)
(в) Ако желите да се лопта брже врти, које је минимално могуће повећање брзине ове лопте? (4 поена)
(г) Колика је кинетичка енергија лопте када јој је брзина минимална? (4 поена)

2. У пустињи Мохаве у држави Невада налази се соларна фарма. Она је сачињена од централног торња у којем је смештен велики суд напуњен уљем. Око централног торња су у виду концентричних кругова постављена огледала која фокусирају сунчеву светлост ка торњу. Видети слику 4. Свеукупно, огледала заузимају кружну површину полупречника $R = 880 \text{ m}$. Суд торња сматрати апсолутно црним телом површине $A = 2000 \text{ m}^2$. Знајући да на квадратни метар Земљине површине у просеку падне 1245 J сунчеве енергије сваке секунде, одредити највишу температуру коју може достићи торањ. У топлотне губитке торња укључити само губитке зрачењем. (20 поена)

3. Кола се крећу брзином $v = \beta c$ у односу на улицу. На тим колима се налазе друга кола која се крећу брзином βc у односу на прва кола у истом смеру. На другим колима се налазе трећа кола која се крећу брзином βc у односу на друга кола у истом смеру, итд... У систему се налази укупно n кола. Видети слику 1.

- (а) Увести варијаблу ω која је дефинисана са: $\beta = \tanh(\omega)$. Ова функција се назива хиперболичким тангенсом, и дефинисан је релацијом $\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$. Нека је $\beta_2 = \frac{v_2}{c}$ брзина других кола у референтном систему улице, и ω_2 задовољава $\beta_2 = \tanh(\omega_2)$. Изразити ω_2 преко ω .

Помоћ: Адитциони идентитет за хиперболички тангенс гласи $\tanh(x + y) = \frac{\tanh(x) + \tanh(y)}{1 + \tanh(x)\tanh(y)}$. Уочити сличност између овог идентитета и закона слагања релативистичких брзина. (6 поена)

- (б) Која је брзина n -тих кола у референтном систему улице? Изразити коначни резултат преко β . Упростити резултат тако да се не јавља хиперболички тангенс. **Помоћ:** Користећи дефиницију хиперболичног тангенса, показати да се ω може изразити преко β као $\omega = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right)$. (12 поена)

- (в) Чему тежи брзина n -тих кола, у референтном систему улице, када n тежи бесконачности? (2 поена)

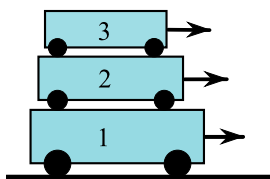
4. Одредити коефицијент корисног дејства циклуса приказаног на слици 3, знајући да је запремина гаса у тачки 3 циклуса, y пута већа од оне у тачки 1, док је запремина гаса у тачки 2 циклуса, x пута већа од оне у тачки 1. Гас који учествује у циклусу је једноатомски. (20 поена)

5. Тело масе M спушта се низ непокретну стрму раван висине h без трења и судара се са другим телом које се налази на хоризонталној подлози. Друго тело масе m је повезано опругом са трећим телом исте масе, као на слици 2. Одредити брзину другог и трећег тела у тренутку када је опруга највише сабијена. Сматрати да је трајање судара између првог и другог тела веома кратко, као и да је судар еластичан. Занемарити треће на хоризонталној подлози. (20 поена)

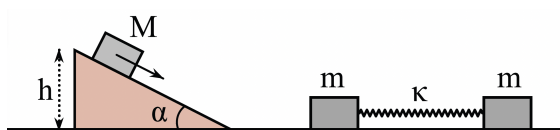
Приликом решавања задатака можете користити следеће бројне вредности физичких константи: убрзање Земљине теже: $g = 9.806 \text{ m/s}^2$, Планкова константа $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, елементарно наелектрисање $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, маса електрона $m = 9.109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, Штефан-Болцманова константа $\sigma = 5,670 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$, брзина светлости у вакууму $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Решења свих задатака треба јасно образложити и треба јасно навести све физичке законе и дефинисати све ознаке које се користе у решењу задатка.

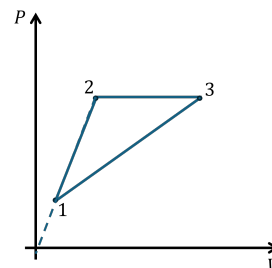
*У бета категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима свих врста гимназија осим специјализованих гимназија за области математике и физике.



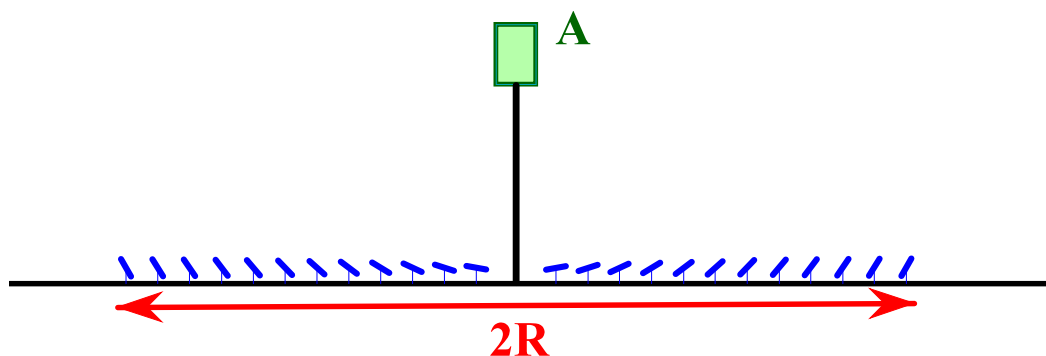
Слика 1: Поставка релативистичких кола у задатку 3.



Слика 2: Поставка задатка 5



Слика 3: Термодинамички циклус у задатку 4. Испрекидана линија пролази кроз координатни почетак.



Слика 4: Скица соларног пројекта у Мохаве пустињи задатак 2. Плавом бојом су представљена огледала уперена у торањ.