



III
РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА – БЕТА КАТЕГОРИЈА

ОКРУЖНИ НИВО
27.03.2022.

- Узмимо да је брзина кретања проводника у неком тренутку времена v . За мали интервал Δt проводник ће се померити дуж шина за $\Delta x = v\Delta t$ [1]. Промена површине контуре за то време је $v d \Delta t$, а флуks магнетне индукције се промени на $\Delta \Phi = B v d \Delta t$. [2] У контури се јављају ЕМС $\varepsilon = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -B v d$ [2] и струја $I = \frac{\varepsilon}{R}$ [1]. Сила која делује на проводник је $F = I B d = -\frac{B^2 d^2 v}{R} = m a$ [2]. У складу са Ленцовим правилом, ова сила усмерена је супротно вектору брзине проводника [2]. Како је $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ и $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, важи да је $m \Delta v = -\frac{B^2 d^2 \Delta x}{R}$ [3]. Промена брзине кретања проводника пропорционална је промени координате x . Укупна промена брзине (до заустављања проводника) је $-v_0$, а Δx тада представља укупан пређени пут s , па је $m(-v_0) = -\frac{B^2 d^2 s}{R}$ [3], одакле се добија $s = \frac{m R v_0}{B^2 d^2}$ [1]. У случају када правац индукције заклапа угао α са нормалом на површину шина, $s = \frac{m R v_0}{B^2 d^2 \cos^2 \alpha}$. [3]
- По закону одржања енергије, непосредно уз мрежу је $E_{k1} + k_0 \frac{q_1 q}{R_2} = k_0 \frac{q_1 q}{R_1}$ (4п), а по проласку $E_{p2} = k_0 \frac{q(q_1+q_2)}{R_2}$ (4п). На растојању r је $E_{k1} + E_{p2} = E_k + E_p$ (3п), тј. $k_0 \frac{q_1 q}{R_1} - k_0 \frac{q_1 q}{R_2} + k_0 \frac{q(q_1+q_2)}{R_2} = \frac{m v^2}{2} + k_0 \frac{q(q_1+q_2)}{r}$ (2п). Одатле је брзина на растојању r $v = \sqrt{\frac{2k_0 q}{m} \left(\frac{q_1}{R_1} + \frac{q_2}{R_2} - \frac{q_1+q_2}{r} \right)}$ (3п). Када $r \rightarrow \infty$, $E_p \rightarrow 0$, па је $v = \sqrt{\frac{2k_0 q}{m} \left(\frac{q_1}{R_1} + \frac{q_2}{R_2} \right)}$ (4п)
- Сила затезања нити добија се из другог Њутновог закона примењеног на доњи тег: $F(t) = m g + m a(t)$ (4п), где је $a(t)$ убрзање система у тренутку t . Систем осцилује хармонијски по закону $x(t) = x_0 \cos(\omega t)$ (3п), при чему је убрзање $a(t) = -x_0 \omega^2 \cos(\omega t)$ (3п). Заменом израза за убрзање у израз за силу затезања нити $F(t)$ и имајући у виду да је $|\cos(\omega t)| \leq 1$ (1п), за максималну силу затезања нити добија се $F_{max} = m g + m x_0 \omega^2$ (2п), а за минималну $F_{min} = m g - m x_0 \omega^2$ (2п). Одузимањем последње две једначине добија се $\omega = \sqrt{\frac{F_{max} - F_{min}}{2m x_0}}$ (2п), па је период осцилација система $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{2m x_0}{F_{max} - F_{min}}} = 0,63 \text{ s}$ (3п).
- Импедансе кондензатора и калема су $Z_C = \frac{1}{i\omega C}$ (1п) и $Z_L = i\omega L$ (1п), респективно, па је импеданса LC дела кола $Z_{LC} = \frac{Z_L Z_C}{Z_L + Z_C} = \frac{i\omega L}{1 - \omega^2 LC}$ (4п), а укупна импеданса кола је $Z = R + Z_{LC}$ (2п). Амплитуда електричне струје која тече кроз коло је $I = \frac{U_0}{|Z|} = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \frac{\omega^2 L^2}{(1 - \omega^2 LC)^2}}} = 2 \text{ mA}$ (6п). Кроз коло неће тећи струја ако је кружна фреквенција извора напона $\omega' = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2500 \text{ rad/s}$ (4п), јер је тада импеданса LC дела кола бесконачна (2п).
- Индукована ЕМС у контури је $\varepsilon_{ind} = \left| -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right|$, при чему укупном флуksу Φ кроз контуру доприноси само флуks магнетног поља кроз површину S_{zy} коју ограничава део контуре bc са координатним осама y и z , тј. $\varepsilon_{ind} = S_{zy} \frac{\Delta B}{\Delta t}$, односно $\varepsilon_{ind} = \frac{r^2 \pi}{4} \frac{\Delta B}{\Delta t}$ (4п). Промена магнетног поља у времену добија се на следећи начин: $\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{B(t+\Delta t) - B(t)}{\Delta t}$ (1п), па је $\frac{\Delta B}{\Delta t} = 30 + 100t + 50\Delta t$ (2п), и кад $\Delta t \rightarrow 0$ важи $\frac{\Delta B}{\Delta t} = 30 + 100t$ (1п) тј. $\varepsilon_{ind} = \frac{r^2 \pi}{4} (30 + 100t)$ (6п). Јачина струје у контури је $I = \frac{\varepsilon_{ind}}{R}$ (2п), тј. $I = \frac{r^2 \pi}{4R} (30 + 100t)$ (3п) и након времена $t_1 = 2 \text{ s}$ износи $I_1 = 0,18 \text{ mA}$ (1п).

Члановима комисије желимо успешан рад и пријатан дан!