



ТЕОРИЈСКИ ЗАДАЦИ

Задатак 3 - Физика пројектила

У овом задатку ћемо посматрати упрошћени модел испаливања пројектила из цеви. Овом темом су се мислећи људи бавили дуги низ година кроз историју, али до најзанимљивијег резултата су дошли француски инжењери, математичари и физичари крајем XIX века предвођени Лагранжем. Њихов резултат је објаснио да дотадашње веровање да је исплативије правити оруђје са веома дугачким цевима није исправно.

Посматрајмо цев топа дужине l , унутрашњег полупречника цеви R . Из ње се испалије граната која је састављена из два дела. Чауре дужине s у којој се налази барут и на чијем крају се налази пројектил масе m . Почетни тренутак је дат на слици.

- а) Изразити убрзање преко брзине и времена користећи диференцијални рачун.
- б) Проширивањем разломка из претходне формуле, изразити убрзање преко брзине и пређеног пута.
- в) Претпостављајући да након експлозије барута долази до ослобађања енергије U , и да је сав барут тренутно сагорео у водену пару, одредити како сила која потискује пројектил зависи од пређеног пута. Процес ширења гаса сматрати изотермским. Вибрационе моде молекула водене паре на овим температурама сматрати неактивним.
- г) Који физички процес би боље описао ширење гаса у реалном случају и зашто?
- д) Наћи везу брзине пројектила при изласку из цеви и дужине цеви. Силу трења и утицај атмосфере занемарити.
- ђ) Прокоментарисати зашто није исплативо правити веома дугачке цеви.
- е) Претпостављајући да се пројектил по изласку из цеви креће праволинијски (без утицаја гравитације). Пројектил погађа мету од чврстог материјала која на даску делује силом отпора $F = -\eta v$. Колико треба да буде минимална дебљина мете да би се пројектил зауставио у мети?
- ж) Како брзина зависи од времена за време кретања кроз мету?

Задатак припремио: *др Никола Коњик*, Физички факултет, Београд

Рецензент: *Ђорђе Богдановић*, Физички факултет, Београд

Председник Комисије за такмичење: *Проф. др Имре Гут*, Депарتمان за физику, ПМФ, Нови Сад



ТЕОРИЈСКИ ЗАДАЦИ

Решење

а) Пошто се цео процес дешава у једној димензији и на праволинијској трајекторији, нема потребе за писањем стрелица (вектора) на величинама. Убрзање по дефиницији гласи $a = \frac{dv}{dt}$. [0.5]

б) Проширивањем разломка из претходног дела задатка са dx добијамо $a = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt}$. Препознајући да је $v = \frac{dx}{dt}$ добијамо $a = v \frac{dv}{dx}$. [1.5]

в) Једначина стања идеалног гаса гласи $pV = pSx = nRT$ (0.2). Пошто је $U = C_V nT$ (0.3) и за троатомски гас без вибрационих степени слободе важи да је $C_V = 3R$ (0.5) добија се $pSx = \frac{U}{3}$ (0.2), па сила има следећи облик: $F(x) = p(x)S = \frac{U}{3x}$ (0.3). [1.5]

г) Адијабатски процес би био физички реалнији јер је експанзија гаса јако брза [0.5].

д) По Другом Њутновом закону важи $F = ma$. Користећи формулу за убрзање добијену у делу под б) добија се $v \frac{dv}{dx} = \frac{U}{3mx}$ (0.75). Интеграцијом последњег израза у одговарајућим границама (0.75)

$$\int_0^{v_0} v dv = \frac{U}{3m} \int_s^l \frac{dx}{x}$$

добија се коначан израз за тражену брзину као $v_0^2 = \frac{2U}{3m} \ln \frac{l}{s}$ (1.0). [2.5]

ђ) Неисплативо је правити веома дугачке цеви јер троскови расту више него линеарно са дужином, а раст домета (крајње брзине) расте логаритамски, тј. споро. [0.5]

е) За кретање тела у вискозној средини према Другом Њутновом закону важи $m v \frac{dv}{dx} = -\eta v$ (0.4). Сређивањем последњег израза и интеграцијом у одговарајућим границама $\int_{v_0}^0 dv = -\frac{\eta}{m} \int_0^{l_{min}} dx$ (0.5) добија се $l_{min} = \frac{m v_0}{\eta}$ (0.6). Горња граница $v = 0$ одговара чињеници да се пројектил зауставио у мети, чему са друге стране одговара укупан пређени пут који одговара минималној дебљини да пројектил не прође кроз мету. [1.5]

ж) За кретање тела у вискозној средини према Другом Њутновом закону такође важи $m \frac{dv}{dt} = -\eta v$ (0.4). Сређивањем последњег израза и интеграцијом у одговарајућим границама $\int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = -\frac{\eta}{m} \int_0^t dt$ (0.5) добија се следећи резултат: $\ln \frac{v}{v_0} = -\frac{\eta}{m} t$. Коначно се добија $v = v_0 e^{-\frac{\eta}{m} t}$ (0.6). [1.5]



**16. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКА 2022/2023. ГОДИНЕ.**



СФО 2023

**Друштво физичара Србије и Министарство просвете
науке и технолошког развоја Републике Србије**

**26-27. мај 2022.
Нови Сад**

ТЕОРИЈСКИ ЗАДАЦИ