

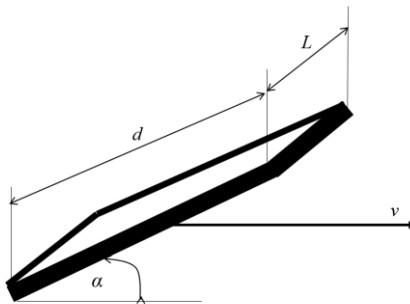


Задатак 1: Срећан пут (10 поена)

Део А: У небеса! (6 поена)

Искусна Молдавијска пилоткиња Мадалина управља авионом Боинг 747 на рутинском лету од Београда до Бостона. Док се спрема за полетање, она размиља о занимљивој физици која се одвија како би се масивни предмет као што је авион виноу у небеса.

(а) (2 поена) Сила којом се авиони боре против гравитације назива се сила узгона, и на много начина је слична сили отпора. Док сила отпора делује паралелно и супротно кретању, сила узгона делује нормално и вертикално. Обе силе пропорционалне су квадрату брзине предмета као $F = kv^2$, где је k коефицијент пропорционалности. Сматрати једно крило авиона узаним квадром дужине L (размах крила), висине d (тетива крила), и дебљине t , где притом важи $L > d \gg t$. Нека је крило нагнуто под углом α (нападни угао) у односу на правац кретања, као на слици 1. Крило лети кроз ваздух густине ρ . Одредити вертикалну (сила узгона) и хоризонталну (сила отпора) компоненту силе судара честица ваздуха у крило док оно лети, односно изразити коефицијенте k_D и k_L сила отпора и узгона редом преко познатих величина. Сматрати да су судари апсолутно нееластични, те да честице ваздуха „клизе“ низ крило након судара, а губе релативну компоненту брзине нормалну на крило.



Слика 1: Крило лети кроз ваздух

(б) (1 поен) Секциони коефицијент сила које делују на крило дефинише се као $c_l = \frac{f}{qd}$, где је f подужна сила на крило, а q динамички притисак $q = \frac{1}{2}\rho v^2$. Скицирати графике зависности секционог коефицијента узгона и отпора од нападног угла крила у интервалу угла $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$. Пажњу посветити квалитативним особинама графика: нулама и критичним тачкама (минимуми и максимуми). Када је отпор најјачи, а када узгон (на горе)?

(в) (1 поен) Крила углавном немају константу дужину тетиве по размаху, већ је дужина тетиве d_0 одмах поред централне кабине, те опада линеарно до краја размаха (на самом врху крила, дужина тетиве је 0; гледано из птичије перспективе, крило авиона је троугао). Тако је и код Боинга 747. Одредити сада k_L .

(г) (1,5 поена) Време је за полетање! Мадалина укључује четири млазна мотора Боинга 747 која стварају укупно 1100N силе за узлетање авиона масе 400t. Размах једног крила је 32m (а оба 64m), а тетива поред главне кабине 15m. Нападни угао крила постављен је тако да полетање траје најкраће могуће. Сматрати да на авион делује сила узгона само крила, а отпора на цео попречни пресек авиона, са коефицијентом $k_D = 1, 2N \cdot m^{-2} \cdot s^2$ (различит од оног одређеног у делу под (а) јер сада узимамо у обзир и главну кабину). Густина ваздуха близу земље је $\rho = 1,3kg \cdot m^{-3}$. Одредити време од укључивања мотора до полетања. Занемарити промену масе авиона и узети $g = 9,81m/s^2$. Помоћ: $\int \frac{dx}{1-x^2} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+1}{x-1} \right| + C$.

(д) (0,5 поена) Проценити време лета од Београда до Бостона, удаљених 6950km. Узети да се приликом крузирања нападни угао држи на 15° , а густина ваздуха је ређа, око $\rho = 0,4kg \cdot m^{-3}$.

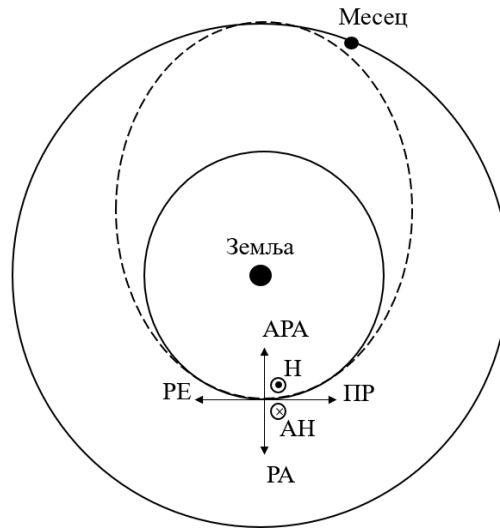
Део Б: Ка звездама! (4 поена)

Мадалинина другарица, Невена, одлучила је да постане прва Српска астронауткиња.

(а) (1 поена) Невенина ракета има тренутну брзину v_0 и масу m_0 . Када се укључе, материјал горива се испаљује у свемир из млазница брзином u у односу на ракету. Одредити брзину ракете када њена маса опадне на вредност m . Ова чувена зависност назива се ракетна једначина Циолковског.

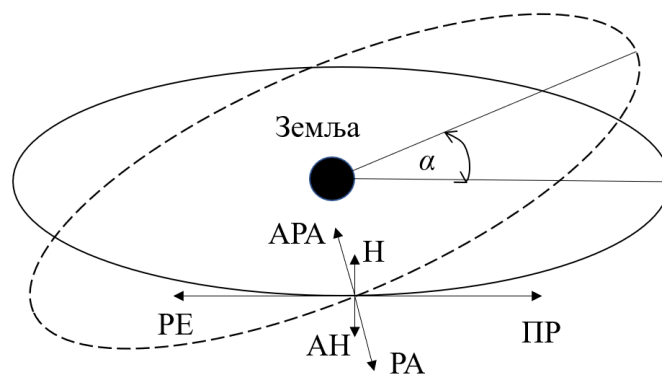


(б) (1,5 поен) Невена је успешно доспела у кружну ниску Земљину орбиту, на удаљености R_0 од центра планете. Вештим маневрима контролне посаде, ова орбита је у истој равни са приближно кружном орбитом Месеца, удаљеној R_M од Земље масе M (слика 2). На слици су дата 6 вектора који полазе од позиције ракете: проградни (ПР: у смеру кретања ракете), ретроградни (РЕ: супротно од проградног), нормални (Н: у смеру нормалном на кретање, одређеном правилном десне руке), антинормални (АН: супротно од нормалног), радијални (РА: нормалан и на проградни и на нормални вектор, а показује ван елиптичне орбите), и антирадијални (АРА: супротно од радијалног). Невена сада мора да изврши први део тзв. Хохманов трансфер до Месечеве орбите, где орбита ракете остаје у истој равни, перихел (најближа тачка Земљи) остаје непомерена, док се афел (најдаља тачка од Земље) поклапа са удаљеношћу до Месеца. У ком од ових 6 вектора Невена треба да упери главу ракете пре него што укључи млазнице? Колико дуго треба да буду укључене млазнице ако је се у јединици времена избацује маса горивног материјала μ ? Гравитациона константа је дата као G .



Слика 2: Преглед смерова брзина и путање брода.
Испрекидана орбита је циљна конфигурација

(в) (1,5 поена) Сада, уместо Месеца, Невена жели да одлети на Сатурн. Како би то учинила, своју првобитну орбиту (на првобитној удаљености, и са првобитном масом) мора да нагне под углом од α (слика 3), а да удаљеност од Земље држи константном, пре него што изведе модификовани Хохманов трансфер. Од понуђених 6 вектора, одабрати у којим правцима Невена треба да упери главу ракете пре укључивања мотора и којим редоследом, те вредност поправке брзина, да би се постигла тражена нагнута орбитална конфигурација. Дужина погона се може одредити као у делу (б), али се не тражи.



Слика 3: Преглед смерова брзина и путање брода.
Испрекидана орбита је циљна конфигурација.