



IV разред

Друштво физичара Србије и Министарство просвете  
науке и технолошког развоја Републике Србије  
АЛФА и БЕТА категорија- Задатак из обраде  
резултата мерења

Крагујевац  
23-24. април 2021.

5. ПРИГУШЕНЕ ЕЛЕКТРИЧНЕ ОСЦИЛАЦИЈЕ [25 поена]

У овом задатку проучаваћемо електричне осцилације у редном  $RLC$  колу, које се састоји од редне везе отпорника, отпорности  $R$ , калема индуктивности  $L$  и кондензатора капацитета  $C$  (слика 1.а). За формирање осцилација у овом колу, неопходно је имати одређене почетне услове. У почетном тренутку, кондензатор је напуњен и налази се на напону  $U_0$ . Спајањем овако напуњеног кондензатора, преко прекидача, кроз коло почиње да протиче струја.

Напон на отпорнику је  $u_R = R \cdot i$ . У колу постоји електромоторна сила самоиндукције која се јавља у намотајима калема,  $\varepsilon_L = -L di / dt$ . На основу другог Кирхофовог правила за тренутне вредности  $u_C + u_R = \varepsilon_L$ , одакле се

добива диференцијална једначина облика  $\frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{LC} U_C = 0$ . Решење дате једначине за  $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$  и

почетне услове  $U_C(0^+) = U_0$  и  $i(0^+) = 0$  представљају пригушене осцилације облика  $U_C(t) = U_0 e^{-\alpha t} \cos(\omega t)$

(1), где је  $\omega^2 = \omega_0^2 - \alpha^2$  кружна учестаност пригушених осцилација;  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$  је кружна учестаност сопствених

осцилација када у колу не би било отпора и  $\alpha = \frac{R}{2L}$  је коефицијент пригушења у колу. Једначина (1) се може

написати у облику  $U_C(t) = U_{C0}'(t) \cos(\omega t)$ , где је  $U_{C0}'(t) = U_0 e^{-\alpha t}$  (2) временски опадајућа амплитуда напона на кондензатору.

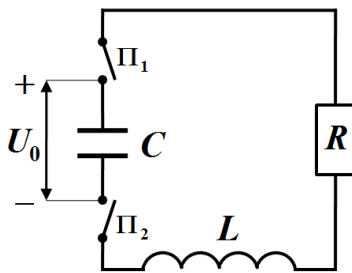
На слици 1.в је дат график промене напона на кондензатору у току времена у редном  $RLC$  колу измерен у реалном експерименту (поставка експеримента је приказана на слици 1.б).

а) Извршити линеаризацију израза (2) у облику  $y = k \cdot x$ , где је  $k > 0$  (овај начин линеаризације је обавезан). Очитати и табеларно приказати одговарајуће вредности са графика на слици 1.в, потребне за цртање графика на основу линеаризованог израза. Нацртати линеаризован график са којег се може одредити коефицијент пригушења у колу. Проценити грешке битних величина и учртати грешке величина чије се вредности уносе на график. [14 поена]

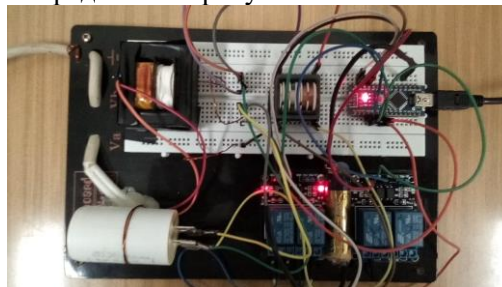
б) Графичком методом одредити коефицијент пригушења  $\alpha$  и припадајућу грешку  $\Delta\alpha$ . [4 поена]

в) Са графика на слици 1.в очитати време које је потребно да се изврше првих пуних 8 осцилација. Користећи очитано време израчунати период пригушених осцилација  $T$  и одредити грешку  $\Delta T$ . [3 поена]

г) У овом делу задатка искористити претходно одређене вредности релевантних величина, као и њихове грешке, како би сте израчунали вредност капацитета  $C$  и отпорности  $R$  у колу, узимајући да је индуктивност калема  $L = (30,0 \pm 0,5) \text{ mH}$ . Грешку за отпорност  $\Delta R$  одредити на основу грешки величина од којих је отпорност  $R$  израчуната. Грешку за капацитет  $\Delta C$  одредити узимајући да је релативна грешка за капацитет  $\delta_C = 9\%$ . Правилно заокружити и записати крајње вредности израчунатих величина. [4 поена]



Слика 1.а



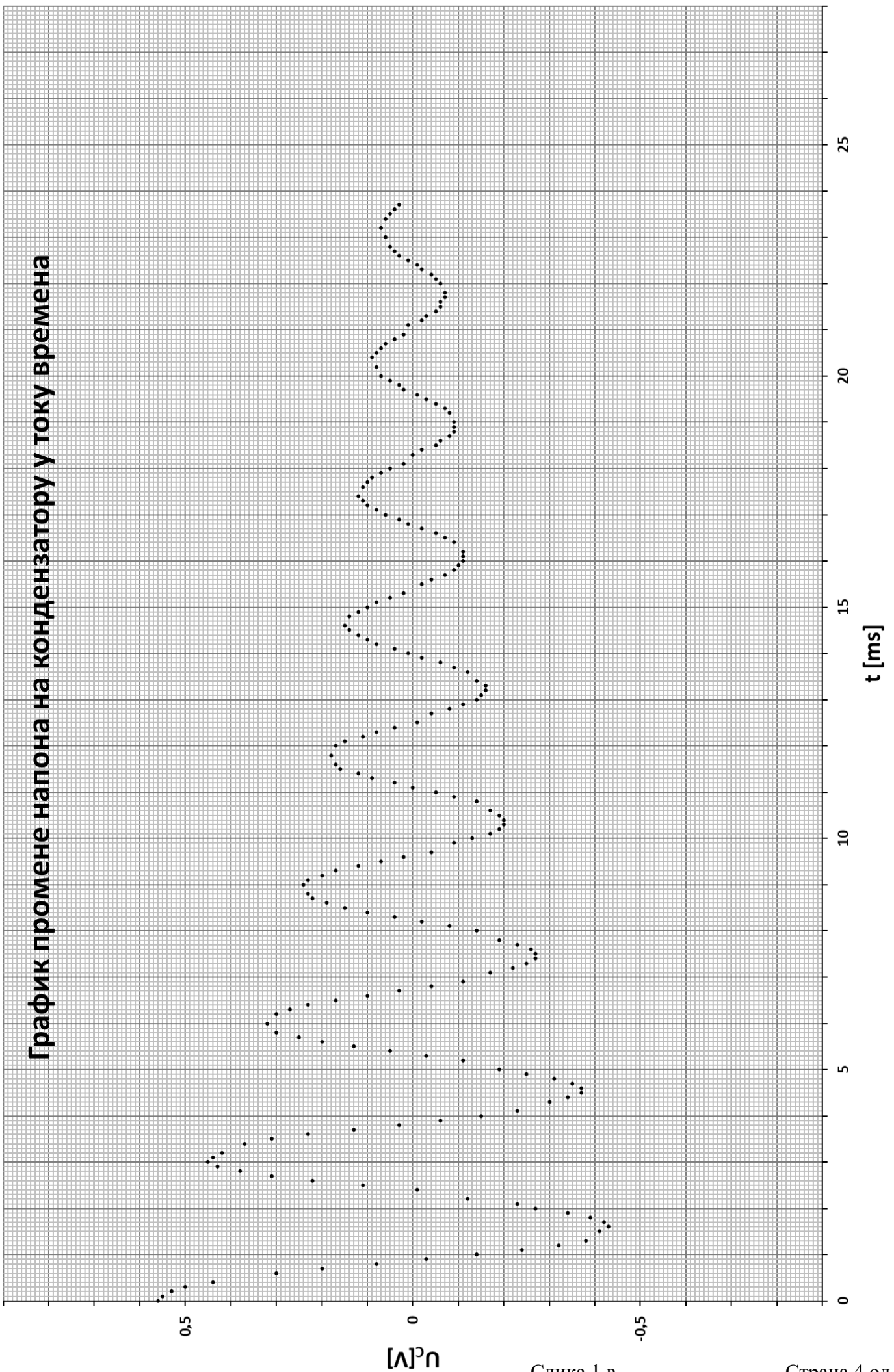
Слика 1.б

НАПОМЕНЕ:

Обавезно користити линеаризацију дефинисану поставком задатка, са временом на  $x$  оси.

Обавезно користите ознаке физичких величина дефинисане поставком задатка.

График промене напона на кондензатору у току времена



Слика 1.в



IV разред

Друштво физичара Србије и Министарство просвете,  
науке и технолошког развоја Републике Србије  
АЛФА и БЕТА категорија- Решење задатка из  
обrade резултата мерења

Крагујевац  
23-24. април 2021.

5. а) Линеаризован израз је облика  $\ln \frac{U_0}{U_{c0}} = \alpha t$  [1п], где је коефицијент пригушења једнак коефицијенту правца

праве зависности  $\ln \frac{U_0}{U_{c0}}$  од  $t$ , тј.  $\alpha = k$  [0,3п]. Са графика се може очитати вредност напона у почетном тренутку,  $U_0 = 0,56 \text{ V}$  [0,4п]. Како грешке мерења нису дате, грешке које се праве су грешке очитавања тачака са графика и једнаке су најмањем подеоку, тј.  $\Delta t = 0,1 \text{ ms}$  [0,5п] и  $\Delta U = 0,01 \text{ V}$  [0,5п]. Са графика се могу очитати временски тренуци и амплитудне вредности напона, које су дате у табели 1. Очитане вредности треба искористити за израчунавање вредности које се уносе на линеаризован график, табела 1.

Грешка израза  $\ln \frac{U_0}{U_{c0}}$  је  $\Delta \left( \ln \frac{U_0}{U_{c0}} \right) = \frac{U_0 + U_{c0}}{U_0 U_{c0}} \Delta U$  [0,5п]

Табела 1. (Бодовати сваку ставку у табели по кључу у заглављу табеле, укупно [4,8п])

$N_0$	$t[\text{ms}]$ [0,1п]	$U_{c0}[\text{V}]$ [0,1п]	$\ln \frac{U_0}{U_{c0}}$ [0,2п]	$\Delta \left( \ln \frac{U_0}{U_{c0}} \right)$ [0,2п]
1	3,0	0,45	0,218 <b>0,22</b>	0,040 <b>0,04</b>
2	6,0	0,32	0,559 <b>0,56</b>	0,049 <b>0,05</b>
3	9,0	0,24	0,847 <b>0,85</b>	0,059 <b>0,06</b>
4	11,8	0,18	1,134 <b>1,13</b>	0,073 <b>0,08</b>
5	14,6	0,15	1,317 <b>1,32</b>	0,084 <b>0,09</b>
6	17,4	0,12	1,54 <b>1,5</b>	0,10 <b>0,1</b>
7	20,4	0,09	1,82 <b>1,8</b>	0,12 <b>0,2</b>
8	23,2	0,07	2,07 <b>2,1</b>	0,16 <b>0,2</b>

За исправно нацртан график дати 6 поена.

- Негативни поени за график, између осталог за:
- Координатне осе треба цртати по нивицама милиметарског папира [-0,2п]
  - График приказан без наслова [-0,2п] (наслов није  $y = f(x)$ )
  - Лоша размера величине графика [-0,5п] (график заузима мање од 1/4 простора папира)
  - Лоша размера подеока [-0,5п] (1 mm на милиметарском папиру може да одговара ... 0,05; 0,1; 0,2; 0,4; 0,5; 1; 2; 4; 5; 10 ... јединица величине која се приказује)
  - Осе нису обележене и недостају јединице [-1п] (за сваку осу [-0,5п])
  - Унете су мерене бројне вредности на осе [-0,5п]
  - Повлачене линије од оса до нанетих тачака [-0,5п]
  - Ако прва изабрана тачка није између прве и друге експерименталне тачке [-0,5п]
  - Ако друга изабрана тачка није између претпоследње и последње експерименталне тачке [-0,5п]
  - Лоше унете, или изостављене, вредности [-0,8] , [-0,1] за сваку тачку.
  - Лоше унете, или изостављене, вредности грешака [-0,8п] [-0,1] за сваку тачку.

б) Линеаризован график је дат на слици 3.6 Две изабране неексперименталне тачке су:

$A(3,8 \text{ ms}; 0,35)$  и  $B(22,0 \text{ ms}; 1,97)$  [0,5 + 0,5п] (уколико је изабрана једна тачка и права провучена кроз координатни почетак дати еквивалентан број поена). Коефицијент правца праве је:

$$k = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1,97 - 0,35}{22,0 \text{ ms} - 3,8 \text{ ms}} \approx 89,0 \text{ s}^{-1} \text{ [0,5п].}$$

Грешка вредности коефицијента правца се може изразити као :

$$\Delta k = |k| \left( \frac{\Delta y_B + \Delta y_A}{|y_B - y_A|} + \frac{\Delta x_B + \Delta x_A}{|x_B - x_A|} \right) = \left( \frac{1,97 + 0,35}{22,0 \text{ ms} - 3,8 \text{ ms}} \right) \cdot \left( \frac{0,2 + 0,05}{1,97 - 0,35} + \frac{0,2 + 0,2}{22,0 - 3,8} \right) \approx 15,7 \text{ s}^{-1} \text{ [0,5п],}$$

где су  $\Delta x_A, \Delta x_B, \Delta y_A$  и  $\Delta y_B$  апсолутне грешке одређивања координата  $x_A, x_B, y_A$  и  $y_B$  са графика. Свака од ових грешака  $\Delta x_A, \Delta x_B, \Delta y_A$  и  $\Delta y_B$  је једнака већој од одговарајућих апсолутних грешака суседних тачака. Ни једна од ових грешака не може бити мања од тачности очитавања координата са графика односно, најмањег подеока



на милиметарском папиру, тако да је  $\Delta x_A = 0,2 \text{ ms}$  (најмањи подеок) [0,25п];  $\Delta x_B = 0,2 \text{ ms}$  (најмањи подеок) [0,25п];  $\Delta y_A = 0,05$  [0,25п] и  $\Delta y_B = 0,2$  [0,25п], на основу чега је:

$$\alpha = k = (0,9 \pm 0,2) \cdot 10^2 \text{ s}^{-1} \text{ [1п]}.$$

в) Време потребно да се изврши првих 8 пуних осцилација износи  $t_8 = 23,2 \text{ ms}$  [1п], на основу чега је период пригушених осцилација  $T = \frac{t_8}{8} = 2,9 \text{ ms}$  [0,5п], а грешка  $\Delta T = \Delta t_8 = 0,1 \text{ ms}$  [0,5п]. Период пригушених осцилација износи  $T = (2,9 \pm 0,1) \text{ ms}$  [1п].

г) Капацитет кола се може одредити из сопствене кружне учестаности кола користећи изразе  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ ,

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \alpha^2 \text{ и } \omega = \frac{2\pi}{T}, \text{ тако да је}$$

$$C = \frac{T^2}{L(4\pi^2 + \alpha^2 T^2)} \approx 7,10 \mu\text{F} \text{ [0,5п]}, \text{ а одговарајућа грешка}$$

$$\Delta C = \frac{\delta_C \cdot C}{100\%} = 0,639 \mu\text{F} \text{ [0,5п]}, \text{ на основу чега је капацитет кондензатора у колу}$$

$$C = (7,1 \pm 0,7) \mu\text{F} \text{ [1п]}.$$

Отпорност кола се може одредити из коефицијента пригушења  $\alpha = \frac{R}{2L}$ ,

$$R = 2L\alpha \approx 5,34 \Omega \text{ [0,5п]}, \text{ а одговарајућа грешка}$$

$$\Delta R = R \left( \frac{\Delta \alpha}{\alpha} + \frac{\Delta L}{L} \right) \approx 1,04 \Omega \text{ [0,5п]}, \text{ на основу чега је отпорност у колу}$$

$$R = (5 \pm 1) \Omega \text{ [1п]}.$$

Линеаризована зависност временски опадајуће амплитуде  
напона на кондензатору од времена

