



I разред

Друштво физичара Србије и Министарство просвете
науке и технолошког развоја Републике Србије
ЗАДАЦИ-БЕТА КАТЕГОРИЈА*

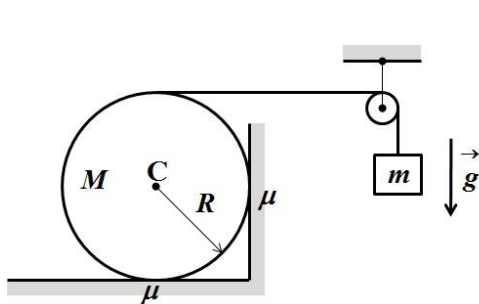
Крагујевац
23-24. април 2021.

1. Места А и Б се налазе на истој обали реке. Место А се налази узводно (смер кретања реке је од места А ка месту Б) од места Б. Истовремено и дуж истог правца (паралелно са правцем обале) из места Б ка месту А крену брод и глисер, а из места А ка месту Б чамац. Глисер када се сусретне са чамцем, окреће се и наставља да се креће ка броду. Одредити средњу брзину кретања глисера од поласка из места Б, након окретања, па до сусрета са бродом. Брзина реке у односу на обалу је константна и износи c , брзине брода и чамца у односу на реку су једнаке, константне и износе v ($v > c$), док је брзина глисера у односу на реку константна и једнака v_g ($v_g > v$ и $v_g > \sqrt{v \cdot c}$). Све величине наведене у задатку су познате. Занемарити димензије брода, чамца и глисера као и време окретања глисера. [15 поена]

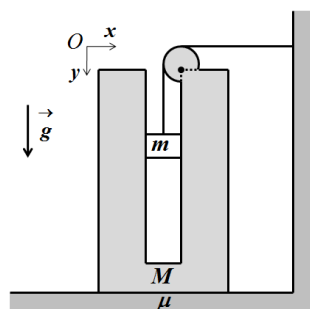
2. На површини хомогеног и крутог ваљка масе $M = 8 \text{ kg}$ и полупречника основе R урезан је, по попречном пресеку ваљка, плитак жљеб. Улога жљеба је само да се на ваљак намота нит, и узети да његове димензије не утичу на момент инерције и динамику кретања ваљка. Дакле на ваљак, тј. унутар жљеба ваљка, се намота танка, безмасена и неистегљива нит. Ваљак се прислони у угао, тако да додирује непокретни вертикални зид и непокретну хоризонталну подлогу, и истовремено се веже за тег масе $m = 11 \text{ kg}$ као што је приказано на слици 1, а затим се тела (ваљак и тег) пуне да се слободно крећу из стања мировања. Коefицијенти трења између ваљка и хоризонталне подлоге, као и између ваљка и вертикалног зида су једнаки, а вредност коefицијента трења износи $\mu = 0,5$. Одредити интензитет убрзања тег. Током кретања нема проклизавања између нити и ваљка. Све остале силе трења и отпора у систему занемарити, као и масу котура око ког је пребачена нит. Момент инерције хомогеног и крутог ваљка око његове осе симетрије је $I = \frac{1}{2}mr^2$, где је m маса ваљка, а r полупречник попречног пресека ваљка. Убрзање силе Земљине теже је $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. [20 поена]

3. У систему са слике 2 позната је маса блока $M = 5,1 \text{ kg}$ и маса тег $m = 3,4 \text{ kg}$. Трење постоји само између блока и непокретне хоризонталне подлоге, а коefицијент трења износи $\mu = 0,28$. Ако тела (блок и тег) започињу кретање из стања мировања одредити интензитет убрзања блока у односу на непокретну подлогу. Тег је у сталном контакту са блоком, док је блок у сталном контакту са хоризонталном подлогом. Котур је чврсто везан за блок и његова маса се занемарује. Занемарити масу неистегљиве нити, као и све силе трења (осим наведене) и силе отпора. Убрзање силе Земљине теже је $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. [20 поена]

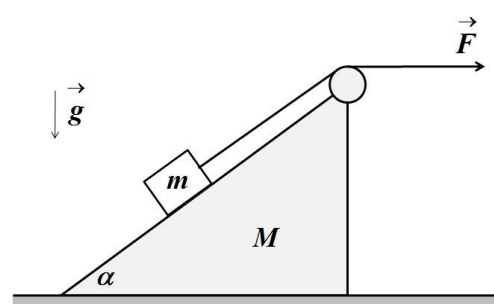
4. На клину масе $M = 7 \text{ kg}$ и нагибног угла $\alpha = 60^\circ$ постављено је тело масе $m = 3 \text{ kg}$ које може да се вуче по стрмој равни клина помоћу нити делујући на њеном слободном крају силом \vec{F} константног интензитета $F = 40 \text{ N}$ у правцу и смеру као на слици 3. Одредити интензитете убрзања тела и клина у односу на непокретну подлогу. Малу неистегљиву нити, масу котура, трење и све силе отпора у систему занемарити. Тела започињу кретање из стања мировања. Убрзање силе Земљине теже је $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. [20 поена]



слика 1



слика 2



слика 3

Задатке припремио: Владимир Чубровић

Рецензенти: доц. др Саша Симић, Марко Милошевић ПМФ Крагујевац

Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: доц. др Владимир Марковић, ПМФ Крагујевац

Свим такмичарима желимо успешан рад! Страна 1 од 2



I разред

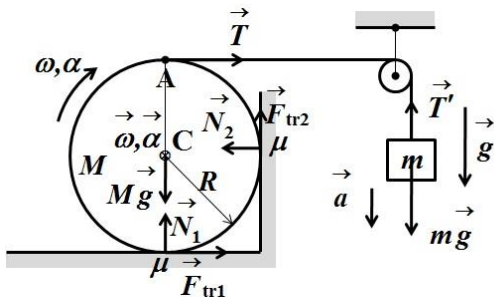
Друштво физичара Србије и Министарство просвете,
науке и технолошког развоја Републике Србије
РЕШЕЊА-БЕТА КАТЕГОРИЈА*

Крагујевац
23-24. април 2021.

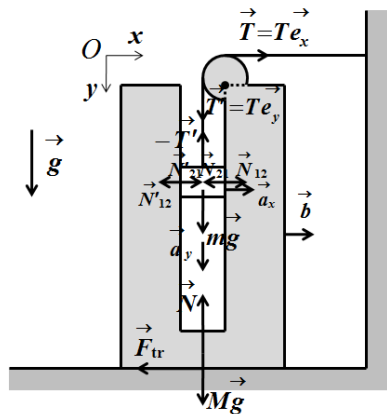
1. Означимо са L растојање између места А и Б. Време које протекне од поласка глисера до његовог сусрета са чамцем је $t_1 = \frac{L}{v_g + v}$ [2п], при чему глисер пређе пут $L_1 = (v_g - c) \cdot t_1 = \frac{v_g - c}{v_g + v} \cdot L$ [3п], а растојање између глисера и брода је тада $\Delta L = (v_g - c) \cdot t_1 - (v - c) \cdot t_1 = (v_g - v) \cdot t_1 = \frac{v_g - v}{v_g + v} \cdot L$ [3п]. Поступајући као у претходном случају, до сусрета глисера и брода (од тренутка t_1) протекне време $t_2 = \frac{\Delta L}{v_g + v} = \frac{v_g - v}{(v_g + v)^2} \cdot L$ [2п], а пређени пут глисера је $L_2 = (v_g + c) \cdot t_2 = \frac{(v_g + c)(v_g - v)}{(v_g + v)^2} \cdot L$ [2п]. Тражена средња брзина глисера је $v_{sr} = \frac{L_1 + L_2}{t_1 + t_2}$ [1п] и након уврштавања добијених вредности добијамо $v_{sr} = \frac{v_g^2 - v \cdot c}{v_g}$ [2п].

2. Једначина кретања тега је $ma = mg - T$ [1п]. Једначине кретања ваљка су редом $\frac{1}{2}MR^2 \cdot \alpha = (T - \mu N_1 - \mu N_2) \cdot R$ [4п], $T + \mu N_1 - N_2 = 0$ [4п] и $Mg - N_1 - \mu N_2 = 0$ [4п] (видети слику 1). Из услова да нема проклизавања између нити и ваљка (тренутна брзина тачке А ваљка једнака је тренутној брзини нити) следи $\omega R = v$, и када извршимо промену по времену последње једнакости добијамо $\alpha R = a$ [3п].

Решавањем претходних једначина добијамо $a = \frac{m(1 - \mu + 2\mu^2) - \mu M(1 + \mu)}{m(1 - \mu + 2\mu^2) + \frac{1}{2}M(1 + \mu^2)} \cdot g \approx 3,07 \text{ m/s}^2$ [3+1п].



слика 1



слика 2

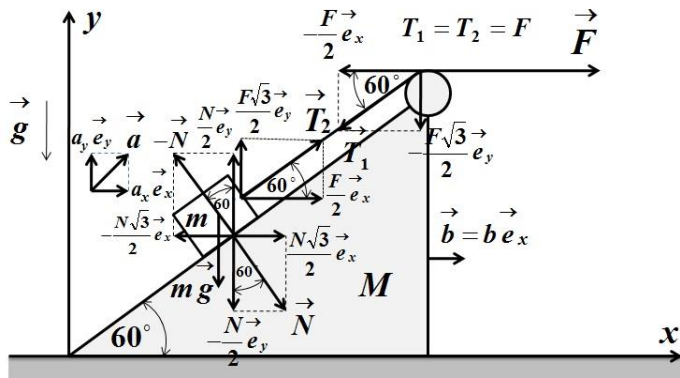
3. Једначине кретања блока су редом $Mb = T + N_{12} - N'_{12} - \mu N$ [2п] (1) и $Mg + T - N = 0$ [4п] (2). Једначине кретања тега су редом $ma_x = N'_{21} - N_{21}$ [2п] (3) и $ma_y = mg - T$ [2п] (4), видети слику 2. Како је по услову задатка тег у сталном контакту са блоком следи да је $a_x = b$ [2п]. Даље важи $N_{12} = N_{21}$ и $N'_{12} = N'_{21}$ тако да једначине (1) и (3) могу да се сведу на једну једначину која описује кретање блока и тела као целине $(M + m)b = T - \mu N$ [2п] (5). Из услова да је нит неистегљива следи да је $a_y = b$ [2п] (6). Решавањем једначина (2), (4), (5) и (6) добијамо да је интензитет убрзања блока у односу на непокретну подлогу једнак $b = \frac{m - \mu m - \mu M}{M + 2m - \mu m} \cdot g \approx 0,91 \text{ m/s}^2$ [3+1п].



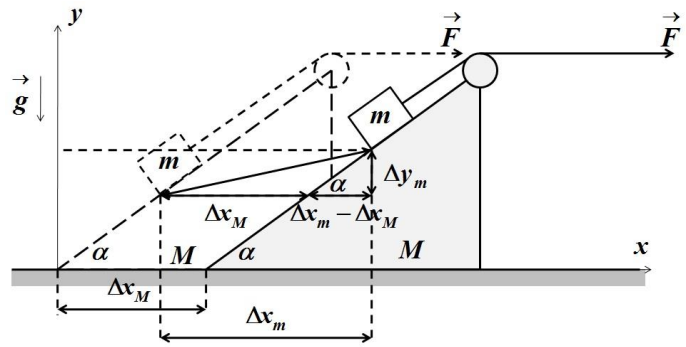
4. ПРВИ НАЧИН. Једначина кретања клина дуж x -осе је $Mb = N\frac{\sqrt{3}}{2} + F - \frac{F}{2}$ [3п]. Једначина кретања тела дуж x -осе је $ma_x = \frac{F}{2} - N\frac{\sqrt{3}}{2}$ [3п], док је једначина кретања тела дуж y -осе $ma_y = \frac{F\sqrt{3}}{2} + \frac{N}{2} - mg$ [3п]. Веза између помераја тела и клина је $\Delta y_m = \sqrt{3}(\Delta x_m - \Delta x_M)$, слика 4, па кад се изврши двострука промена по времену претходне једнакости, и како тело и клин започињу кретање из мировања, следи да је веза између интензитета убрзања дата изразом $\frac{a_y}{a_x - b} = \sqrt{3}$ [3п]. Решавањем претходних једначина добијамо $b = \frac{2F + mg\sqrt{3}}{4M + 3m} \approx 3,54 \text{ m/s}^2$ [1+1п],

$$a_x = \frac{F(2M + 3m) - Mmg\sqrt{3}}{m(4M + 3m)} \approx 5,07 \text{ m/s}^2 \text{ [1+1п]} \quad \text{и} \quad a_y = \frac{F\sqrt{3}(2M + m) - 3mg(M + m)}{m(4M + 3m)} \approx 2,65 \text{ m/s}^2 \text{ [1+1п]}, \text{ тако да је}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \approx 5,72 \text{ m/s}^2 \text{ [1+1п]}.$$



слика 3



слика 4

ДРУГИ НАЧИН. Једначина кретања клина дуж x -осе је $Mb = N\frac{\sqrt{3}}{2} + F - \frac{F}{2}$ [3п]. Једначине кретања тела у

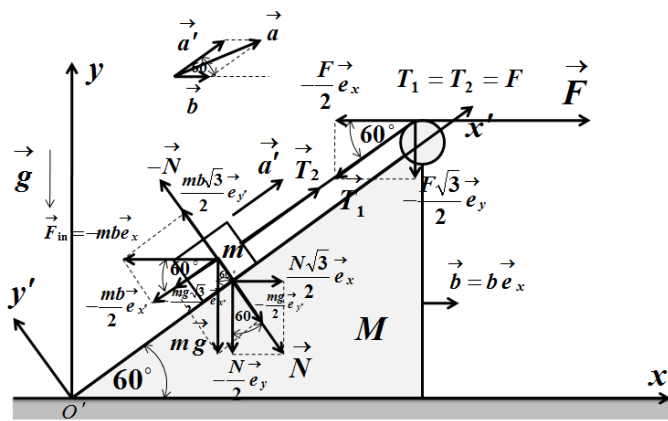
неинерцијалном координатном систему $x'O'y'$ везаном за клин су редом $ma' = F - \frac{mb}{2} - \frac{mg\sqrt{3}}{2}$ [3п] и

$$N + \frac{mb\sqrt{3}}{2} - \frac{mg}{2} = 0 \text{ [3п]} \text{ (слика 5)}. \text{ Решавањем претходних једначина добијамо } b = \frac{2F + mg\sqrt{3}}{4M + 3m} \approx 3,54 \text{ m/s}^2 \text{ [1+1п]} \text{ и}$$

$$a' = \frac{2F(2M + m) - 2\sqrt{3}mg(M + m)}{m(4M + 3m)} \text{ [1п]}. \text{ Даље је } a_x = \frac{a'}{2} + b \text{ [1п]} \text{ и } a_y = a' \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ [1п]}. \text{ На основу претходног је}$$

$$a_x = \frac{F(2M + 3m) - Mmg\sqrt{3}}{m(4M + 3m)} \approx 5,07 \text{ m/s}^2 \text{ [1+1п]} \quad \text{и} \quad a_y = \frac{F\sqrt{3}(2M + m) - 3mg(M + m)}{m(4M + 3m)} \approx 2,65 \text{ m/s}^2 \text{ [1+1п]}, \text{ тако да је}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \approx 5,72 \text{ m/s}^2 \text{ [1+1п]}.$$



слика 5