



I разред

Друштво физичара Србије и
Министарство просвете Републике Србије
РЕШЕЊА – А КАТЕГОРИЈА

ОКРУЖНИ НИВО
14. март 2026.

- Куглица која је кренула из тачке А брзином интензитета v_0 , стиже у тачку В брзином истог интензитета, јер се те две тачке налазе на истој хоризонтални [2п]. Да би се после еластичног судара са зидом у тачки В куглица вратила по истој трајекторији којом је дошла, брзина куглице мора бити ортогонална на зид у тачки В. Исто важи за следеће одбијање куглице у тачки А. Из тога закључујемо да брзина куглице заклапа угао θ са хоризонталом у тачкама А и В. [4п]. Компоненте брзине у тачки А су $v_{Ax} = \frac{v_0\sqrt{3}}{2}$ [2п] и $v_{Ay} = \frac{v_0}{2}$ [2п]. Време, $t/2$, за које куглица прелази половину хоризонталног растојања између тачака А и В добија се из услова да је $v_{Cy} = 0$, $\frac{t}{2} = \frac{v_{Ay}}{g} = \frac{v_0}{2g}$ [3п]. Растојање између тачака А и В је $l = v_{Ax}t = \frac{v_0^2\sqrt{3}}{2g}$, одакле је брзина $v_0 = \sqrt{\frac{2lg}{\sqrt{3}}}$ [3п]. Хоризонтална компонента брзине је све време иста, тако да је брзина минимална у тачки С где је y -компонента брзине једнака нули, и максимална у тачкама А и В, где је y -компонента брзине максимална. Максимална и минимална брзина су $v_{\max} = v_0 = \sqrt{\frac{2lg}{\sqrt{3}}}$ [2п] и $v_{\min} = v_{Ax} = \sqrt{\frac{lg\sqrt{3}}{2}}$ [2п].
- Силе које делују у разматраном систему приказане су на слици (Слика 2). Претпоставићемо да се у односу на непокретног посматрача тело m_3 креће навише, а котур В наниже убрзањем a . Нека се у односу на котур В тело m_1 креће наниже убрзањем a' , а тело m_2 навише истим убрзањем. Котур В је лак, па важи: $T_2 = 2T_1$ [1п]. (Силе \vec{T}'_1 и \vec{T}_1 имају исти интензитет.) Једначине кретања тела су: $m_3a = T_2 - m_3g = 2T_1 - m_3g$ [3п], $m_1(a+a') = m_1g - T_1$ [3п], и $m_2(a-a') = m_2g - T_1$ [3п]. Решавањем добијеног система једначина по непознатим a' , a и T_1 добијамо тражено убрзање: $a = \frac{4m_1m_2 - m_3(m_1+m_2)}{4m_1m_2 + m_3(m_1+m_2)}g$ [3п] и силу затезања: $T_1 = \frac{4m_1m_2m_3}{4m_1m_2 + m_3(m_1+m_2)}g$ [3п]. У специјалном случају $m_1 = m_2 \ll m_3$, убрзање тела m_3 је $a = -g$ [4п].
- На слици (Слика 3) приказане су силе које делују на разматрани систем. У вертикалном правцу силе које делују на свако од тела су у равнотежи, одатле налазимо: $N_i = m_i g$, ($i = 1, 2, 3$) [2п]. Из претходних једначина добијамо силе трења клизања које делују на свако од тела: $F_{ti} = \mu N_i = \mu m_i g$, ($i = 1, 2, 3$) [2п]. Сва три тела се крећу једнаким убрзањем a , па су њихове једначине кретања у хоризонталном правцу: $m_1a = F_{e1} - F_{tr1}$ [2п], $m_2a = F_{e2} - F_{e1} - F_{t2}$ [2п], $m_3a = F - F_{e2} - F_{t3}$ [2п]. Добијен је систем од три једначине који се може решити по непознатим a , F_{e1} и F_{e2} . За убрзање сваког од тела добијамо: $a = F/(m_1 + m_2 + m_3) - \mu g = 1,02 \text{ m/s}^2$ [4п], док су силе еластичности једнаке: $F_{e1} = \frac{Fm_1}{m_1+m_2+m_3}$ и $F_{e2} = \frac{F(m_1+m_2)}{m_1+m_2+m_3}$. Из везе силе еластичности и истегнутости опруге добијамо коначно: $\Delta x_1 = F_{e1}/k = \frac{Fm_1}{k(m_1+m_2+m_3)} = 16,7 \text{ cm}$ [3п] и $\Delta x_2 = F_{e2}/k = \frac{F(m_1+m_2)}{k(m_1+m_2+m_3)} = 30,0 \text{ cm}$ [3п].
- Нека је интензитет брзине центра ваљка v_C , а угаона брзина ротације ваљка око своје осе ω . Додирна тачка ваљка и подлоге мирује пошто се ради о котрљању без проклизавања, па важи: $v_A = v_C - \omega R = 0$ [3п]. Брзина тачке у којој ваљак додирује даску једнака је брзини даске јер нема проклизавања даске по ваљку, па важи: $v_B = v_C + \omega R = v$ [3п]. Из претходне две једначине добијамо брзину центра ваљка, $v_C = v/2$ [2п] и угаону брзину ротације ваљка $\omega = v/(2R)$ [2п]. Време за које даска пређе пут $l = 3R\pi$ је $t = l/v = 3R\pi/v$. За то време тачка К опише угао $\phi = \omega t = 3\pi/2$ [3п]. Тачка К у тренутку t има брзину translације интензитета v_C и брзину ротације интензитета v_r које су међусобно ортогоналне (Слика 4). Интензитет брзине ротације је $v_r = \omega r = \frac{vr}{2R}$ [3п]. Сабирањем брзине translације и ротације добијамо укупну брзину тачке К чији је интензитет: $v_K = \sqrt{v_C^2 + v_r^2} = \frac{v}{2}\sqrt{1 + (\frac{r}{R})^2}$ [4п].
- На слици (Слика 5) нацртане су силе које делују на тело и стрму раван, при чему су са прим обележене силе које делују на стрму раван, а без прима силе које делују на тело. Пошто су сила без прима и њој одговарајућа са примом силе једнаког интензитета, за њихове интензитете користимо исту ознаку без прима.
а) У систему везаном за стрму раван (систем S') на тело делује инерцијална сила $F_i = ma_i = ma_R$ [1п] супротног смера од убрзања стрме равни у односу на подлогу, a_R . Из равнотеже сила које делују на тело у правцу нормалном на стрму раван у систему S' добијамо силу реакције: $F_N = mg \cos \alpha - F_i \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}mg - \frac{1}{2}ma_R$ [3п]. Сила трења клизања између тела и стрме равни је $F_t = \mu F_N = \mu(\frac{\sqrt{3}}{2}mg - \frac{1}{2}ma_R)$ [1п]. Једначина кретања стрме равни у систему везаном за подлогу (систем S) је: $Ma_R = F_N \sin \alpha - F_t \cos \alpha = \frac{1}{2}F_N - \frac{\sqrt{3}}{2}F_t$ [3п]. Даље се добија $Ma_R = (\frac{\sqrt{3}}{2}mg - \frac{1}{2}ma_R)(\frac{1}{2} - \mu\frac{\sqrt{3}}{2}) = \frac{\sqrt{3}}{8}mg - \frac{1}{8}ma_R$ [1п], па је убрзање стрме равни $a_R = \frac{m\sqrt{3}}{8M+m}g \approx 1 \text{ m/s}^2$ [2п]
б) У систему S' други Њутнов закон дуж стрме равни гласи $ma' = mg \sin \alpha + F_i \cos \alpha - F_t = mg(\frac{1}{2} - \mu\frac{\sqrt{3}}{2}) + ma_R(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\mu)$ [4п]. Убрзање тела у односу на стрму раван је: $a' = g(\frac{1}{2} - \mu\frac{\sqrt{3}}{2}) + a_R(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\mu) = \frac{1}{4}g + \frac{7\sqrt{3}}{12}a_R \approx 3,46 \text{ m/s}^2$ [2п].

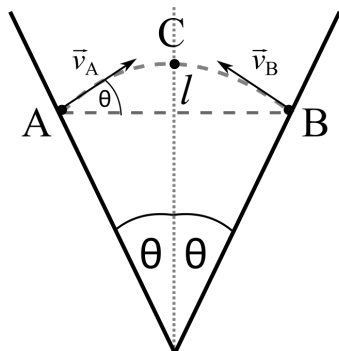


I разред

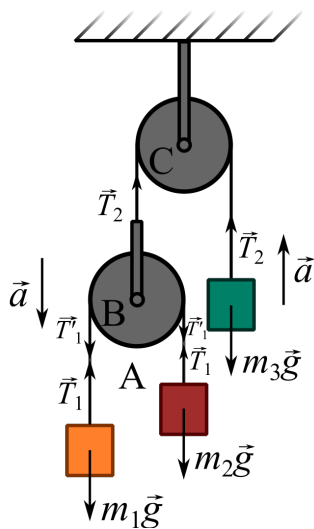
Друштво физичара Србије и
Министарство просвете Републике Србије
РЕШЕЊА – А КАТЕГОРИЈА

ОКРУЖНИ НИВО
14. март 2026.

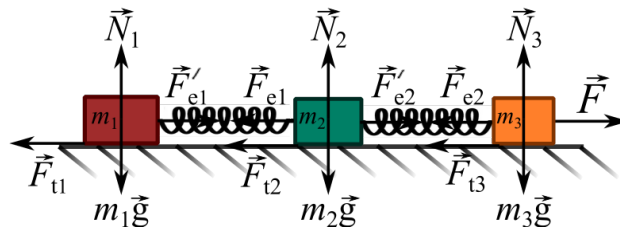
в) У систему S убрзање тела паралелно подлози је: $a_x = a' \cos \alpha - a_R = \frac{\sqrt{3}}{2} a' - a_R$ [1п], $a_x \approx 2 \text{ m/s}^2$ [0,5п], док је убрзање тела нормално на подлогу $a_y = a' \sin \alpha = a' \frac{1}{2}$ [1п], $a_y \approx 1,73 \text{ m/s}^2$ [0,5п].



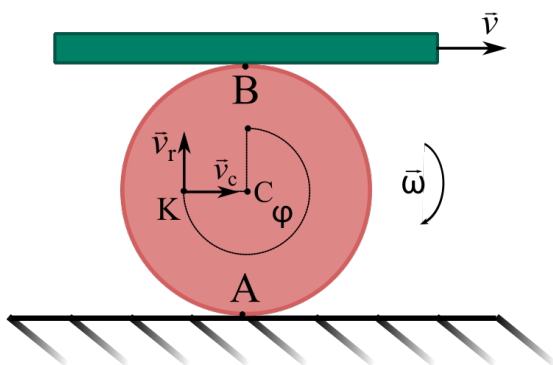
Слика 1



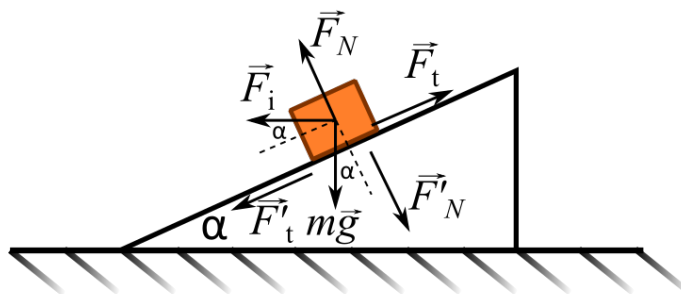
Слика 2



Слика 3



Слика 4



Слика 5