



Максималним бројем поена оценити и сваки други смислен поступак који води до тачног решења. Уколико је у кључу дато више начина решавања истог дела задатка, бодовати само по оном који је погоднији за ученика, без сабирања поена за оба понуђена начина.

1. (а) Момент инерције целог система налази се сабирањем момента инерције танког прстена и момената инерције попречних штапова, $I = I_p + 2I_s$ [2п]. Момент инерције прстена је $I_p = MR^2$ [2п], док је момент инерције једног штапа $I_s = \frac{1}{12}m(2R)^2 = \frac{1}{3}mR^2$ [2п], па је $I = \left(M + \frac{2}{3}m\right)R^2$ [2п].

(б) По услову задатка, реституциони момент силе је $\mathcal{M} = -k\theta$ [2п], док је према другом Њутновом закону $\mathcal{M} = I\alpha$ [2п], где је α одговарајуће угаоно убрзање. По аналогији са једначином транслаторног линеарног хармонијског осцилатора $a + \omega^2x = 0$, добија се једначина линеарног хармонијског осциловања $\alpha + \omega^2\theta = 0$, где је $\omega = \sqrt{\frac{k}{I}}$ кружна учестаност слободних малих осцилација [2п]. Тражени период се онда може одредити на основу кружне учестаности осциловања као $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{k}}$ [2п].

(в) Тражена бројна вредност момента инерције је $I \approx 1,63 \text{ kg cm}^2$ (или у SI: $I \approx 1,63 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$) [2п], док период осциловања износи $T \approx 1 \text{ s}$ [2п].

2. Због симетрије, јачина електричне струје у свих m грана са батеријама је иста, I [2п]. Према Кирхофовом закону за струје за пресек који обухвата паковање батерија, јачина струје која се успоставља на потрошачу је $I_p = mI$ [2п]. Према Кирхофовом закону за напоне, за контуру која пролази кроз једну од грана са батеријама и потрошач, важи да је $n\mathcal{E} - nIr - mIR_p = 0$ [2п]. Решавањем добијене једначине по струји кроз гране са батеријама налази се $I = \frac{n\mathcal{E}}{nr + mR_p}$ [2п]. Коначно, налази се струја потрошача $I_p = \frac{N\mathcal{E}}{nr + mR_p}$ [2п]. Снага потрошача је $P = I_p^2 R_p$ [2п], тако да ће тражена снага бити максимална када је јачина електричне струје потрошача максимална. Максимална струја се постиже када је вредност израза у имениоцу $nr + mR_p \equiv \mathcal{R}$ минимална [2п]. Свођењем израза на једну непознату, по n , добија се $\mathcal{R} = nr + \frac{NR_p}{n}$. Минимална вредност се може одредити на различите начине, један од којих је табелирање свих вредности n које деле број батерија $N = 48$, као што је приказано у табели.

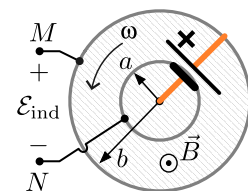
n	1	2	3	4	6	8	12	16	24	48
$\mathcal{R} [\Omega]$	57,9	29,4	20,1	15,6	11,4	9,6	8,4	8,4	9,6	15,6

На основу табеле минимална вредност релевантног параметра постиже се за $n \in \{12, 16\}$, па постоје два оптимална решења за (n, m) : (12,4) [2п] и (16,3) [2п]. Максимална вредност снаге која се остварује у оба случаја износи $P_{\max} = \left(\frac{N\mathcal{E}}{\min\{\mathcal{R}\}}\right)^2 R_p \approx 88 \text{ W}$ [2п].

3. (а) Поларитет електромоторне силе приказан је на слици, односно тачке M и N редом одговарају „+“ и „-“ крају одговарајућег напонског извора [3п], а $|\mathcal{E}_{\text{ind}}|$ можемо одредити на разне начине. Овде су дата два.

I начин. Индукована електромоторна сила у шипци одређује се на основу брисане површине у јединици времена. Према Фарадејевом закону електромагнетне индукције је $|\mathcal{E}_{\text{ind}}| = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$ [2п]. Брисана површина ΔS изражава се као разлика површина два кружна исечка, $\Delta S = \frac{\omega\Delta t}{2\pi} \pi(b^2 - a^2) = \frac{\omega\Delta t}{2}(b^2 - a^2)$ [2п], па следи $|\mathcal{E}_{\text{ind}}| = \frac{1}{2} \omega B(b^2 - a^2)$ [3п].

II начин. Индукована електромоторна сила на делу шипке између прстенова може се одредити помоћу израза $B\ell v_{\text{sr}}$, где је $\ell = b - a$ [2п], укупна дужина тог дела шипке, док је $v_{\text{sr}} = \omega \frac{a+b}{2}$ [2п], средња брзина свих делића. Према томе је $|\mathcal{E}_{\text{ind}}| = B(b-a) \cdot \frac{1}{2} \omega(b+a) = \frac{1}{2} \omega B(b^2 - a^2)$ [3п].





III разред

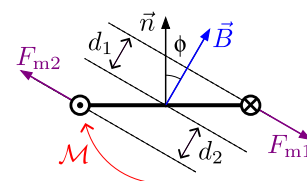
Друштво физичара Србије и
Министарство просвете Републике Србије
РЕШЕЊА – БЕТА КАТЕГОРИЈА

ОКРУЖНИ НИВО
14. март 2026.

(б) Како магнетно поље игра улогу енергетског посредника, механичка снага коју момент страних сила предаје шипци претвара се без губитака у електричну снагу P , која се затим са уделом η троши на испаравање течности **3п**. За време Δt укупна енергија утрошена на испаравање износи $\eta P \Delta t = m\lambda$, одакле се добија $P = \frac{m\lambda}{\eta \Delta t}$ **2п**.

Механичка снага момента сила који покреће шипку одређена је моментом силе и угаоном брзином, $P = M\omega$ **2п**, одакле се коначно добија тражени интензитет момента сила: $M = \frac{m\lambda}{\eta \omega \Delta t}$ **3п**.

4. (а) **I начин.** Вектор магнетне силе која делује на прави део проводника дат је изразом $\vec{F}_m = I\vec{\ell} \times \vec{B}$ **2п**, где је $\vec{\ell}$ вектор дужине проводника чији је интензитет једнак његовој дужини, а смер одговара референтном смеру струје која је успостављена у њему **2п**. Моменти магнетних сила који делују на странице квадратног рама управне на z -осу се међусобно потиру **3п**, док се интензитети момената преостала два сегмента сабирају, $M_{m1,2} = F_{m1,2} \cdot d_{1,2}$, где је $d_{1,2}$ крак одговарајућих сила $F_{m1,2}$ **2п**. Према слици је $F_{m1,2} = IaB$, док су одговарајући краци тих сила $d_{1,2} = \frac{a}{2} \sin \phi$, па је укупан интензитет спрега $M_m = M_{m1} + M_{m2} = Ia^2 B \sin \phi$ **2п**.



II начин. Интензитет спрега магнетних сила може се наћи и као $M_m = |\vec{m} \times \vec{B}| = mB \sin(\phi)$ **4п**, где је $\vec{m} = Ia^2 \vec{n}$ **3п** вектор магнетног момента рама, па је укупно $M_m = Ia^2 B \sin \phi$ **4п**.

Независно од избора начина којим се дошло до M_m , механичка снага се одређује као производ спрега и одговарајуће угаоне брзине, $P = M_m \omega$ **2п**, па се заменом добија $P = \omega a^2 IB \sin(\phi) = 200 \text{ mW}$ **1п**.

(б) По услову задатка, момент вискозних сила које делују на оптерећење је $M_v = J\omega$ **2п**. У устаљеном стању постоји равнотежа погонског момента мотора и отпорног момента ваљка, тј. $M_m = M_v$ **2п**, одакле је $J\omega = Ia^2 B \sin \phi$, па је $J = \frac{Ia^2 B \sin \phi}{\omega} = 1,25 \times 10^{-4} \frac{\text{Nm}}{\text{rad/s}}$ **2п**.

5. Јачина стационарног хомогеног електричног поља се одређује као $E = \frac{\Phi_j}{h}$ **4п**, јер је површина Земље на нултом потенцијалу, те је $E = 120 \text{ V/m}$ **2п**. Површинска густина електричне струје се одређује из Омовог закона: $j = \frac{E}{\rho} = \frac{\Phi_j}{h\rho}$ **4п**, односно $j = 2,4 \mu\text{A/km}^2$ **2п** (или у SI: $j = 2,4 \times 10^{-12} \text{ A/m}^2$). Укупна јачина електричне струје кроз атмосферу износи $I = j \cdot S$ **2п**, и важи да је $I = NI_0$ **2п**, одакле се добија да је $I_0 = \frac{4\pi R^2 \Phi_j}{Nh\rho}$ **2п**, што доводи до бројне вредности $I_0 = 0,824 \text{ A} \approx 0,8 \text{ A}$ **2п**.