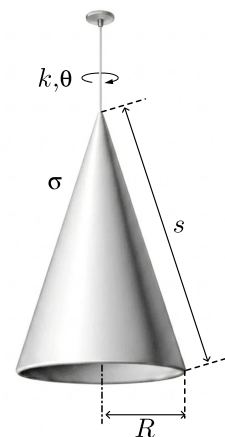


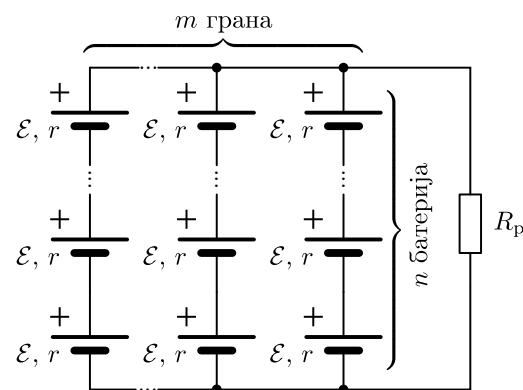


1. Од једног танког парчета папира, чија маса је равномерно распоређена по јединици површине густином од  $\sigma = 8 \text{ mg/cm}^2$ , изрезан је кружни исечак, па затим савијен у фишек облика омотача праве купе полупречника основе  $R = 4 \text{ cm}$  и дужине изводнице  $s = 14 \text{ cm}$ . Фишек је обешен лаком неистегљивом нити, својим теменом, о фиксирани тачку ослоња, као што је приказано на слици. Приликом увијања нити на једном њеном крају, док други крај остаје фиксиран (односно, услед торзије), јавља се релаксициони момент силе који тежи да нит врати у почетни положај, чији интензитет је пропорционалан углу заокрета  $\theta$ , при чему коефицијент те пропорционалности износи  $k = 45 \mu\text{Nm/rad}$ .

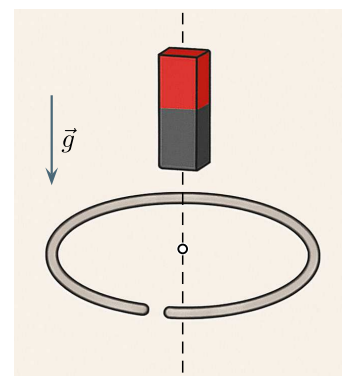


- (а) Одредити *израз* за момент инерције фишека  $I$  око вертикалне осе симетрије у зависности од димензија  $R$  и  $s$ , и површинске густине масе папира  $\sigma$ . (8 поена)
- (б) Ако се фишек закрене за мали угао  $\theta$  око своје осе, започињу мале торзионе осцилације. Наћи *израз* за период тих осцилација  $T$  у функцији од  $I$  и  $k$ . Занемарити сва трења и отпор ваздуха у систему. (8 поена)
- (в) Наћи бројне вредности момента инерције  $I$  и периода осцилација  $T$ . (4 поена)

2. Располаже се са  $N$  идентичних реалних напонских батерија, свака електромоторне силе  $\mathcal{E}$  и унутрашње електричне отпорности  $r$ . Паковање батерија се формира дељењем дате количине на  $m$  једнаких група од по  $n$  батерија, тако да су све батерије искоришћене ( $N = m \times n$ ). Свака од издвојених група од по  $n$  батерија се везује редно, па се такве редно везане групе везују у  $m$  паралелних грана као што је приказано на слици. Прикључци оваког паковања батерија повезују се на отпорни потрошач електричне отпорности  $R_p$ . Одредити израз за јачину електричне струје  $I_p$  која се успоставља на потрошачу у зависности од датих величина. За случај:  $N = 48$ ,  $\mathcal{E} = 1,5 \text{ V}$ ,  $r = 300 \text{ m}\Omega$ , и  $R_p = 1,2 \Omega$ , одредити параметре  $n$  и  $m$  тако да се на потрошачу ослобађа максимална могућа снага и наћи бројну вредност те снаге. (20 поена)



3. Уски магнетни штапић дужине  $\ell = 12 \text{ cm}$  држи се усправно у вакууму дуж осе симетрије танког проводног прстена који је незнатно отворен на ободу, као на слици. Прстен лежи непомично у хоризонталној равни са центром на оси магнета. У почетном тренутку, доњи крај магнета налази се на висини  $h = 4 \text{ cm}$  изнад центра прстена. Затим се магнетни штапић пусти да пада вертикално, дуж осе прстена, у пољу константног гравитационог убрзања ( $\vec{g}$ ). У тренутку када се доњи крај магнета нађе у центру прстена, тј. у положају (1), на његовим благо отвореним крајевима индукује се електромоторна сила од  $\mathcal{E}_{\text{ind}}^{(1)} = -0,75 \text{ V}$ .

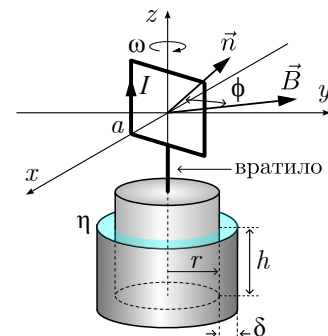


- (а) Водећи рачуна о поларитету, израчунати бројне вредности електромоторних сила  $\mathcal{E}_{\text{ind}}^{(2)}$  и  $\mathcal{E}_{\text{ind}}^{(3)}$ , где се положаји (2) и (3) односе редом на тренутке када раван прстена полови магнет и када се горњи крај магнета нађе у центру прстена. Да ли и коликом повратном силом  $F$  прстен делује на магнет током кретања?
- (б) Израчунати  $\mathcal{E}_{\text{ind}}^{(2)}$ ,  $\mathcal{E}_{\text{ind}}^{(3)}$  и  $F$ , при идентичним условима задатка, али у случају када магнетни штапић, уместо у вакууму, пада унутар немагнетног, непроводног, вискозног флуида, при чему се његово кретање, започето из мировања са довољно велике висине ( $h \rightarrow \infty$ ), устали.

Капацитивна својства прстена занемарити. Очитавања индукованих електромоторних сила ( $\mathcal{E}_{\text{ind}} \lesseqgtr 0 \text{ V}$ ) се у сва три положаја магнета спроводе под истим референтним условима, и у вакууму и у флуиду. (20 поена)



4. На слици је приказан принципски модел синхроног електричног мотора којег представља проводни рам квадратног облика дужине стране  $a = 5 \text{ cm}$ , постављен у хомогено ротирајуће магнетно поље константне индукције интензитета  $|\vec{B}| = 1 \text{ T}$ , управно на  $z$ -осу. Поље ротира константном угаоном брзином  $\omega = 40 \text{ rad/s}$  око  $z$ -осе. У раму је успостављена стална једносмерна електрична струја јачине  $I = 4 \text{ A}$ , према референтном смеру са слике. Рам је крутом везом, вратилом, повезан за ваљак полупречника основе  $r = 5 \text{ cm}$  који је уроњен у непомични суд испуњен вискозном течношћу. Процеп између ваљка и зидова цилиндричног суда је константан и износи  $\delta = 628 \mu\text{m}$ , а висина уроњеног дела ваљка у суду је  $h = 10 \text{ cm}$ . Успостављено је устаљено стање у којем рам ротира око  $z$ -осе константном угаоном брзином. У том устаљеном стању, угао који заклапају тренутни вектор магнетне индукције  $\vec{B}$  и тренутна нормала на површ рама  $\vec{n}$  је константан и износи  $\phi = 30^\circ$ .



- (а) Израчунати механичку снагу  $P$  коју рам преноси на вратило. (14 поена)
- (б) Наћи коефицијент вискозности  $\eta$  течности. Између омотача ротирајућег ваљка ( $r$ ) и цилиндричног зида ( $r + \delta$ ), проток вискозне течности је ламинаран и може се апроксимирати линеарним профилем брзине дуж уског процена ширине  $\delta \ll r$ . Занемарити вискозне силе које делују на основе ваљка. (6 поена)

5. Непосредно пред снажну летњу олују, муња погађа равну површ отвореног терена, као што је илустровано на слици. У делићу секунде, огромна количина електричне енергије се пренесе на тло, простирући се кроз земљиште радијално из места удара, подједнако у свим правцима. Земљиште се може апроксимирати као хомогена, изотропно проводна средина специфичне електричне отпорности  $\rho = 0,1 \Omega \text{ km}$ . Претпоставља се да је струја муње током удара приближно стална и износи  $I = 5 \text{ kA}$ , те да се електрично поље које настаје у земљишту може сматрати квазистационарним током посматраног интервала. Пас стоји мирно на тлу, при чему је растојање предњих шапа од задњих  $d = 100 \text{ cm}$ , а положај шапа заједно са трупом лежи радијално дуж правца који пролази кроз центар удара муње. Уколико би разлика потенцијала између његових предњих и задњих шапа премашила напонски праг од  $U_{\text{кр}} = 50 \text{ V}$ , струја која би протекла кроз његово тело могла би довести до фаталног исхода. Колико износи минимална безбедна удаљеност  $r_{\text{кр}}$ , изражена у десетинама метара, од центра удара до положаја предњих шапа пса, на којој он може да стоји без ризика по живот? (20 поена)



Ако за тим има потребе, сматрати познатим следеће:

- приближни резултат  $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 \approx \frac{n^4}{4}$ , који важи за велике природне бројеве  $n$ ,
- површина  $S$  омотача праве купе изводнице  $s$  и полупречника основе  $R$  износи  $S = \pi R s$ .

\* У алфа категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима специјализованих гимназија за области математика и физика.

Решења свих задатака јасно образложити, навести све физичке законе и дефинисати све ознаке које се користе.

Израда задатака траје 210 минута.

Свим такмичарима желимо успешан рад!