



Максималним бројем поена оценити и сваки други смислен поступак који води до тачног решења.

1. Потенцијал у центру прстена који потиче од његовог наелектрисања је $\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a}$ [3п]. Када се наелектрисање q нађе у центру прстена тада је његова потенцијална енергија $E_p = q\varphi = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 a}$ [3п]. Потенцијална енергија наелектрисања у тренутку испаливања практично је једнака нули због велике удаљености од прстена а његова кинетичка енергија је тада $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ [3п]. Да би наелектрисање током свог кретања дефинитивно стигло до центра и прешло на другу страну прстена, неопходно је да важи строга неједнакост $E_k > E_p$ [4п], односно $\frac{1}{2}mv^2 > \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 a}$ [4п] па је услов за брзину $v > \sqrt{\frac{Qq}{2\pi\epsilon_0 am}} \approx 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ [3п].

2. Галинстан се загрева услед проласка сталне електричне струје, при чему долази до потпуне конверзије електричне енергије у топлотну. Нека је ℓ дужина полуцилиндричне посуде и нека је $S(\tau)$ тренутна попречна површина галинстана између електрода која континуирано опада од $\pi r^2/2$ до 0, на интервалу $0 \leq \tau \leq \Delta\tau$ [2п]. По Џул-Ленцовом закону тренутна електрична снага ослобођена у проводној течности износи $P(S) = R(S)I^2$ [2п], где је $R(S) = \rho \frac{\ell}{S(\tau)}$ тренутна електрична отпорност [2п]. Количина топлоте неопходна за испаравање танког слоја течности масе $dm = \gamma\ell|dS|$ [2п] током кратког временског интервала $d\tau$ ($d\tau \ll \Delta\tau$), где је $dS < 0$ ($|dS| = -dS \ll S(\tau)$) тренутни прираштај попречне површине галинстана између електрода, дата је изразом $dQ = \lambda dm$ [2п]. Из једнакости $dQ = P(S)d\tau$ [2п] се добија израз $d\tau = -\frac{\gamma\lambda}{\rho I^2} S(\tau) dS$ [2п]. На укупном временском интервалу ову једначину можемо записати у форми укупног прираштаја $(\Delta\tau - 0) = -\frac{\gamma\lambda}{\rho I^2} \bar{S} (0 - \pi r^2/2)$, где је $\bar{S} = \pi r^2/4$ средња вредност површине [2п]. Заправо, $\Delta\tau$ бројно одговара вредности површине испод линеарно опадајућег графика функције $f(S) = \frac{\gamma\lambda}{\rho I^2} \left(\frac{\pi r^2}{2} - S \right)$, на домену $0 \leq S \leq \frac{\pi r^2}{2}$. Тиме је $\Delta\tau = \frac{\gamma\pi^2 r^4 \lambda}{8\rho I^2}$ [4п].

Напомена: обавезно признати све бодове ако је такмичар посматрао да у изразу за електричну отпорност ефективна попречна површина течности износи $\bar{S} = \pi r^2/4$ и уколико је уз кратко образложење дошао до тачног коначног резултата за $\Delta\tau$. У случају да је посматрана цела попречна површина суда ($\pi r^2/2$), тј. да је изостављен фактор $1/2$ у тачном коначном резултату за $\Delta\tau$, максималан број освојених бодова не може бити већи од 75% од укупног броја који носи задатак. За очекивати је да ће већина такмичара приступати решавању овог задатка управо на овај начин, интуитивно.

3. Допринос магнетној индукцији од стране праволинијских делова проводника на чијим продужецима се налази тачка O је раван нули, тако да једино преостају доприноси од стране кружних лукова који су центрирани око тачке O , од којих сваки учествује пропорционално углу (π , $\pi/2$, $\pi/4$ у односу на 2π) под којим се он види из центра [2п]. Сходно томе, вектор магнетне индукције који потиче од првог проводника је $\vec{B}_1 = -\frac{\mu_0 I_1}{2} \cdot \frac{\pi}{2\pi r} \vec{e}_z = -\frac{4\mu_0 I_1}{8R} \vec{e}_z$ [4п], а вектор магнетне индукције који потиче од другог проводника је $\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2} \cdot \left(\frac{\pi/4}{2\pi R} + \frac{\pi/2}{2\pi r} + \frac{\pi/4}{2\pi R} \right) \vec{e}_y = \frac{3\mu_0 I_2}{8R} \vec{e}_y$ [6п]. Како је $I_1 = I_2 \equiv I$, узећемо да је $B_0 \equiv \frac{\mu_0 I}{8R} = 0,2 \mu\text{T}$, те интензитете ових узајамно ортогоналних компоненти записујемо као $|\vec{B}_1| = 4B_0$ и $|\vec{B}_2| = 3B_0$. На тај начин, $|\vec{B}| = \sqrt{|\vec{B}_1|^2 + |\vec{B}_2|^2} = 5B_0 = 1,0 \mu\text{T}$ [2п], док је $B_x = 0$ [2п], $B_y = +0,6 \mu\text{T}$ [2п] и $B_z = -0,8 \mu\text{T}$ [2п].



III разред

Друштво физичара Србије и
Министарство просвете Републике Србије
РЕШЕЊА – АЛФА КАТЕГОРИЈА

ОПШТИНСКИ НИВО
7. фебруар 2026.

4. Ван кондензатора делује само магнетно поље па је путања наелектрисане честице која се креће брзином v полукружног облика, радијуса $R = \frac{mv}{qB}$ [3п]. При сваком проласку кроз кондензатор, кинетичка енергија честице се повећава за вредност рада који изврши поље, qU [2п]. Након i -тог проласка кроз кондензатор кинетичка енергија честице је једнака $\frac{mv_i^2}{2} = iqU$ [4п]. Одатле следи да је брзина честице након i -тог проласка кроз кондензатор једнака $v_i = \sqrt{\frac{2iqU}{m}}$ [1п]. Радијус путање честице ван кондензатора након i -тог проласка је једнак $R_i = \frac{1}{qB} \sqrt{2mqU}$ [3п]. Површина полукруга радијуса R_i износи $\frac{R_i^2 \pi}{2} = \frac{imU\pi}{qB^2}$ [3п]. Укупна тражена површина за првих n пролазака је једнака $S = \sum_{i=1}^n \frac{imU\pi}{qB^2}$ [2п], одакле се израчунавањем суме добија $S = \frac{n(n+1)}{2} \frac{mU\pi}{qB^2}$ [2п].

5. Уколико се шипка креће брзином интензитета u у њој се индукује електромоторна сила $\epsilon_i = Blu$ [2п]. На основу другог Кирхофовог закона у шипци се успоставља стална електрична струја $I = \frac{\epsilon - Blu}{R}$ [2п]. Том приликом, на шипку делује стална Амперова сила интензитета $F_m = IlB = \frac{(\epsilon - Blu)lB}{R}$ [4п]. У устаљеном стању, угаоно убрзање система котурова равно је нули па је укупан момент силе који делује на њега такође раван нули, односно важи $F_m a = mgb$, па се онда добија $F_m = \frac{b}{a} mg$ [2п], а веза између брзина нити код графитне шипке и код тега је $\frac{u}{a} = \frac{v}{b}$ па је $v = \frac{b}{a} u$ [2п]. У изразима се јавља однос полупречника котурова па уводимо смену $x = b/a$. Заменом се даље налази $xmg = \frac{(\epsilon - Blv/x)lB}{R}$ [2п]. Решавањем добијеног израза по v добија се $v = \frac{mgR}{B^2 l^2} x \left(\frac{B\epsilon l}{mgR} - x \right)$ [2п].

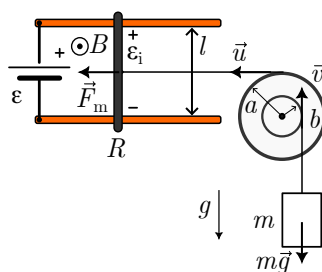
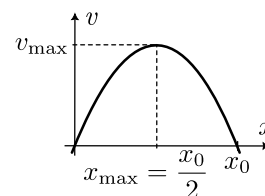


График добијене зависности брзине v од параметра x представља конкавну параболу која је приказана на слици [1п]. Десна нула те параболе је $x_0 = \frac{B\epsilon l}{mgR}$, док се максимум постиже у темену параболе [1п], где је $x_{\max} = \frac{B\epsilon l}{2mgR}$. Заменом вредности се налази $x_{\max} = \frac{x_0}{2} = \frac{1}{5}$ што одговара вредности $b = a/5 = 2 \text{ cm}$ [1п]. Интензитет тражене брзине је $v_{\max} = \frac{\epsilon^2}{4mgR} = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ [1п].



Задатке припремили: Данило Ђокић, Електротехнички факултет, Београд; Јанко Појовић, Тринити колеџ, Кембриџ.
Рецензенти: др Дејан Ђокић, Институт за физику у Београду; проф. др Ненад Сивановић, ПМФ Крагујевац.
Председник комисије: проф. др Имре Гуџ, Департаман за физику, Нови Сад.