ИЗБОРНО ТАКМИЧЕЊЕ ЗА БАЛКАНСКУ ОЛИМПИЈАДУ ИЗ ФИЗИКЕ
ШКОЛСКА 2024/25. ГОДИНА

Друштво физичара Србије и
Министарство просвете Републике Србије
РЕШЕЊА

Београд
20. мај 2025.

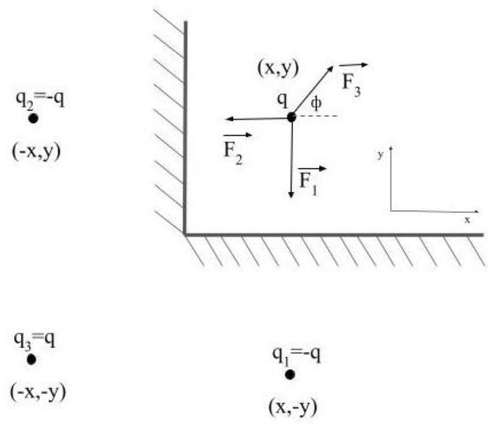
1. (а) Уколико би се зека кретао правом линијом од пресека две стазе до шаргарепе, стигао би за време $t = \frac{d}{v_2} = 20\,\mathrm{s}$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Уколико би се зека кретао неком другом путањом: 1) пређени пут би био већи него кад се креће правом линијом $\boxed{\textbf{1п}}$, 2) интензитет брзине би у сваком тренутку био мањи или једнак интензитету брзине кад се креће правом линијом $\boxed{\textbf{2п}}$. Из чињеница 1) и 2) закључујемо да би на некој другој путањи време пута било веће од времена t. Зато је тражено време $t = 20\,\mathrm{s}$ $\boxed{\textbf{2п}}$.

   (б) Уколико би се зека кретао правом линијом од пресека две стазе до шаргарепе, стигао би за време $t = \frac{d}{v_2} = 16\,\mathrm{s}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Нека је $x-$оса права која спаја пресек два пута и шаргарепу. Док се зека креће по пољани, његова $x-$компонента брзине је увек мања или једнака v_2 $\boxed{\textbf{2п}}$. Док се зека креће по некој од стаза, његова $x-$компонента брзине је $\frac{1}{2}v_1 = 4{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} < v_2$ $\boxed{\textbf{3п}}$. 1) Тако закључујемо да је на свим другим путањама $x-$компонента брзине зеке увек мања или једнака од v_2 $\boxed{\textbf{2п}}$. 2) На свим путањама од пресека два пута до шаргарепе је промена $x-$координате једнака d $\boxed{\textbf{2п}}$. Из чињеница 1) и 2) следи да би на свакој другој путањи време путовања зеке било веће или једнако t. Тако је тражено време $t = 16\,\mathrm{s}$ $\boxed{\textbf{3п}}$.

2. (а) Како је трење у систему занемарљиво, важиће закон одржања импулса. $\boxed{\textbf{1п}}$ Уколико са v_x и v_y обележимо хоризонталну, односно вертикалну компоненту брзине лоптице приликом изласка кроз горњи отвор, важиће: $v_x = \frac{m}{m+M}v$. $\boxed{\textbf{2п}}$ Из закона одржања енергије можемо одредити вертикалну компоненту брзине: $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}Mv_x^2 + \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2) \Rightarrow v_y = \sqrt{\frac{M}{m+M}}v$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Како је висина блока занемаљива, можемо занемарити и време које лоптица проведе крећући се кроз блок. Лоптица ће у ваздуху провести време: $t_1 = \frac{2v_y}{g}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Приликом поновног кретања лоптице кроз блок, важиће закон одржања импулса, па ће лоптица напустити блок хоризонталном брзином: $v_1 = \frac{m-M}{m+M}v$ $\boxed{\textbf{2п}}$. У тренутку када се лоптица врати у блок, хоризонтална удаљеност до почетног положаја је $x = \frac{2v_xv_y}{g} = \frac{2v_o^2}{g}\sqrt{\frac{m^2M}{(m+M)^3}}$. Укупно време које је потребно да се лоптица врати у почетни положај: $t = t_1 + \frac{x}{v_1} = \frac{2v_0}{g}\sqrt{\frac{M}{m+M}}\frac{M}{M-m}$ $\boxed{\textbf{2п}}$.

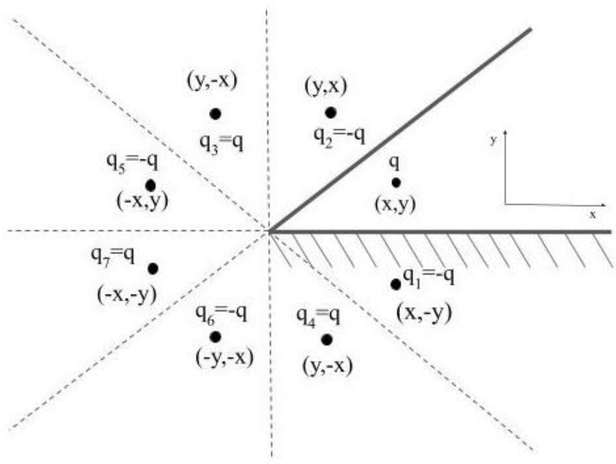
   (б) Како је сила нормалне реакције једина сила која делује у систему, осим гравитације, рад који она изврши над лоптом, односно над блоком, можемо израчунати као промену енергије појединачних тела. $\boxed{\textbf{2п}}$. $A_{Nl} = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2) - \frac{1}{2}mv^2$ $\boxed{\textbf{2п}}$, $A_{Nb} = \frac{1}{2}Mv_x^2$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Коришћењем резултата из претходног дела задатка, одређујемо да је: $A_{Nl} = -\frac{Mm^2v^2}{2(m+M)^2}$ и $A_{Nb} = \frac{Mm^2v^2}{2(m+M)^2}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Како је сила нормалне реакције унутрашња сила, њен укупни рад једнак је нули.

3. а) Применимо прво метод ликова у односу на хоризонталну плочу. Добијамо лик на положају $(x, -y)$ са наелектрисањем $q_1 = -q$. Сада применимо метод ликова на почетно наелектрисање и добијени лик. Добијамо још два лика: $q_2 = -q$ у тачки $(-x, y)$ и $q_3 = q$ у тачки $(-x, -y)$ **[3п]**. Сила којом плоче делују на почетно наелектрисање може се одредити као векторски збир Кулонових сила којима наелектрисања q_1, q_2, q_3 делују на наелектрисање q. Интензитети сила којом ликови q_1, q_2 делују на q су: $F_1 = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 y^2}$ **[1п]**, $F_2 = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 x^2}$**[1п]**, а правац и смер свих сила су као на слици 1. Компоненте силе којом q_3 делује на q дуж x и y праваца су: $F_{3x} = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0(x^2+y^2)}\cos\phi = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0(x^2+y^2)}\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$ и $F_{3x} = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0(x^2+y^2)}\sin\phi = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0(x^2+y^2)}\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ **[0,5+0,5п]**. Компоненте резултујуће силе су: $F_x = F_{3x} - F_2 = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0}(\frac{x}{(x^2+y^2)^{3/2}} - \frac{1}{y^2})$**[1п]** и $F_y = F_{3y} - F_1 = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0}(\frac{y}{(x^2+y^2)^{3/2}} - \frac{1}{x^2})$**[1п]**.



Слика 1: уз задатак 3 а).

б) Наелектрисања ликова као и њихови положаји су као на слици 2.
Бодовање:
Наелектрисања: 4 тачна=2п; 5 тачних=2,5п; 6 тачних=3п; 7 тачних=4п.
Положаји: 4 тачна=3п; 5 тачних=4п;6 тачних=5п; 7 тачних=6п.



Слика 2: уз задатак 3 б).

в) Потребна нам је бесконачна секвенца ликова наелектрисања. Наиме, прво нађемо лик наелектрисања у односу на једну плочу (леву на пример) а затим нађемо лик почетног наелектрисања и првог лика у односу на десну плочу. Понављањем поступка за новодобијене ликове добијемо бесконачну секвенцу ликова. **[1+1п (тачан одговор+образложење)].**

Задатке припремили: *др Ненад Вукмировић* (1), *Петар Петрашиновић* (3), Институт за физику у Београду,
Милош Петрашиновић (2), Физички факултет Универзитета у Београду
Рецензент: *др Момир Арсенијевић* (1), *Филип Георгијевски* (2), *проф. др Ненад Стевановић* (3),
Природно-математички факултет у Крагујевцу
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *проф. др Имре Гут*, Природно-математички факултет у Новом Саду