



ТЕОРИЈСКИ ЗАДАЦИ

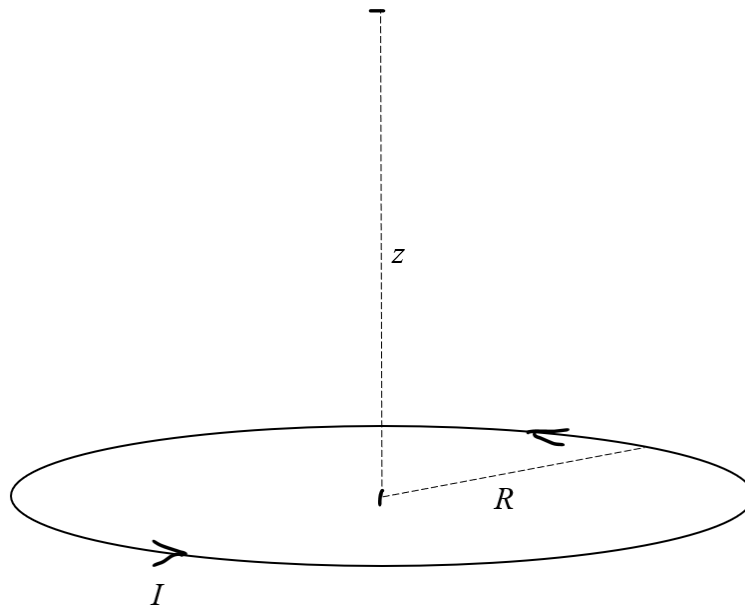
Задатак 1: Стални магнети и Мојсије (10 поена)

Иако су најчешћа прва асоцијација са магнетизмом, сталним магнетима се често не посвећује посебна пажња на уводним предметима физике. У овом задатку истражене су неке физичке основе сталних магнета, као и њихова занимљива интеракција са парамагнетним и дијамагнетним течностима (Мојсијев ефекат). Овај задатак се састоји од два дела које можете радити независно.

Део А (6 поена): Стални магнети

(а) (1 поен) Разматрајмо кружну струјну контуру полупречника R и струје I (слика 1). Одредити вектор магнетне индукције на оси нормалној кроз центар контуре и на удаљености z од центра. Размотрити посебно случај у ком је $z \gg R$.

(б) (0,25 поена) Како гласи израз за магнетни момент ове контуре?

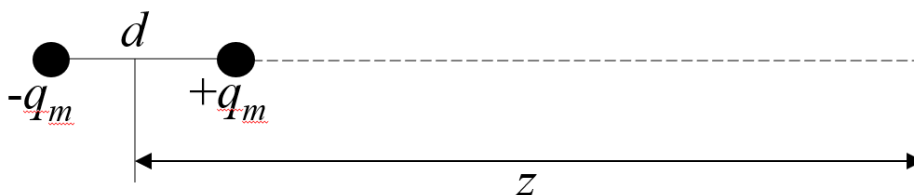


Слика 1

(в) (1 поен) Претпоставимо сада да, еквивалентно тачкастим наелектрисањима, постоје „тачкаста намагнетисања“ (магнетни монополи) и да она стварају индукцију магнетног поља еквивалентног облика као тачкаста наелектрисања:

$$B = C \frac{q_m}{r^2} e_r$$

Овде је q_m „количина намагнетисања“ монопола, r удаљеност од монопола, e_r радијални орт, а C константа. Поставимо два магнетна монопола супротних „количина намагнетисања“ јако близу, на удаљеност d , као на слици 2, тиме формирајући магнетни дипол. Нека је магнетни диполни момент оваквог дипола дат са $m = q_m d$. Изразити вектор магнетне индукције на оси кроз дипол и на великој удаљености z од центра дипола ($z \gg d$) преко диполног момента дипола и удаљености до разматране тачке.



Слика 2

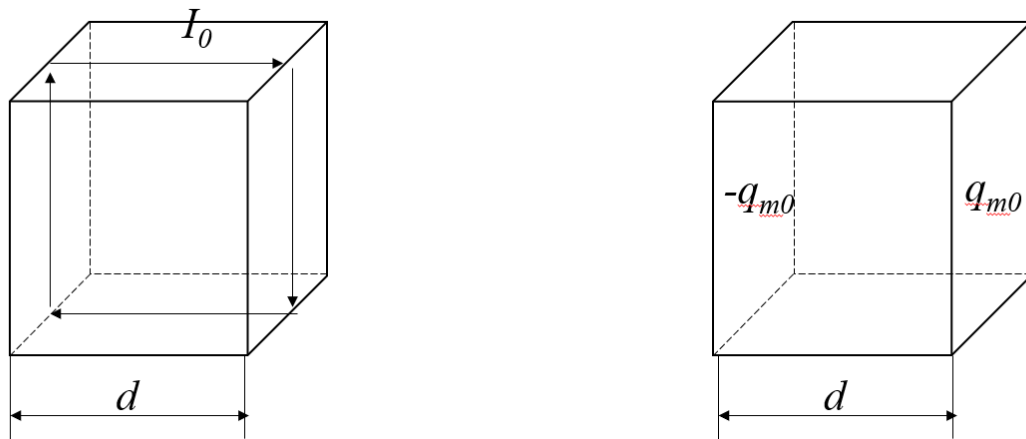


ТЕОРИЈСКИ ЗАДАЦИ

(г) (0,75 поена) Видимо да су изрази у случају велике удаљености кружне контуре и дипола састављеног од монопола јако слични. Модел сталног магнета састављеног од кружних контура назива се модел Амперовог дипола, док је дипол еквивалентан електричном Гилбертов дипол. Изједначавањем поља нађених за велико z у оба случаја, потом изједначавањем магнетног момента Амперовог дипола са диполним моментом Гилбертовог дипола, изразити константу C из израза под (в) помоћу универзалних константи. Која је њена вредност? Које димензије има „количина намагнетисања“ монопола?

Сада ћемо магнете коначне запремине (у нашем случају шипкаст магнет) разматрати као скуп јако великог броја наређаних малих дипола. Нека је мали Амперов дипол моделован као коцка ивице d кроз чији произвољни омотач тече мала струја јачине I_0 равномерно по омотачу, а мали Гилбертов дипол моделован као коцка ивице d на чијем се произвољном пару супротних страна налазе супротне мале „количине намагнетисања“ апсолутне вредности q_{m0} (слика 3: Амперов дипол лево, Гилбертов дипол десно). У граничном случају где је d јако мало, ређањем ових коцака страну уз страну (тако да им се запремине не преклапају) се може конструисати било који облик. Овако се могу формирати магнети различитих геометрија, а помоћу особина елементарних дипола (коцака), се може одредити магнетна индукција коју стварају. Рецимо да је пар дипола Ампер/Гилберт еквивалентан када њихови параметри задовољавају израз за њихов заједнички момент $m_0 = I_0 \cdot d^2 = q_{m0} \cdot d$. У стварности су ове мале коцке заправо атоми чији су магнетни моменти донекле исто оријентисани.

Разматрајмо овако формиран шипкаст магнет цилиндричног облика дужине L и полупречника основе R (слика 4: лево је попречни пресек шипкастог магнета састојан од страна наређаних коцки, десно је магнет са половима и димензијама).



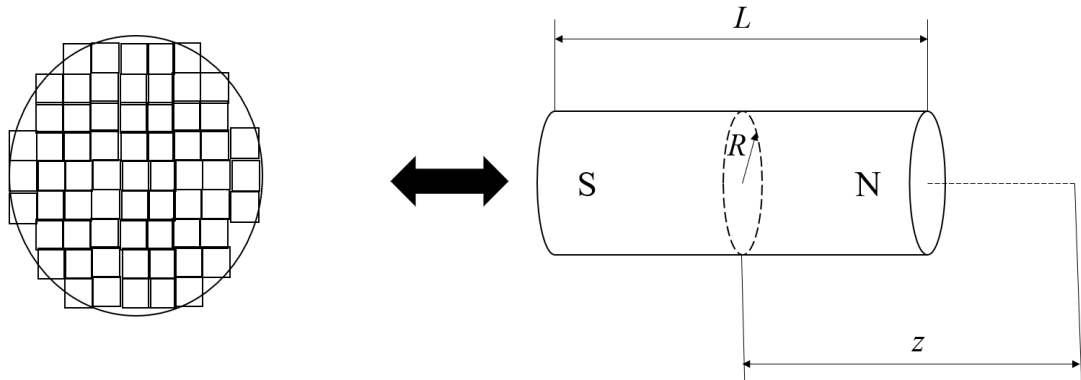
Слика 3

(д) (2 поена) У овом делу задатка сматрати да су диполи Амперовог типа и да се свим диполима поклапа правац и смер магнетног момента, тако да се дуж осе цилиндра раздвајају северни и јужни пол. Одредити магнетну индукцију у центру магнета помоћу карактеристика малог дипола. Одредити потом индукцију магнетног поља на оси шипкастог магнета и на удаљености z од центра магнета, притом разматрајући случај $z \sim L \gg R$ помоћу карактеристика дипола. На основу овог израза сада размотрити и случај $z \gg L \gg R$. У овом случају изразити индукцију преко момента малог Амперовог дипола m_0 .

(ђ) (1 поен) Разматрајмо сада шипкаст магнет као скуп наређаних Гилбертових дипола чије се све оријентације поклапају тако да се на оси магнета раздвајају северни и јужни пол. Изразити вектор магнетне индукције на оси магнета и удаљености $z \gg L \gg R$. Ако су ови Гилбертови диполи еквивалентни Амперовим из прошлог дела задатка, показати да су и изрази за индукцију у случају велике удаљености од центра магнета еквивалентни.



ТЕОРИЈСКИ ЗАДАЦИ



Слика 4

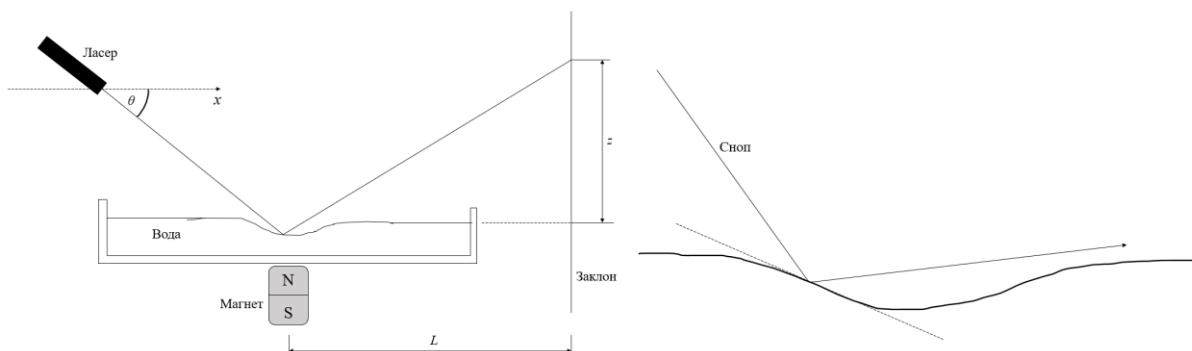
Део Б (4 поена): Мојсијев ефекат

Приближавањем веома јаким сталних магнета дијамагнетним течностима попут воде уочава се мало удубљење – магнет савија воду! Овај ефекат назива се Мојсијев ефекат по библијском лику који је Божјом вољом савио воду Црвеног мора како би крочио са друге стране мора.

(а) **(1,5 поена)** Приближимо шипкасти магнет испод плитког суда воде тако да је оса магнета нормална на површину течности. Нека је најјача магнетна индукција непосредно изнад површи течности $B=0,250\text{T}$ (оволика је за мали део течности директно на оси магнета). Проценити удубљење које магнет овако ствара, ако је релативна пермеабилност воде $\mu_r=0,999992$. Како би површина течности реаговала и колика је деформација да је, уместо воде, у суду парамагнетни засићени раствор манган(II)-хлорида релативне пермеабилности $\mu_r=1,000005$? Гусине обе течности су око 1000kg/m^3 . **Помоћ:** Густина енергије магнетног поља дата је са $\frac{dE}{dV} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu_r}$. На прелазу између две средине, за магнетно поље у нашем случају важи да је јачина магнетног поља H непрекидна. Ово важи због индукованих магнетних поља на границама средина.

(б) **(1,5 поен)** Хоризонтална компонента магнетне индукције није константна, те је удубљење такође променљиво дуж суда. Јако плитко удубљење Мојсијевог ефекта испитује се методом оптичке ручице. Поставка експеримента приказана је на слици 5, поред које је уближена слика удубљења на које пада ласерски сноп. Ласер испуљује јако танки сноп светлости под константним углом θ у односу на хоризонталу. Након одбијања од благо удубљене површине течности, зрак пада на заклон велике удаљености од суда $L=4\text{m}$, а потом се бележи вертикална координата пада ласерског снопа на заклон као z . Ласер се помера у хоризонталном правцу (x оса на слици), тако да увек пада на регион различитог нагиба удубљења. Нека је $x=0$ за ласер тачно када погађа дно удубљења. Приказана је и табела везе између z и x у пет тачака. Установљено да је удубљени регион широк око 4cm. Помоћу табеле одредити угао под којим се испуљује ласер и дати грубу процену највеће дубине удубљења. Имати на уму да је дубина деформације много мања од ширине удубљене области хоризонтално у суду.

x [mm]	-20	-10	0	10	20
z [cm]	180	178	180	182	180

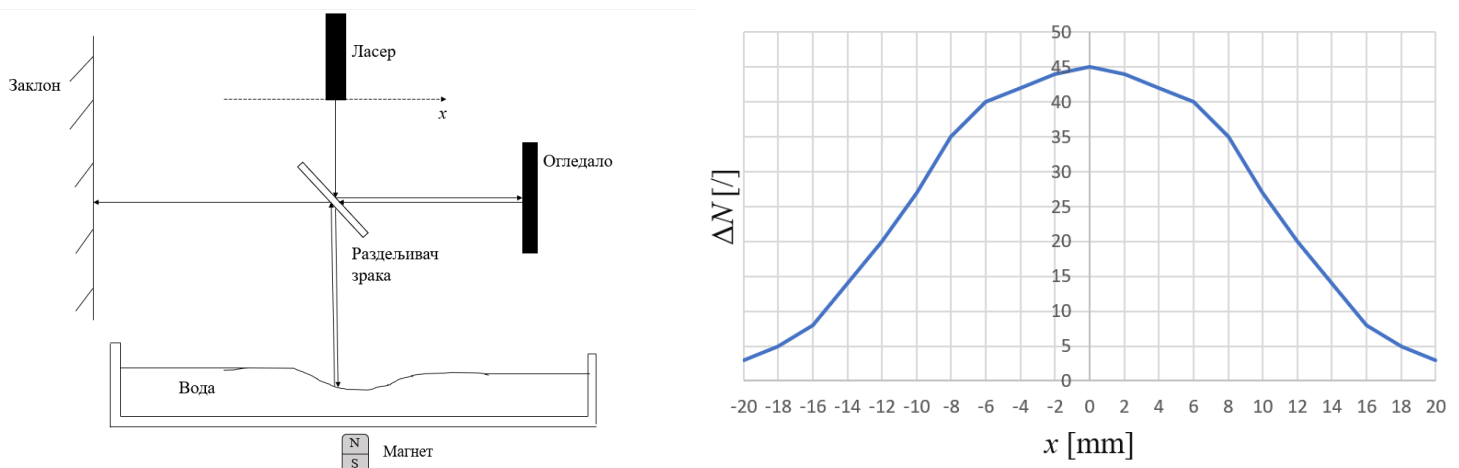


Слика 5



ТЕОРИЈСКИ ЗАДАЦИ

(в) (1 поен) Испитајмо сада удубљење интерферометријски. Поставка је приказана на слици 6. Због разнолике дубине, јавља се путна разлика дуж деформације. У овом делу задатка игнорисати нагиб у разним тачкама удубљења, који је премали да би утицао на путну разлику. Ласер се поново помера хоризонтално и испитују се разне тачке удубљења, али сада испуљује сноп право ка суду, тј. делитељу зрака, који зрак разбија на два дела истих интензитета. Након делитеља зрака, два зрака прелазе одређене путеве, потом се одбијају о огледало (десни зрак) и површину течности (доњи зрак), те се враћају делитељу, поново суперпонирају и резултат се посматра на заклону. Нека је $x=0$ када ласер погађа дно удубљења. Са сликом 6 дат је график зависности броја померених интерференцијских пруги у односу на недеформисану течност на заклону ΔN од хоризонталног измештаја ласера x . Помоћу овог графика скицирати профил деформације (зависност удубљења од хоризонталног измештаја). Нека на графику $x=0$ буде дно деформације, а $y=0$ врх деформације. На графику назначити значајне тачке (максимуми, минимуми, превојне тачке), исве друге тачке које сте искористили да би график скицирали. Таласна дужина ласера је 500nm и он је идеално кохерентни извор светлости.



Слика 6

Приликом решавања задатка можете користити да је магнетна пермеабилност вакуума $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-2}$.