1. Електрана снабдева фабрику која се налази на растојању $d = 9{,}5\ \mathrm{km}$ електричном енергијом преко двожичног бакарног вода (једна жица која иде од електране до фабрике и друга која иде од фабрике до електране) кроз који тече једносмерна струја константне јачине. Површина попречног пресека бакарних жица је $S = 1{,}5\ \mathrm{cm}^2$, а специфична отпорност бакра је $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \mathrm{m}$. Фабрика прима константну снагу $P = 5{,}3\ \mathrm{MW}$ при напону на прикључцима фабрике U. Одредити минималну вредност напона U при коме је ефикасност преноса електричне енергије бар $\eta_m = 60\ \%$. **(20 поена)**

2. Иако специјална теорија релативности забрањује кретање честица брзином већом од брзине светлости у вакууму, кретање честица кроз средину брзином већом од брзине светлости кроз ту средину је дозвољено. Уколико имамо такву наелектрисану честицу доћи ће до појаве сличне пробоју звучног зида и емисије зрачења познатог као Черенковљево зрачење. Нека се кроз воду креће електрон кинетичке енергије $T = 2{,}28\ \mathrm{MeV}$. Уколико је индекс преламања воде $n = 1{,}33$ одредити да ли долази до емисије Черенковљевог зрачења. **(20 поена)**

3. Честица масе m креће се у једној димензији у спољашњем пољу тако да је потенцијална енергија честице дата изразом за линеарни хармонијски осцилатор

$$V(x) = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2,$$

где је ω позитивна константа, а укупна енергија система је $E > 0$. Најпре ћемо анализирати кретање честице у оквиру класичне механике.

(а) Одредити амплитуду осциловања A у зависности од параметара система. Затим извести израз за брзину $v(x)$ као функцију положаја. На крају, одредити средње вредности $\langle x^2 \rangle$ и $\langle v^2 \rangle$ током једног периода и наћи однос средњих вредности кинетичке и потенцијалне енергије. **(7 поена)**

(б) Нека је $0 < \alpha < 1$. Одредити који део периода честица проводи у области $|x| < \alpha A$. Резултат изразити као функцију параметра α. **(4 поена)**

(в) Посматрајмо сада квантни хармонијски осцилатор. Полазећи од Хајзенбергове релације неодређености координате и импулса

$$\Delta x\, \Delta p \geq \frac{\hbar}{2},$$

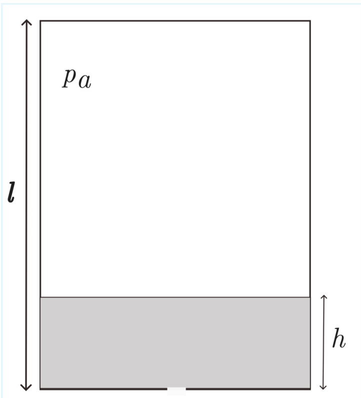
извести доњу границу за средњу вредност енергије. За случај када се та граница достиже, одредити Δx и показати да важи

$$\Delta p = m\omega\, \Delta x.$$

Објаснити зашто принцип неодређености не дозвољава да енергија основног стања буде произвољно мала. **(9 поена)**

Напомена: Неодређеност физичке величине A једнака је њеној стандардној девијацији, која се дефинише формулом $\Delta A = \sqrt{\langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2}$, где је $\langle A \rangle$ средња вредност величине A. За основно стање квантног хармонијског осцилатора важи да је $\langle p \rangle = 0$.

4. Приликом истицања воде из флаше примећује се да она не истиче континуално већ повремено улазе мехурићи ваздуха. У овом задатку моделоваћемо ову појаву и проценити време између два узастопна уласка мехурића. Флашу ћемо моделовати идеалним цилиндром висине $l = 30\,\mathrm{cm}$ са отвором у центру доње базе (слика 1). Нека је у почетном тренутку висина дела са водом једнака $h = 8{,}0\,\mathrm{cm}$, а притисак ваздуха у остатку флаше једнак атмосферском. Како течност истиче из флаше притисак ваздуха у остатку флаше опада услед изотермског ширења, све до тренутка када течности због тога постане неповољно да истиче. У том тренутку истицање се зауставља и мехурић ваздуха улази у флашу тако да се притисак ваздуха у флаши изједначи са атмосферским. Након тога истицање се наставља и процес се понавља. Уколико је однос површина базе цилиндра и отвора $\eta = 5{,}0$ одредити време од тренутка кад се притисак у флаши изједначи са атмосферским до тренутка кад следећи мехурић почне да улази у флашу. Да ли се то време скраћује са истицањем воде? **(20 поена)**
Напомене: Сматрати да је промена висине дела са течношћу између два узастопна уласка мехурића мала, да је ваздух идеалан гас, а вода идеалан флуид. Када је то оправдано, можете користити апроксимацију $(1+x)^{\alpha} \approx 1 + \alpha x$*, која важи за* $|x| \ll 1$.



Слика 1: уз задатак 4


Слика 2: Дрво бели бор.

5. Приближна зависност висине дрвета h од пречника његовог стабла d је облика $h = b \cdot d^{\alpha}$.

   (а) Наћи коефицијент α за дрво бели бор (чији је типичан облик приказан на слици 2 такав да су ширина и висина крошње приближно једнаке висини дрвета) у оквиру следећег модела. Претпоставити да се хранљиве материје које кроз стабло стижу до листова крећу константном брзином која је иста за свако дрво. Сматрати да су за свако дрво листови исти по облику, величини и у погледу потреба за хранљивим материјама и да су равномерно распоређени по запремини крошње са истом густином за сваку крошњу. **(8 поена)**

   (б) У табели 1 су дати подаци за зависност h од d за дрва белог бора у једној области. Одредити коефицијент α графичком методом користећи податке из табеле. Не захтева се да одређујете грешку. С обзиром да је разматрана зависност приближна, немојте очекивати да након линеаризације зависности све тачке буду јако близу оптималне праве, као ни да се вредност α савршено сложи са вредношћу добијеном у делу задатка под (а). **(12 поена)**

d (cm)	10,0	15,0	21,0	28,0	35,0	42,0	48,0	55,0	62,0
h (m)	6,0	10,0	14,5	17,5	16,5	20,0	22,5	24,0	25,5

Табела 1: Зависност висине дрва белог бора од пречника.

Приликом решавања задатака можете користити следеће бројне вредности физичких константи: енергија мировања електрона је $m_e c^2 = 511\,\mathrm{keV}$, убрзање силе Земљине теже $g = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, атмосферски притисак $p_a = 101{,}3\,\mathrm{kPa}$, густина воде $\rho = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$.

Решења свих задатака треба јасно образложити и треба јасно навести све физичке законе и дефинисати све ознаке које се користе у решењу задатка.

Задатке припремили и рецензирали: *Милош Петрашиновић* и *Јован Потребић*, Физички факултет у Београду,
др Ненад Вукмировић, Институт за физику у Београду
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *проф. др Имре Гут*, Природно-математички факултет у Новом Саду