ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2022/2023. ГОДИНЕ.

IV РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете Републике Србије

ОПШТИНСКИ НИВО
04.02.2023.

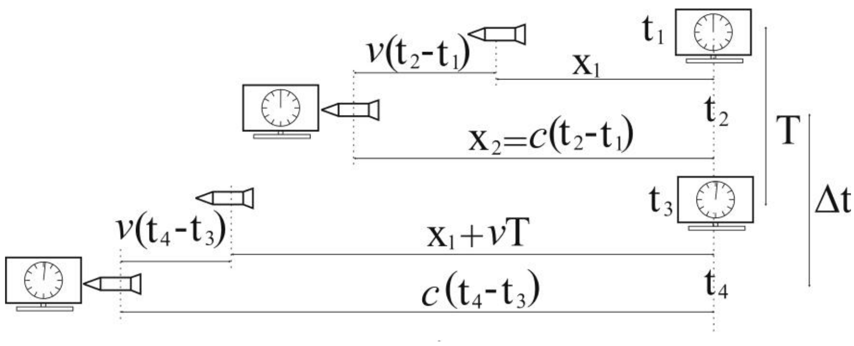
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА Бета

1. **I Начин:** У унутрашњости Земље гравитациона сила је $F_1 = \gamma\frac{mM(x)}{x^2}$ где је $x < R$ растојање од центра а $M(x)$ је маса Земље унутар сфере полупречника x, тј. $F_1(x) = \gamma\frac{mM}{R^3}x$ (**3п**). Када се тело дигне изнад површине гравитациона сила се мења по закону ($x > R$) $F_2(x) = \gamma\frac{mM}{x^2}$ (**3п**). Елементарни радови при дизању тела за малу висину се рачунају као $dA_1 = F_1(x)dx$ і $dA_2 = F_2(x)dx$ (**2+2п**). Укупан рад се добија као збир елементарних радова, тј. интеграл елементарних радова у границама од почетне ($x = R/2$) до површине ($x = R$) у утроби земље и од површине ($x = R$) до висине ($x = 3R/2$) као $\mathrm{A}_1 = \int_{R/2}^{R} F_1(x)dx = \frac{3}{8}\gamma\frac{mM}{R}$ (**2+2п**) и $\mathrm{A}_2 = \int_{R}^{3R/2} F_2(x)dx = \frac{1}{3}\gamma\frac{mM}{R}$ (**2+2п**). Тако је тражени однос $\frac{A_1}{A_2} = \frac{9}{8}$ (**2п**).

   II Начин: За оне који још не баратају са интегралима решење се може наћи коришћењам малих помака Δx, при којем сматрамо да је сила константна. У унутрашњости Земље гравитациона сила је $F_1 = \gamma\frac{mM(x)}{x^2}$ где је $x < R$ растојање од центра а $M(x)$ је маса Земље унутар сфере полупречника x, тј. $F_1(x) = \gamma\frac{mM}{R^3}x$ (**3п**). Када се тело дигне изнад површине гравитациона сила се мења по закону ($x > R$) $F_2(x) = \gamma\frac{mM}{x^2}$ (**3п**). Елементарни радови при дизању тела за малу висину се рачунају као $\Delta A_1 = F_1(x)\Delta x = \gamma\frac{mM}{R^3}x\Delta x$ и $\Delta A_2 = F_2(x)\Delta x = \gamma mM\frac{\Delta x}{x^2}$ (**2+2п**). Укупан рад се добија као збир елементарних радова. Како се сумирања врше од нуле, треба израчунати рад код прве силе до $x = R/2$, па до $x = R$ и та дава рада одузети. $\mathrm{A}_1 = \gamma\frac{mM}{R^3}\left(\sum^{R} x\Delta x - \sum^{\frac{R}{2}} x\Delta x\right) = \gamma\frac{mM}{R^3}\left(\frac{R^2}{2} - \frac{R^2}{8}\right) = \frac{3}{8}\gamma\frac{mM}{R}$(**2+2п**) и $\mathrm{A}_2 = \gamma mM\left(\sum^{\frac{3R}{2}}\frac{\Delta x}{x^2} - \sum^{R}\frac{\Delta x}{x^2}\right) = \gamma mM\left(\frac{4}{3R} - \frac{1}{R}\right) = \frac{1}{3}\gamma\frac{mM}{R}$ (**2+2п**). Тако је тражени однос $\frac{A_1}{A_2} = \frac{9}{8}$ (**2п**).

2. Закон одржавања енергије пре и после расејања гласи $\frac{hc}{\lambda} + mc^2 = \frac{hc}{\lambda+\Delta\lambda} + mc^2 + mc^2$ (**3п**). Одавде се добије $\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda+\Delta\lambda} + mc^2$ или кад се замени Комптонова таласна дужин $\lambda_C = \frac{h}{mc}$ (**1п**) једначина прелази у $\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda+\Delta\lambda} + \frac{1}{\lambda_C}$. (**2п**). После краће трансформације се добија квадратна једначина по таласној дужини $\lambda^2 + \Delta\lambda\cdot\lambda - \lambda_C\Delta\lambda = 0$ (**3п**). Промена таласне дужине фотона се може изразити из Комптоновог ефекта (уз услов $\theta = 180°$) $\Delta\lambda = 2\lambda_C sin^2\frac{\theta}{2} = 2\lambda_C$ (**3п**). Сада је квадратна једначина облика $\lambda^2 + 2\lambda_C\cdot\lambda - 2{\lambda_C}^2 = 0$ (**1п**). Решења ове једначине су $\lambda_{1,2} = \lambda_C(-1 \pm \sqrt{3})$ (**2п**). Физички смисао има само позитивно решење $\lambda = \lambda_C(\sqrt{3} - 1)$ (**2п**) Коначно је енергија фотона $E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}mc^2 = 1.12\cdot 10^{-13}\,J$ (**2+1п**).

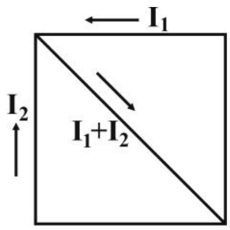
3. За све сударе важи закон одржања импулса $p_A + p_B = p_C$ (**3п**) (стим да је $p_B = 0$), али за апсолутно нееластичне сударе такође мора да вожи и закон одржања укупне енергије $\sqrt{{m_A}^2c^4 + {p_A}^2c^2} + m_Bc^2 = \sqrt{{m_C}^2c^4 + {p_C}^2c^2}$ (**4п**). Уврштавањем величина из услова задатка ($m_C = 2.5\,m$) добија се једначина $\sqrt{m^2c^4 + {p_A}^2c^2} + mc^2 = \sqrt{\frac{25}{4}m^2c^4 + {p_A}^2c^2}$ (**3п**). Када се једначина квадрира и скрати добија се $\sqrt{m^2c^4 + {p_A}^2c^2} = \frac{17}{8}mc^2$ (**2п**), која се поново квадрира и даје ${p_A}^2c^2 = \frac{225}{64}m^2c^4$ (**2п**), односно $p_A = \frac{15}{8}mc = 2.7\cdot 10^{-16}\frac{kgm}{s}$ (**4+2п**).



4. Обележимо са t_1 тренутак када је секундара скочила на 12. У том моменту нека је свемирски брод удаљен x_1 од Земље. Тај сигнал ће се примити на броду у тренутку t_2 по земаљском часовнику. Ракета се тада налази на растојању x_2, до којег је сигнал дошао брзином светлости, тако да важи $x_2 = c(t_2 - t_1)$ **(2п)** и тај положај је од првобитног положаја брода померен за $v(t_2 - t_1)$ **(2п)**. Дакле важи $x_2 = x_1 + v(t_2 - t_1)$ **(3п)** односно $x_1 = (c - v)(t_2 - t_1)$ **(1п)**. Следећа промена на екрану па Земљи се дешава после времена T на земаљском часовнику (где је $T = 1\ s$). У том тренутку ракета се налази на растојању $x_1 + vT$ **(1п)** од Земље. У тренутку $t_2 + \Delta t$ сигнал стиже до брода. Од слања и стизања другог сигнала брод се померио за $v(t_4 - t_3)$ **(1п)** а сигнал прешао пут $c(t_4 - t_3)$ **(1п)**. Тако важи једначина $c(t_4 - t_3) = v(t_4 - t_3) + x_1 + vT$ **(3п)** односно увршттањем x_1, $t_3 = t_1 + T$ **(1п)** и $t_4 = t_2 + \Delta t$ **(1п)** се добија $(c - v)(t_2 + \Delta t - (t_1 + T)) = (c - v)(t_2 - t_1) + vT$ **(2п)**. Из ових једначина се може израчунати Δt, као $\Delta t = \frac{c}{c-v}T$ **(3п)**. Ово време представља разлику времена између два сигнала на свемирском броду, али рачунајући по времену на Земљи (у систему који мирује- догађаји су на истом месту). Како се пријем сигнала врши на свемирском броду (систем који се креће) и то на истом месту у том систему, може се применити формула за дилатацију времена како би се израчунало време промене екрана на бродском телевизору $\Delta\tau = \Delta t\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}}T = 1.73\ s$ **(3+1п)**.

5. Пре затварања прекидача индукована електромоторна сила у контури је $\frac{d\Phi}{dt} = S\frac{dB}{dt} = \alpha S$ **(2п)**, где је са S обележена површина рама. Ова електромоторна сила се јавља у контури и изједначавамо је са падом напона који добијамо од индуковане струје која тече: $\alpha S = 4IR$ **(2п)**, где је R отпорност једне странице, а I струја која тече кроз рам у овом случају. Када затворимо прекидач струје и њихове смерове обележимо као на слици. Када се са дијагоналом површина подели на два троугла, индуковане електромоторне силе се јављају у обе контуре, али због преполовљене површине њихове вредности су упола од предходне. За горњи троугао једначине су идентичне као пре затварања прекидача: $\frac{d\Phi_1}{dt} = \frac{1}{2}\alpha S = 2I_1R + (I_1 + I_2)R_1$ **(3п)**, где је R_1 отпорност дијагонале (прихвата се и $R_1 = R\sqrt{2}$). За доњи троугао: $\frac{d\Phi_2}{dt} = \frac{1}{2}\alpha S = -2I_2R - (I_1 + I_2)R_1$ **(3п)**. Кад одузмемо ове две једначине добијамо $0 = 2(R + R_1)(I_1 + I_2)$, из чега следи $I_1 + I_2 = 0$ **(2п)** (кроз дијагоналу не тече струја). Дакле, I_2 је супротног смера и по интензитету је једнако I_1. Уочимо још да $4IR = \alpha S = 2(\frac{1}{2}\alpha S) = 2(2I_1R + (I_1 + I_2)R_1) = 4I_1R$, па је $I_1 = I$ **(2п)**. Из овога закључујемо да конфигурација остаје идентична након што се затвори прекидач, па се ни снага електричне струје не мења **(1п)**.

НАПОМЕНА: ако је ученик без икаквог додатног објашњења решавао или доцртавао батерије без коментара (као еквивалент ефектима електромагнетне индукције) и онда писао Кирхофове законе, рад треба оценити са коефицијентом 0.8 (нпр. ако је урадио све добро али је доцртавао батерије треба дати 0.8 * 15 = 12 поена). Овај коефицијент се уводи јер се добијају различити резултати у зависности од тога да ли се те батерије ставе на дијагоналу или на страницу, па ако нема додатног објашњења подразумева се да је ученик имао среће и да их је случајно нацртао на местима која дају тачно решење.



Члановима комисије желимо успешан рад и пријатан дан!