



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2019/2020. ГОДИНЕ



IV разред

Друштво физичара Србије и Министарство просвете
науке и технолошког развоја Републике Србије
ЗАДАЦИ-БЕТА КАТЕГОРИЈА*

ОКРУЖНИ НИВО
22. фебруар 2020.

1. Честица масе m налази се у бесконачно дубокој једнодимензионалној потенцијалној јами облика $U(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < a \\ \infty, & x \leq 0 \wedge x \geq a \end{cases}$. Постоји низ стационарних стања у којима се може налазити честица у датој потенцијалној јами које дефинише квантни број n са вредностима $n = 1, 2, 3, \dots$, где $n = 1$ одређује основно (прво) стационарно стање, $n = 2$ одређује друго стационарно стање, итд.

a) Одредити вредности густине вероватноће налажења честице у положајима $x_1 = \frac{3a}{8}$, $x_2 = \frac{a}{2}$, и $x_3 = a$, у

стационарном стању коме одговара таласна функција $\psi_{(n=4)} = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{4\pi x}{a}\right)$. [12 поена]

б) Неодређеност импулса $\Delta p_{x(n)}$ честице је $\Delta p_{x(n)} = \sqrt{\langle p_x^2 \rangle_{(n)} - \langle p_x \rangle_{(n)}^2}$, а неодређеност координате $\Delta x_{(n)}$ честице је $\Delta x_{(n)} = \sqrt{\langle x^2 \rangle_{(n)} - \langle x \rangle_{(n)}^2}$. $\langle x \rangle_{(n)}$ означава средњу вредност координате честице у n -том стационарном стању, $\langle x^2 \rangle_{(n)}$ означава средњу вредност квадрата координате у n -том стационарном стању, $\langle p_x \rangle_{(n)}$ означава средњу вредност импулса честице у n -том стационарном стању, и $\langle p_x^2 \rangle_{(n)}$ означава средњу вредност квадрата импулса честице у n -том стационарном стању.

У конкретном случају је $\langle x \rangle_{(n)} = \frac{a}{2}$, $\langle p_x \rangle_{(n)} = 0$, $\langle p_x^2 \rangle_{(n)} = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{a^2}$ и $\langle x^2 \rangle_{(n)} = a^2 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2\pi^2 n^2} \right)$. Показати да у основном (првом) стационарном стању производ неодређености координате и неодређености импулса честице задовољава Хајзенбергову релацију неодређености $\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$. [8 поена]

2. Идеални циклус гасне турбине почиње адијабатским сабијањем ваздуха (процес 1-2), затим следи изохорско повећање притиска ваздуха (процес 2-3), након тога адијабатско ширење ваздуха (процес 3-4) и на крају циклус се завршава изобарским сабијањем ваздуха (процес 4-1). Нацртати дати циклус на p - V дијаграму.

Ваздух сматрати идеалним гасом. Коефицијент адијабате за ваздух је γ . Ако се уведу параметри $\beta = \frac{p_2}{p_1}$ и

$\lambda = \frac{p_3}{p_2}$, где су индексима означена стања ваздуха, одредити израз за коефицијент корисног дејства циклуса

искључиво преко величина β , λ и γ . Одредити вредност коефицијента корисног дејства циклуса ако је $\gamma = 1,40$, $\beta = 6,23$ и $\lambda = 2,00$. [20 поена]

3. За коло са слике 1 одредити промену ефективне вредности напона U_{34} и промену фазне разлике између напона U_{34} и напона $U_{12} = U$ када се кружна фреквенција напона U промени од вредности $\omega_{\min} = \frac{R}{L\sqrt{3}}$ до вредности

$\omega_{\max} = \frac{R\sqrt{3}}{L}$. При датој промени кружне фреквенције ефективна вредност напона U се не мења. [20 поена]

4. При Комптоновом расејању фотона таласне дужине $\lambda = 4 \text{ nm}$ на електрону који мирује, фотон се расеје под углом од 90° у односу на првобитни правац кретања. Одредити вредност кинетичке енергије електрона након расејања и изразити је у јединицама eV. Користити следеће бројне вредности: енергија мировања електрона је $E_0 = 511 \text{ keV}$, Планкова константа $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, брзина светлости у вакууму $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. [20 поена]



**ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2019/2020. ГОДИНЕ**



5. Размотрићемо помоћу димензионе анализе снагу зрачења (Хокингово зрачење) ненаелектрисане и неротирајуће црне рупе, сферног облика полупречника r_s (Шварцшилдов полупречник) сматрајући да црна рупа зрачи као апсолутно црно тело површинске температуре T_H (Хокингова температура).

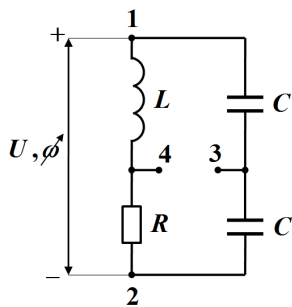
а) Хокингова температура црне рупе T_H зависи од Шварцшилдовога полупречника r_s , Болцманове константе k_B , редуковане Планкове константе \hbar , брзине светлости у вакууму c и фактора $\frac{1}{4\pi}$, односно облика је $T_H = \frac{1}{4\pi} r_s^\alpha k_B^\beta \hbar^\gamma c^\delta$. Димензионом анализом одредити израз за T_H . [11 поена]

Напомена. Немојте користити израз $r_s = 2\frac{GM}{c^2}$ из дела задатка под б) приликом решавања дела задатка под а).

б) Шварцшилдов полупречник r_s зависи од универзалне гравитационе константе G , масе црне рупе M , брзине светлости у вакууму c , и фактора 2 тј. облика је $r_s = 2\frac{GM}{c^2}$. Штефан-Болцманова константа је $\sigma = \frac{\pi^2 k_B^4}{60\hbar^3 c^2}$. Снагу Хокинговог зрачења P_H црне рупе изразити преко величина π, \hbar, c, G и M и одредити вредност за црну рупу масе $M = 8,16 \cdot 10^{36}$ kg. [9 поена]

Користити следеће бројне вредности: редукована Планкова константа $\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34}$ J·s, универзална гравитациона константа $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$, брзина светлости у вакууму $c = 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Болцманова константа k_B се изражава у јединицама $\left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right]$.



Слика 1

Решења свих задатака треба јасно образложити са јасно дефинисаним физичким законима и величинама које користите приликом решавања задатака. Нарочито дефинисати ознаке које уводите а које нису уобичајене.

* У бета категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима гимназија општег типа, специјализованих гимназија за области које нису математика и физика, средњих стручних школа и уметничких школа.

Задатке припремили: Владимир Чубровић, и доц. др Владимир Марковић, ПМФ, Крагујевац
Рецензенти: Проф. др Ненад Стевановић и доц. др Момир Арсенијевић, ПМФ, Крагујевац
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: Проф. др Зоран Николић, Физички факултет, Београд
Свим такмичарима желимо успешан рад!