ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2023/2024. ГОДИНЕ

Друштво физичара Србије и Министарство просвете Републике Србије

РЕШЕЊА - БЕТА КАТЕГОРИЈА*

III разред

ОКРУЖНИ НИВО
16. март 2024.

1. Да бисмо одредили силу којом треба деловати на суд да се не би померио приликом вађења чепа, треба прво одредити брзину којом би истицала течност 1 када не би било чепа. Нека је пресек 1 поред излазног отвора унутар течности густине ρ_1 а пресек 2 ван излазног отвора, као на слици 1. Према Бернулијевој једначини, за ова два пресека важи $p_1 + \frac{\rho_1 v_1^2}{2} + \rho_1 gh = p_0 + \frac{\rho_1 v_2^2}{2}$ **[4п]**, при чему је $p_1 = p_0 + \rho_1 g(h_1 - h) + \rho_2 gh_2$ **[3п]**, где је p_0 атмосферски притисак. Први члан у овом изразу потиче од атмосферског притиска, други од тежине стуба течности 1 изнад отвора, а трећи од целокупне тежине течности 2. Због велике разлике у површинама попречног пресека суда и излазног отвора, брзина којом се спушта ниво течности у суду занемарљива је у односу на брзину истицања течности, тј. $v_1 \approx 0$ **[1п]**. Одавде добијамо да је брзина истицања течности $v_2 = \sqrt{\frac{2g(\rho_1(h_1-h)+\rho_2 h_2)}{\rho_1}}$ **[3п]**. Када је суд затворен на његове зидове делују силе притиска течности, тако да је резултанта свих сила једнака 0. Када извадимо чеп, сила која делује на део суда на супротном делу од дела где је био чеп нема одговарајућу силу која је компензује, па сада на суд делује резултантна сила F' која није 0 **[1п]**. Да би суд мировао, на страну суда супротну оној на којој је чеп треба деловати силом F (у смеру истицања течности) **[1п]**. Интензитет ове силе можемо добити преко промене импулса делића течности који изађе из суда за неко време Δt. Нека је маса тог делића Δm, тада је сила $F = \frac{\Delta m v}{\Delta t}$ **[2п]**, где је v брзина истицања течности. Масу дела течности који напусти суд за време Δt можемо израчунати из протока $\Delta m = \rho_1 S v \Delta t$ **[3п]**. Коначно, сила којом треба деловати на суд је $F = \frac{\Delta m v}{\Delta t} = \rho_1 S v^2 = 2Sg(\rho_1(h_1 - h) + \rho_2 h_2)$. **[2п]**

2. а) Преласком у неинерцијални систем тела масе m, на њега делује сила која је једнака $F_{in} = ma$ усмерена као на слици 2 а) **[1п]**. Нормална реакција подлоге која делује на тело је $N = mg - ma = m(g - a)$. Да би тело остало у контакту са подлогом треба да важи $N \geq 0$ **[1п+1п]**. Инерцијална сила је највећа када је и убрзање највеће **[1п]**. Како тело креће из равнотежног положаја, зависност елонгације од времена је $y = A\sin(\omega t)$**[1п]**, где је A амплитуда. На основу овога тренутна брзина је $v = A\omega\cos(\omega t)$ **[1п]**. Слично, убрзање је $a = -A\omega^2\sin(\omega t)$ **[1п]**. Максимално убрзање плоче је онда $a_{max} = A\omega^2 = A\frac{4\pi^2}{T^2}$ **[2п]**. Одавде налазимо да је услов који амплитуда осциловања плоче треба да задовољава, тако да тело буде увек у контакту са њом, $A \leq \frac{gT^2}{4\pi^2}$ **[1п]**.
б) Тело се налази у равнотежном положају и започиње кретање наниже, као на слици 2 б). Тело ће се сигурно одвојити од плоче, према услову задатка, тј. амплитуда осциловања задовољава $A' \geq \frac{gT^2}{4\pi^2}$. У тренутку одвајања, сила која делује на тело је $N = mg - ma = mg - mA'\omega^2\sin(\omega t) = 0$ **[2п]**. Одакле следи $\sin(\omega t) = \frac{g}{A'\omega^2}$ тј. тренутак одвајања добијамо из $t = \frac{1}{\omega}\arcsin(\frac{g}{A'\omega^2}) = \frac{T}{2\pi}\arcsin(\frac{gT^2}{A'4\pi^2})$ **[2п+2п]**. Брзину тела приликом одвајања добијемо из $v = A'\omega\cos(\omega t) = A'\omega\sqrt{1-\sin(\omega t)^2} = A'\omega\sqrt{1-\frac{g^2T^4}{A'^2 16\pi^4}}$ **[2п+2п]**, јер је према условима задатка сигурно $0 \leq \sin(\omega t) \leq 1$ па је $\cos(\omega t) \geq 0$.

3. а) Магнетни флукс кроз калем рачунамо по формули $\Phi = N\vec{B}\cdot\vec{S} = NBS\cos\alpha$ **[2п]**, при чему је N број намотаја калема, $\vec{B}$ вектор магнетне индукције, $\vec{S}$ вектор површине попречног пресека калема (у правцу осе калема), а α угао између ових вектора. Како калем ротира константном угаоном брзином око осе нормалне на правац магнетне индукције, следи да је $\alpha = \omega t + \alpha_0$ **[2п]**, где је α_0 почетни угао. Како је у почетном тренутку оса калема нормална на магнентно поље, следи $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$**[1п]**. Заменом, добијамо да је зависност флукса кроз калем од времена једнака $\Phi = NBS\cos(\omega t + \alpha_0) = NBr^2\pi\sin(\omega t)$ **[1п]**. Након осмине периода обртања калема, угао између вектора површине попречног пресека калема и вектора магнетне индукције спољашњег поља је $\alpha = \frac{\pi}{4}$**[1п]**. Према Фарадејевом закону електромагнетне индукције имамо да је $|\varepsilon_{ind}| = N|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}|$ **[2п]**. Овде је $\Delta\Phi = |\Phi_2 - \Phi_1| = \frac{Br^2\pi\sqrt{2}}{2}$ **[2п]** промена магнетног флукса приликом обртања, и $t = \frac{T}{8} = \frac{\pi}{4\omega}$. Заменом добијамо да је $|\varepsilon_{ind}| = 2\sqrt{2}Br^2\omega$ **[1п+1п]**.
б) Када калем ротира у магнетном пољу, у њему се индукује напон према Фарадејевом закону. Уколико је калем повезаних крајева, кроз њега протиче струја. Ова струја производи додатно, индуковано, магнетно поље. Индуктивност калема L је константа пропорционалности између тренутног магнетног флукса кроз калем Φ и i тренутне струје која протиче намотаје калема $\Phi(t) = Li(t)$ **[1п]**. Флукс магнетног поља који је настао протицањем струје $i(t)$ кроз калем је $\Phi = NBS$ **[1п]**. Интензитет магнетне индукције калема кроз који протиче струја $i(t)$ је $B = \mu_0\frac{Ni(t)}{L}$ **[1п]**. Заменом добијамо $NBS = Li$ тј. $L = \mu_0\frac{N^2S}{L} = \mu_0\frac{N^2r^2\pi}{L}$ **[2п]**.

4. Силе које делују на рам када се рам изведе из равнотежног положаја треба да буду такве да враћају рам у равнотежни положај, па у складу с тим треба изабрати смер магнетног поља. На слици 3 је приказан смер магнетног поља. **[2п]** Момент инерције рама у односу на осу EF је $I = 2\frac{1}{12}\frac{m}{6}a^2 + 2\frac{m}{3}\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{7}{36}ma^2$. **[4п]** Једначина кретања рама је $I\ddot{\theta} = M$, где је $\ddot{\theta}$ угаоно убрзање око осе EF и M момент силе у односу на осу EF. **[2п]** Момент силе у односу на осу EF једнак је $\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$. **[1п]** Магнетни диполни момент рама је $\vec{p}_m = I_g\vec{S}$, где је $S = 2a^2$, а правац вектора површине је нормалан на раван у којој лежи рам и смер му је одређен правилом десне руке за дати смер струје која протиче кроз рам. **[2п]** Коначно, алгебарска вредност магнетног момента сила је $M = -I_g 2a^2 B\sin\theta$,

Задатке припремили: *Настасија Цонић*, *Петар Петрашиновић*, Физички Факултет, Универзитету Београду
Рецензент: *Михаило Ђорђевић*, Физички Факултет, Универзитету Београду
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *проф. др Имре Гут*, Универзитет у Новом Саду

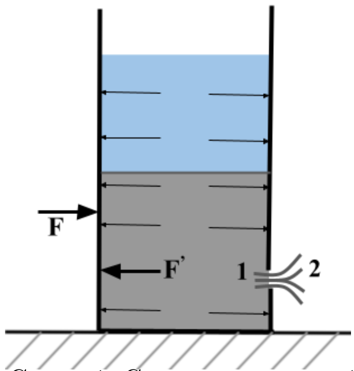
[2п] а како се ради о малим осцилацијама, може се искористити апроксимација $\sin\theta \approx \theta$. **[1п]** Одавде се добија једначина малих осцилација $\ddot{\theta} + \frac{72 I_g B}{7m}\theta = 0$. **[2п]** Кружна фреквенција малих осцилација је $\omega = \sqrt{\frac{72 I_g B}{7m}}$, па је период малих осцилација једнак $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{7m}{72 I_g B}}$. **[4п]**

5. Када у унутрашњости сферне љуске нема наелектрисања, јачина поља у унутрашњости сфере је једнака 0, одакле следи да је потенцијал у унутрашњости константан. **[1п]**. Потенцијал поља у било којој тачки у унутрашњости сферне љуске полупречника R_1 и наелектрисања q исти је као и у центру сфере $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1}$ **[2п]**. Потенцијална енергија наелектрисане сферне љуске је онда $U = \frac{1}{2}q\varphi = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R_1^2}$ **[2п]**. Иницијално, укупна енергија система је $E_i = U_1 + U_{12}$ **[2п]** при чему је U_1 потенцијална енергија сферне љуске, а $U_{12} = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 R_1^2}$ енергија којом интерагују сферна љуска потенцијала φ и наелектрисање q_0 у њеном центру **[4п]**. Уколико полако раширимо сферну љуску на полупречник R_2, нова укупна енергија система биће $E_f = U_1' + U_{12}'$ где је $U_1' = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R_2^2}$ и $U_{12}' = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 R_2^2}$ **[2п+2п]**. Укупни рад који је потребно извршити једнак је негативној разлици крајње и почетне енергије система тј. $A = E_i - E_f = \frac{q(q_0 + \frac{q}{2})}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$ **[5п]**. ***Напомена***: Уколико је ученик погрешио знак при рачунању рада тј. рачунао рад као $A = E_f - E_i$, дати **[2п]**.

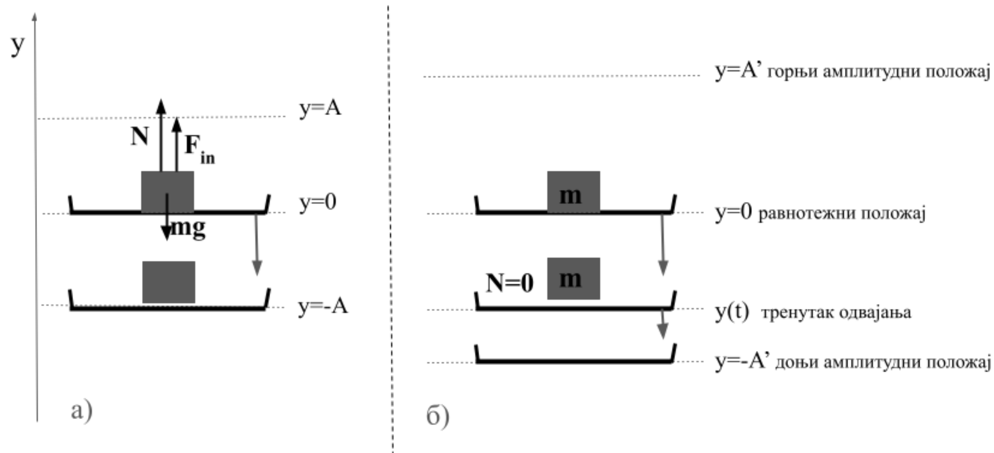
Решења свих задатака треба јасно образложити и треба јасно навести све физичке законе и дефинисати све ознаке које се користе у решењу задатка.

*У бета категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима свих врста гимназија осим специјализованих гимназија за области математика и физика.

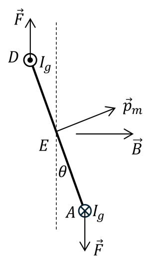
Задатке припремили: *Настасија Цонић*, *Петар Петрашиновић*, Физички Факултет, Универзитету Београду
Рецензент: *Михаило Ђорђевић*, Физички Факултет, Универзитету Београду
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *проф. др Имре Гут*, Универзитет у Новом Саду



Слика 1: Слика уз задатак 1.



Слика 2: Слика уз задатак 2.



Слика 3: Проводни рам у задатку 4. гледан са стране

Задатке припремили: *Настасија Цонић*, *Петар Петрашиновић*, Физички Факултет, Универзитету Београду
Рецензент: *Михаило Ђорђевић*, Физички Факултет, Универзитету Београду
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *проф. др Имре Гут*, Универзитет у Новом Саду