ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2022/2023. ГОДИНЕ.

III РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете Републике Србије
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА Бета

ОПШТИНСКИ НИВО
04.02.2023.

1. Док је честица изнад xy равни, на њу делује Лоренцова сила нормално на правац брзине и зато ће се кретати по кружници чији полупречник налазимо овако (услов кружног кретања: једнаке центрифугалне и Лоренцове силе): $m\frac{v^2}{r_y} = qvB_y$, $r_y = \frac{mv}{qB_y}$ **(4п)**. Аналогно је $r_x = \frac{mv}{qB_x}$ **(4п)** кад је честица испод xy равни. Пошто честица у почетку има брзину v нагоре, она ће се кретати по кружници (нормалној на y осу) док је изнад xy равни, тј. обрнуће један полукруг пре него што пређе на доњу страну xy равни. Дакле, координате након првог пресека са xy равни су $(-\frac{2mv}{qB_y}, 0{,}0)$ **(4п)** (двојку добијамо јер се честица померила за пречник од координатног почетка, а $-$ добијамо из смерова магнетног поља и брзине). Сада је вектор брзине усмерен надоле, па ће се честица опет кретати по кружници (нормалној на x осу), и аналогно добијамо да су координате након другог пресека $(-\frac{2mv}{qB_y}, -\frac{2mv}{qB_x}, 0)$ **(4п)**. Приметимо да је сада брзина опет усмерена на горе, као и на почетку. Из тога закључујемо да ће се честица при сваком пресеку наизменично померати за $-\frac{2mv}{qB_y}$ дуж x осе, односно за $-\frac{2mv}{qB_x}$ дуж y осе. Пошто имамо 10 пресека, честица ће бити 5 пута изнад **(1п)**, а 5 пута испод xy равни **(1п)**, и онда наше крајње координате морају бити $(-\frac{10mv}{qB_y}, -\frac{10mv}{qB_x}, 0)$ **(2п)**.

2. Прво уочимо две гране паралелне везе. Ако кроз једну грану тече струја амплитуде I_1, а кроз другу I_2, амплитуда напона на крајевима прве гране мора бити $I_1 \cdot \left|\omega L - \frac{1}{\omega C}\right|$ **(1п)**, а на крајевима друге $I_2 \cdot \left|\omega L - \frac{1}{\omega C}\right|$ **(1п)**, па онда очигледно $I_1 = I_2 = I$ **(4п)**, укључујући и фазе, пошто је фаза напона у односу на струју једнозначно одређена из знака апсолутне вредности која је иста за оба израза (пошто су напони на крајевима грана једнаки, и импедансе грана исто једнаке, онда кроз обе гране морају да теку струје истих амплитуда и фаза). Затим делимо задатак на два случаја у зависности од апсолутне вредности:

   1° $\omega L \geq \frac{1}{\omega C}$, тј. $\omega \geq \sqrt{\frac{1}{LC}}$ Означимо са D тачку која се налази са "горње" стране извора напона:

   $\varphi_b - \varphi_a = (\varphi_d - \varphi_a) - (\varphi_d - \varphi_b) = I\omega L - (-I\frac{1}{\omega C})^* = I(\omega L + \frac{1}{\omega C})$ **(4п)**

   *иде минус код $I\frac{1}{\omega C}$ јер тај напон има супротну фазу од $I\omega L$

   Како је $U_0 = I \cdot \left|\omega L - \frac{1}{\omega C}\right| = I \cdot (\omega L - \frac{1}{\omega C})$, имамо: $\omega L + \frac{1}{\omega C} = k(\omega L - \frac{1}{\omega C})$ **(1.5п)**. Ово је квадратна једначина по ω, али посматрамо само позитивно решење јер је ω позитиван реалан број, и добијамо $\omega = \sqrt{\frac{k+1}{(k-1)LC}}$ **(1п)**. Након провере да ли се ова вредност уклапа у интервал из услова по којим делимо на случајеве потврђујемо да је ово валидно решење **(0.5п)**.

   2° $\omega L < \frac{1}{\omega C}$, тј. $\omega < \sqrt{\frac{1}{LC}}$

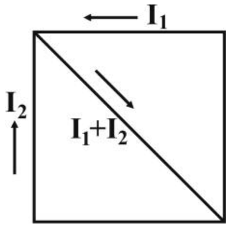
   Скроз аналогно првом случају добијамо $\omega = \sqrt{\frac{k-1}{(k+1)LC}}$ **(аналогно и бодовање)**.

3. Испитајмо прво ситуацију пре него што заторимо прекидач. Пошто је $B = \alpha t$ за неку позитивну константу α, имаћемо електромотрну силу $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \alpha S$ **(3п)**, где је S површина рама. Ова електромоторна сила се јавља у контури и изједначавамо је са падом напона који добијамо од индуковане струје која тече: $\alpha S = 4IR$ **(3п)**, где је R отпорност једне странице, а I струја која тече кроз њега у овом случају.

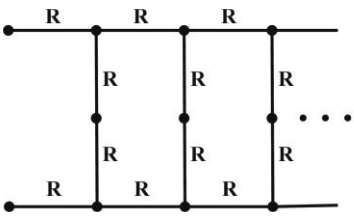
   Разматрајмо сад шта се дешава када затворимо прекидач. Нека кроз део изнад дијагонале тече струја I_1, испод дијагонале I_2, а кроз дијагоналу $I_1 + I_2$ (у смеровима са слике 3). Када се са дијагоналом површина подели на два троугла, индуковане електромоторне силе се јављају у обе контуре, али због преполовљене површине њихове вредности су упола од предходне. За горњи троугао пишемо једначину као што смо радили пре затварања прекидача и пазимо на знакове: $\frac{\Delta\Phi_1}{\Delta t} = \frac{1}{2}\alpha S = 2I_1R +$

$(I_1+I_2)R_1$ **(4п)**, где је R_1 отпорност дијагонале (прихвата се и $R_1 = R\sqrt{2}$, али нам не треба то). Исто пишемо за троугао испод дијагонале: $\frac{\Delta\Phi_2}{\Delta t} = \frac{1}{2}\alpha S = -2I_2R - (I_1+I_2)R_1$ **(4п)**. Кад одузмемо ове две једначине добијамо $0 = 2(R+R_1)(I_1+I_2)$, из чега следи $I_1 + I_2 = 0$ **(3п)** (кроз дијагоналу не тече струја). Дакле, I_2 је супротног смера и по интензитету је једнако I_1. Уочимо још да $4IR = \alpha S = 2(\frac{1}{2}\alpha S) = 2(2I_1R + (I_1+I_2)R_1) = 4I_1R$, па је $I_1 = I$ **(2п)**. Из овога закључујемо да конфигурација остаје идентична након што се затвори прекидач, па се ни снага електричне струје не мења **(1п)**.

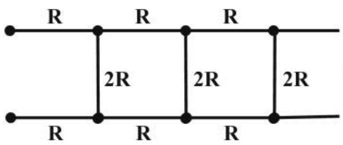
НАПОМЕНА: ако је ученик без икаквог додатног објашњења решио или доцртавао батерије (као еквивалент ефектима електромагнетне индукције) без коментара и онда писао Кирхофове законе, рад треба оценити са коефицијентом 0.8 (нпр. ако је урадио све добро али је доцртавао батерије треба дати 0.8 * 20 = 16 поена). Овај коефицијент се уводи јер се добијају различити резултати у зависности од тога да ли се те батерије ставе на дијагоналу или на квадрат, па ако нема додатног објашњења подразумева се да је ученик имао среће и да их је случајно нацртао на местима која дају тачно решење.



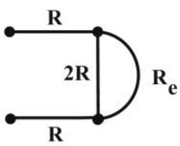
4. Нека је R_e отпорност коју тражимо. Уочимо да је конфигурација симетрична у односу на симетралу дужи AB. Из симетрије следи да ако конфигурацију вежемо за извор напона, онда ће струја кроз произвољну грану испод симетрале бити једнака (али у суротном смеру) струји кроз симетричну грану, а из тога онда следи да је свако средње теме у овој конфигурацији на истом потенцијалу, $\frac{\varphi_A+\varphi_B}{2}$ **(4п)**. Пошто су све гране на средњој хоризонтали на истом потенцијалу и нису занемарљиве отпорности, онда кроз њих не тече струја и можемо их одбацити **(4п)** (слика 4.1). Након што се решимо редних веза **(2п)** (слика 4.2) уочавамо рекурзију у колу, па све сем прве целине мењамо са R_e **(4п)** (слика 4.3). Сада имамо једноставну комбинацију редних и паралелних веза са еквивалентним отпором бесконачне каскаде), али еквивалентна отпорност овога је такође R_e (само што је за једну каскаду већа). Овако добијамо квадратну једначину $R_e = 2R + \frac{2RR_e}{2R+Re}$ **(4п)**, коју кад решимо добијамо $R_e = R(1+\sqrt{5})$ **(2п)** (гледамо само позитивно решење јер отпорности узимају позитивне вредности).



Слика 4.1.



4.2.



4.3.

5. Нађимо прво енергију сфере која је наелектрисана површинском густином наелектрисања $\sigma = \frac{q_0}{4r^2\pi}$. Кренимо од ненаелектрисане сфере полупречника r и нека из бесконачности шаљемо делиће наелектрисања Δq све док не добијемо сферу наелектрисања q_0 **(4п)**. Ако је у неком тренутку на сфери наелектрисање q, рад потребан да се наелектрисање Δq доведе до сфере је $\Delta A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\Delta q}{r}$ **(4п)**. Како је $E = \sum \Delta A$, енергија ће заправо бити површина испод графика функције $y(q) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$ за $0 \leq q \leq q_0$ **(2п)**. Та површина је површина правоуглог троугла и онда добијамо $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{{q_0}^2}{2r}$ **(2п)**. Размотримо сада шта се деси ако полако проширимо сферу са полупречника r на полупречник $r + \Delta r$ **(2п)**. Пошто полако ширимо наш рад је занемарљив, а пошто је промена полупречника мала можемо да третирамо као да је притисак био константан. Пошто притисак на све делиће површине делује радијално, онда је рад који изврши притисак једнак $4r^2\pi p\Delta r$. Дакле, ако напишемо одржање енергије добијамо: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{{q_0}^2}{2r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{{q_0}^2}{2(r+\Delta r)} + 4r^2\pi p\Delta r$ **(4п)**, $\frac{{q_0}^2}{8\pi\varepsilon_0}\frac{\Delta r}{r(r+\Delta r)} = 4r^2\pi p\Delta r$, $p = \frac{q_0\frac{q_0}{4r^2\pi}}{2\varepsilon_0}\frac{1}{4\pi r(r+\Delta r)} \approx$
$\approx \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{q_0}{4\pi r^2} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}$ **(2п)**.

Члановима комисије желимо успешан рад и пријатан дан!