ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2021/2022. ГОДИНЕ.

Друштво физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије

III РАЗРЕД

РЕПУБЛИЧКИ НИВО
14.05.2022.

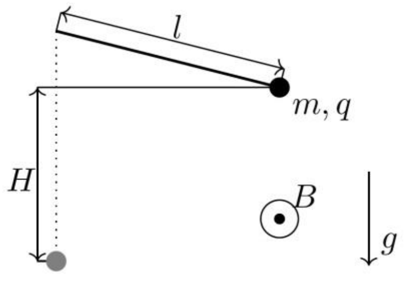
ЗАДАЦИ– БЕТА КАТЕГОРИЈА

1. Код таласа који се простире праволинијски, растојање између неке две тачке које се налазе у истој фази је 5 m, док је растојање између неке две тачке које су у противфази 1,5 m. Наћи могуће таласне дужине.

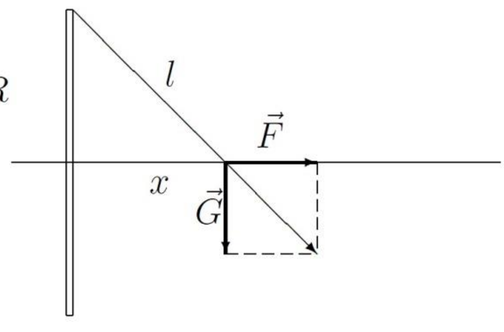
2. Куглица масе m, наелектрисана количином наелектрисања q, окачена о неистегљиву нит дужине l, налази се у хомогеном магнетном пољу индукције B. Куглица се подигне на висину $H = l$ и затим пусти (Слика 1). Нит о коју је окачена затегнута је у тренутку пуштања куглице. Гравитационо убрзање је g, а вектор магнетне индукције нормалан је на раван кретања куглице. а) Испитати при којем знаку наелектрисања за означени смер магнетног поља на слици куглица може да одступи од кружног кретања. б) За случај када куглица може да одступи од кружног кретања и при поставки експеримента тако да важи $q^2B^2l = \frac{5}{2}m^2g$, израчунати на ком углу ће се куглица одвојити од кружног кретања.

3. Редно RLC коло везано је за извор промењљивог напона $u = 200sin(628\frac{1}{s}\cdot t)\ V$. Јачина струје мења се као $i = 7{,}07sin(628\frac{1}{s}\cdot t - \frac{\pi}{4})\ A$. Индуктивност је $L = 143\ mH$.
   а) Наћи вредности R и C.
   б) Одредити напон на завојници и кондензатору у функцији времена.

4. Куглица масе m, наелектрисана количином наелектрисања q, везана је за највишу тачку прстена радијуса R непроводном нити занемарљиве масе (Слика 2). Прстен је направљен од круте жице занемарљивог попречног пресека и лежи у вертикалној равни. Наелектрисање Q, истог знака као наелектрисање куглице, равномерно је распоређено по прстену. Колика би требало да буде дужина нити, l, да би равнотежни положај куглице био на оси симетрије прстена нормалној на раван прстена?



Слика 1.



Слика 2

5. Мерење коефицијента површинског напона алкохола је извршено методом откидања прстена. Сила откидања прстена је мерена микровагом (слика 1). Калибрација микроваге се врши тако што се, док прстен P окачен на крају полуге фиксиране за жицу A виси у ваздуху, тег познате масе окачи поред прстена у истој тачки где је окачен и прстен.Затим се окретањем точка скале D (увртањем жице A) полуга на којој су окачени прстен и тег враћа у хоризонтални положај и очитава се угао за који је у том моменту игла заокренута. Из више оваквих мерења, помоћу тегова различитих маса, може се извести калибрација микроваге графички тако што се нацрта калибрациони график микроваге $F = F(\alpha)$, где је F – вредност силе којом поједини тегови делују на полугу, а α - одговарајући углови за које треба окренути точак скале да би се

полуга под оптерећењем вратила у равнотежни положај. Коефицијент нагиба праве k представља константу микроваге. Подаци за калибрацију микроваге су дати у Табели 1. Кружна скала микроваге O на којој се очитава вредност угла α има вредност најмањег подеока $\Delta\alpha = 0{,}5^{\circ}$.

$m\ (g)$	$\alpha\ (^{\circ})$
0,1	7,0
0,2	14,5
0,3	21,0
0,4	27,5
0,5	35,0

Табела 1.

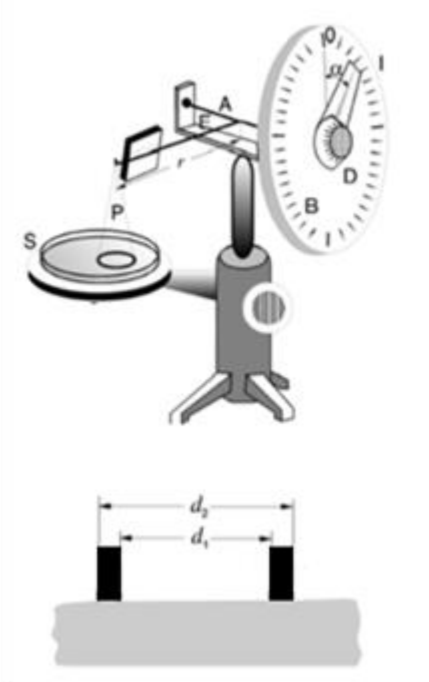
Очитане вредности угла откидања прстена урођеног у алкохол су дате у Табели 2.

$\alpha_0\ (^{\circ})$
22,0
22,5
22,5

Табела 2.

Унутрашњи и спољашњи пречник прстена имају вредности $d_1 = 21{,}0$ mm и $d_2 = 22{,}0$ mm. Пречници су мерени нонијусом који има инструменталну грешку $\Delta d = 0{,}1$ mm.

a) Нацртати калибрациони график микроваге и израчунати коефицијент нагиба k и проценити одговарајућу апсолутну грешку Δk.
b) Одредити вредност коефицијента површинског напона алкохола γ и проценити одговарајућу апсолутну грешку $\Delta\gamma$.



Напомене: Узети ***g=9,8 m/s²***. Сва решења детаљно објаснити. Сваки задатак носи по 20 поена.

Свим такмичарима желимо успешан рад !

Задатке припремио: др Иван Смиљанић, Институт за нуклеарне науке Винча
Председник комисије: Проф. др Имре Гут, Департман за физику, Нови Сад

ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2021/2022. ГОДИНЕ.

III РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА – БЕТА КАТЕГОРИЈА

РЕПУБЛИЧКИ НИВО

1. Растојање између тачака које су у истој фази једнако је целобројном умношку таласне дужине, $k\lambda = 5\,m, k = 1, 2, 3, \dots$ (**2п**) Растојање између тачака које су у противфази једнако је непарном умношку половине таласне дужине, $(2l+1)\frac{\lambda}{2} = 1{,}5\,m, l = 0, 1, 2, \dots$ (**2п**) Ако прву једначину поделимо другом, добићемо $\frac{k\lambda}{(2l+1)\frac{\lambda}{2}} = \frac{5}{1{,}5}$, одакле је $k = \frac{5}{3}(2l+1)$ (**4п**). Како k мора да буде цео број, израз $(2l+1)$ мора бити дељив са 3 (**2п**). Вредности l које задовољавају тај услов су $l_1 = 1, l_2 = 4, l_3 = 7, \dots$ (**2п**), а одговарајуће вредности k су $k_1 = 5, k_2 = 15, k_3 = 25, \dots$ (**2п**). Одговарајуће таласне дужине добијамо из $k\lambda = 5\,m \rightarrow \lambda = \frac{5}{k}\,m$, па је $\lambda_1 = 1\,m, \lambda_2 = \frac{1}{3}\,m, \lambda_3 = \frac{1}{5}\,m, \dots$ (**2п**), односно $\lambda_q = \frac{1}{2q+1}\,m, q = 0, 1, 2, \dots$ (**4п**).

2. а) На куглицу делују гравитациона сила, F_g, сила затезања нити, T, и Лоренцова сила, F_L. Куглица ће приликом кретања описивати кружни лук све док пројекције сила на осу одређену тренутним положајем нити задовољавају услов кружног кретања: $T \pm F_L - F_g \cos\alpha = F_{cp}$ (**4п**), где је α угао отклона нити од равнотежног положаја, а F_{cp} центрипетална сила, која је у овом случају једнака са центрифугалном $F_{cp} = F_{cf} = \frac{mv^2}{l}$ (**1п**). Уколико се куглица не креће по кружном луку, нит о коју је окачена неће бити затегнута, па ће сила затезања тада бити 0. Ако се смер Лоренцове силе поклапа са смером гравитационог убрзања (негативан знак) сила затезања је увек позитивна, тј. куглица увек остаје на кружној путањи. Куглица се може одвојити од кружне путање само када је Лоренцова сила супротног смера од гравитационе (делује центрипетално), односно ако је према слици назначеном смеру магнетног поља куглица наелектрисана позитивним наелектрисањем (**4п**)

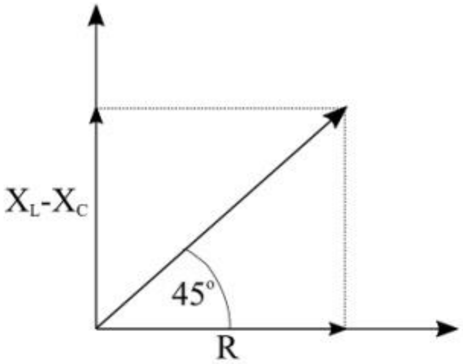
б) У другом случају из решења а) куглица се одваја када је испуњен услов $F_L \geq F_g \cos\alpha + F_{cf}$ (**1п**). Лоренцова сила је $F_L = qvB$(**1п**), а пошто она не утиче на брзину кретања куглице (нормална је на њу), брзина куглице за угао отклона α може се добити из закона одржања енергије, $\frac{mv^2}{2} + mgh = mgH$ (**2п**), где је $h = l(1-\cos\alpha)$ (**1п**) висина на којој се налази куглица у тренутку одвајања од кружног кретања, уколико се за нулти ниво потенцијалне енергије узме равнотежни положај. Како је $H = l$, онда је $v = \sqrt{2gl\cos\alpha}$ (**1п**). Услов одвајања куглице је $qvB = mg\cos\alpha + \frac{mv^2}{l}$ (**2п**). Након сређивања добија се $qB\sqrt{2gl\cos\alpha} = 3mg\cos\alpha$ (**1п**), односно $\cos\alpha = \frac{2}{9}\frac{q^2B^2l}{m^2g}$. Када се искористи услов задатка да је $\frac{q^2B^2l}{m^2g} = \frac{5}{2}$, добија се $\cos\alpha = \frac{5}{9}$ (**1п**), односно $\alpha = 56{,}25°$ (**1п**).

3. а) Из једначина за напон и јачину струје, види се да струја касни за напоном за $\varphi = \frac{\pi}{4}\,rad = 45^o$ (Слика 1) (**2п**). Импеданса је овде $Z = \frac{V_{max}}{I_{max}} = \frac{200\text{ V}}{7{,}07\text{ A}} = 28{,}29\,\Omega$ (**2п**), а термогени отпор $R = Z cos\varphi = 20\,\Omega$ (**2п**). Са фазног дијаграма са Слике 3 види се да је $X_L - X_C = R$, односно $\omega L - \frac{1}{\omega C} = R$, одакле је $C = \frac{1}{\omega(\omega L - R)} = 22{,}81\,\mu F$ (**2п**).

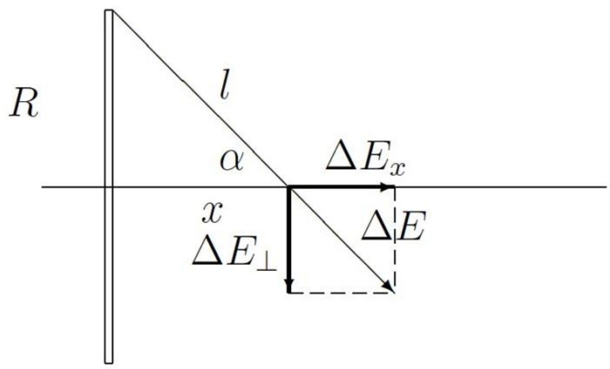
б) Максимални напон на завојници је $V_{L,max} = I_{max} \cdot \omega L = 634{,}91\,V$ (**2п**). Како је напон на завојници фазно померен за $+\pi/4$ у односу на напон у колу, биће $u_L = V_{L,max} sin(628\frac{1}{s} \cdot t + \frac{\pi}{4})\,V = 634{,}91 sin(628\frac{1}{s} \cdot t + \frac{\pi}{4})\,V$ (**4п**). Слично, $V_{C,max} = I_{max} \cdot \frac{1}{\omega C} = 493{,}77\text{ V}$ (**2п**), $u_C = V_{C,max} sin(628\frac{1}{s} \cdot t - \frac{3\pi}{4})\,V = 493{,}77 sin(628\frac{1}{s} \cdot t - \frac{3\pi}{4})\,V$ (**4п**).

4. У равнотежном положају нит је затегнута у смеру одређеном резултантном силом гравитационе,

$\vec{G} = m\vec{g}$ и електростатичке силе, $\vec{F} = q\vec{E}$, где $\vec{E}$ представља јачину електричног поља прстена у тачки која се налази на оси симетрије прстена и на растојању x од равни прстена (видети Слику 3 у задацима). Из сличности троуглова следи $\frac{x}{R} = \frac{|\vec{F}|}{|\vec{G}|} = \frac{qE}{mg}$ (**2п**). Како бисмо израчунали јачину електричног поља, поделимо прстен на n једнаких делова, тако да сваки део носи наелектрисање Q/n (**2п**). Јачина електричног поља једног таквог делића прстена у посматраној тачки је $\Delta E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 l^2 n}$ (**2п**). Ова јачина електричног поља може да се разложи на две компоненте, једну у смеру x-осе, ΔE_x, и другу нормалну на x-осу, $\Delta E_{\perp}$ (Слика 2) (**2п**). Тада је $\Delta E_x = \Delta E cos\alpha = \frac{x\Delta E}{l}$ (**2п**)и $\Delta E_{\perp} = \Delta E sin\alpha$ (**2п**). На основу симетрије, закључујемо да за сваки делић прстена који има нормалну компоненту јачине електричног поља $\Delta\vec{E}_{\perp}$ постоји делић чија нормална компонента јачине електричног поља има исту вредност, али супротан смер, тако да се све нормалне компоненте међусобно поништавају. То значи да је разултантна јачина електричног поља у посматраној тачки $E = E_x = n\Delta E_x = \frac{Qx}{4\pi\varepsilon_0 l^3}$ (**4п**). Када ово уврстимо у горњу једначину за сличност троуглова, добијамо тражену дужину нити: $l = \sqrt[3]{\frac{qQR}{4\pi\varepsilon_0 mg}}$ (**4п**).



Слика 1.



Слика 2.

5. Прво је потребно, познајући масе тегова од 0,1 g до 0,5 g, израчунати силе оптерећења $F = m \cdot g$, где је $g = 9{,}81\frac{m}{s^2}$ и нацртати график зависности $F = F(\alpha)$. Коефицијент нагиба износи $k = 0{,}14\frac{mN}{°}$.

$m\ (g)$	$F\ (mN)$	$\alpha\ (°)$	$k\ (mN/°)$
0,1	0,981	7	0,14
0,2	1,962	14,5	
0,3	2,943	21	
0,4	3,924	27,5	
0,5	4,905	35	

Коефицијент нагиба се рачуна са калибрационог графика микроваге. Узимају се две неексперименталне тачке. Тачка А између прве и друге експерименталне тачке, а тачка В између претпоследње и последње експерименталне тачке. Очитавајући вредности за силе и углове за изабране тачке А и В, коефицијент нагиба се рачуна као:

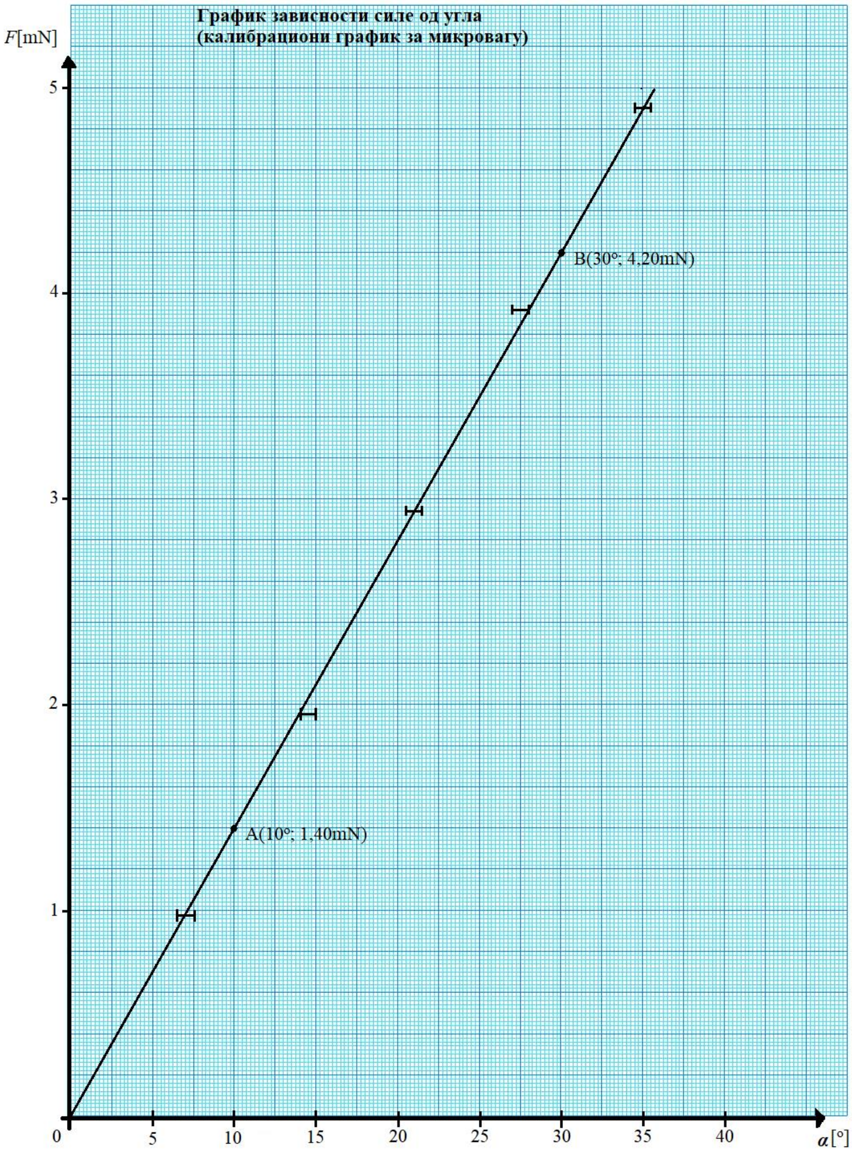
$k = \frac{F_B - F_A}{\alpha_B - \alpha_A} = \frac{4{,}20\ \mathrm{mN} - 1{,}40\ \mathrm{mN}}{30° - 10°} = 0{,}14\ \frac{\mathrm{mN}}{°}$ **(3 boda)**

Процена апсолутне грешке за коефицијент нагиба:

Грешка за силу се узима са графика која одговара вредности најмањег подеока и износи $\Delta F = 0{,}02\ \mathrm{mN}$

За грешку угла се узима инструментална грешка скале за угао микроваге $\Delta\alpha = 0{,}5°$.

Апсолутна грешка коефицијента нагиба



(5 bodova)

$$\Delta k = k \cdot \left(\frac{\Delta F_A + \Delta F_B}{F_B - F_A} + \frac{\Delta\alpha_A + \Delta\alpha_B}{\alpha_B - \alpha_A} \right) = 0{,}14\ \frac{\mathrm{mN}}{°} \cdot \left(\frac{0{,}02\ \mathrm{mN} + 0{,}02\ \mathrm{mN}}{4{,}20\ \mathrm{mN} - 1{,}40\ \mathrm{mN}} + \frac{0{,}5\ ° + 0{,}5\ °}{30{,}0\ ° - 10{,}0\ °} \right)$$

$\Delta k = 0{,}009\ \frac{\mathrm{mN}}{°}$ **(2 boda)**

Коначан запис коефицијента правца праве са калибрационог графика и одговарајуће грешке:

$$k = (0{,}140 \pm 0{,}009)\frac{\text{mN}}{°}$$

Коефицијент површинског напона се рачуна по релацији:

$\gamma = \frac{F}{(d_1+d_2)\cdot\pi}$**(2 boda)**

У тексту задатка су дате вредности за унутрашњи и спољашњи пречник прстена и они имају вредности

$$d_1 = 21{,}0\ \text{mm и } d_2 = 22{,}0\ \text{mm}$$

F представља силу откидања прстена микроваге од површине течности и добија се као производ коефицијента правца праве са калибрационог графика и средње вредности угла откидања $\overline{\alpha_0}$.

$$F = k \cdot \overline{\alpha_0}$$

Средња вредност угла откидања се рачуна по релацији:

$\overline{\alpha_0} = \frac{\alpha_{01}+\alpha_{02}+\alpha_{03}}{3}$**(1 bod)**

α_0 (°)	$\overline{\alpha_0}$ (°)	F(mN)
22	22,33	3,13
22,5		
22,5		

Уврштавајући добијену вредност за силу F у релацију за коефицијент површинског напона, добија се:

$\gamma = \frac{3{,}13\ \text{mN}}{(21{,}0\ \text{mm}+22{,}0\ \text{mm})\cdot 3{,}14} = \ 0.0231817\ \frac{\text{N}}{\text{m}} = 23{,}1817 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$**(3 boda)**

Процена апсолутне грешке за коефицијент површинског напона:

Полази се од релације за коефицијент површинског напона

$$\gamma = \frac{k \cdot \overline{\alpha_0}}{(d_1 + d_2)\cdot \pi}$$

Грешка за средњу вредност угла откидања $\overline{\alpha_0}$ рачуната као разлика појединачних углова откидања и средње вредности угла откидања износи:

$$\Delta\overline{\alpha_0} = |\alpha_0 - \overline{\alpha_0}| = 0{,}33\ °$$

Грешка за средњу вредност угла откидања $\overline{\alpha_0}$ рачуната преко инструменталне грешке скале за угао микроваге $\Delta\alpha = 0{,}5\ °$:

$$\Delta\overline{\alpha_0} = \frac{1}{3}\cdot(\Delta\alpha_{01} + \Delta\alpha_{02} + \Delta\alpha_{03}) = 0{,}5\ °$$

За грешку средње вредности угла откидања $\overline{\alpha_0}$ узима се већа вредност од ове две па је:

$$\Delta\overline{\alpha_0} = 0{,}5\ °$$

Грешка за коефицијент нагиба је добијена у првом делу задатка и износи $\Delta k = 0{,}009\ \frac{\text{mN}}{\circ}$.

Грешке за унутрашњи и спољашњи пречник прстена су једнаке и одговарају инструменталној грешци нонијуса $\Delta d_1 = \Delta d_2 = 0{,}1\ \text{mm}$.

Наведене вредности за грешке се уврштавају у релацију за релативну грешку коефицијента површинског напона:

$$\delta\gamma = \frac{\Delta k}{k} + \frac{\Delta\overline{\alpha_0}}{\overline{\alpha_0}} + \frac{\Delta d_1 + \Delta d_2}{d_1 + d_2} = \frac{0{,}009\ \frac{\text{mN}}{\circ}}{0{,}140\ \frac{\text{mN}}{\circ}} + \frac{0{,}5\ ^\circ}{22{,}3\ ^\circ} + \frac{0{,}1\ \text{mm} + 0{,}1\ \text{mm}}{21{,}0\ \text{mm} + 22{,}0\ \text{mm}} = 0{,}09$$ **(3boda)**

Релација која повезује апсолутну и релативну грешку коефицијента површинског напона:

$$\delta\gamma = \frac{\Delta\gamma}{\gamma}$$

Одатле следи да је апсолутна грешка коефицијента површинског напона:

$$\Delta\gamma = \gamma \cdot \delta\gamma = 0.0231817\ \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0{,}09 = 0{,}0020\ \frac{\text{N}}{\text{m}} = 2{,}0 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$$ **(1 bod)**

Коначно: $\gamma = (23{,}2 \pm 2{,}0) \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{N}}{\text{m}}$

Негативни поени за график, између осталог за:
- Без наслова -0.5 (наслов није$F = F(\alpha)$)
- Лоша размера -0.5 (график заузима мање од 1/4 простора папира)
- Недостају јединице -0.5
- Унете на осе мерене бројне вредности -0.5
- Ако изабране тачке нису између 1. и 2, односно претпоследње и последње експерименталне - 0.5
- Изабране тачке нису у мереном опсегу -1
- Нису нанете грешке -0.5
- Лоша размера подеока -0.5

Негативни поени за рачун, између осталог за:
- Лоша размера – за коефицијент правца 50% предвиђених бодова
- Ако нису изабране добре тачке са графика – за тражене величине 50% предвиђених бодова
- Лоше заокруживање резултата или грешке, по -0.5 поена.
- Коришћење експерименталних тачака уместо тачака са графика не доноси поене, осим поена за линеаризацију.

НАПОМЕНА: Пошто график пролази кроз координатни почетак (сигурна тачка је 0,0) довољна је једна неекспериментална тачка (B), између претпоследње и последње експерименталне тачке, за одређивање коефицијента правца (грешка овог одређивања је мања). Прихватају се решења и са једном и са две неексперименталне тачке.

Члановима комисије желимо успешан рад и пријатан дан!