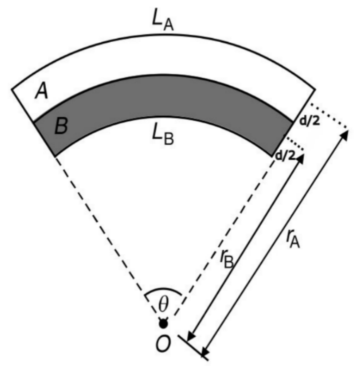
1. **Корак *i*** Укупна запремина бакарне кугле на почетној температури износи $V = \frac{4}{3}R_0^3\pi$. Средње растојање између атома бакра налазимо као $N\overline{r}^3 = V$, односно $\overline{r} = \sqrt[3]{\frac{4R_0^3\pi}{3N}} = 2{,}34 \cdot 10^{-10}$ m. **Корак *ii*** Топлоту потребну да се ова количина бакра истопи налазимо као $Q = \lambda m = \lambda N m_{\mathrm{Cu}} = 884{,}5$ J. **Корак *iii*** Полупречник капљице пре поделе налазимо из $\frac{4}{3}\pi R_1^3 = m/\rho$. Услед поделе капи на два дела, укупна запремина се одржава, те имамо релацију $R_1^3 = 2R_2^3$. Енергија услед површинкског напона је дата као $W = 4\pi R^2\gamma$, те је промена ове енергије дата као $4\pi\gamma(2R_2^2 - R_1^2)$. Тражени прираштај енергије стога износи $|\Delta W| = 4\pi\gamma\left(2\left(\frac{R_1}{\sqrt[3]{2}}\right)^2 - R_1^2\right) = 0{,}1$ mJ.

корак *i*: средње растојање између атома бакра	**5п**
корак *ii*: топлота топљења	**5п**
корак *iii*: промена енергије услед површинског напона	**10п**

Таблица 1: схема за бодовање по корацима уз задатак 1.

2. **Корак *i*** Како је у задатку речено $\alpha_A > \alpha_B$ следи да је $r_A > r_B$, где је r_A полупречник кривине метала A мерен на средини ширине (исто за метал B), те ће важити једнакост $r_A = r_B + d/2$ (видети слику). Након истезања, дужине металних трака дате су изразима $L_A = r_A\theta = L(1 + \alpha_A\Delta T)$ и $L_B = r_B\theta = L(1 + \alpha_B\Delta T)$ из којих следи однос $\frac{r_A}{r_B} = \frac{1+\alpha_A\Delta T}{1+\alpha_B\Delta T}$. Из овог односа и везе $r_A = r_B + d/2$ следе полупречници металних трака $r_A = \frac{d}{2}\frac{1+\alpha_A\Delta T}{(\alpha_A-\alpha_B)\Delta T}$ и $r_B = \frac{d}{2}\frac{1+\alpha_B\Delta T}{(\alpha_A-\alpha_B)\Delta T}$. **Корак *ii*** Полупречник тражене кружнице која раздваја два метала се може израчунати као $r = \frac{1}{2}(r_A + r_B)$ одакле заменом претходно нађених израза за полупречнике r_A и r_B следи да је $r = \frac{d}{4}\frac{2+(\alpha_A+\alpha_B)\Delta T}{(\alpha_A-\alpha_B)\Delta T}$.



Слика 1: слика уз решење задатка 2.

корак *i*: полупречници појединих трака	**15п**
корак *i*: крајњи израз	**5п**

Таблица 2: схема за бодовање по корацима уз задатак 2.

3. **Корак *i*** Приликом једног циклуса пумпања, у балон уђе $p_0V/(\mathcal{R}T)$ молова ваздуха, где је $\mathcal{R}$ универзална гасна константа. Како је температура све време константа, за ваздух у балону важи $p\frac{4}{3}R^3\pi = n\mathcal{R}T$. Како је на почетку балон моделован сфером полупречника R_0, у почетном тренутку се у истом налази $n_0 = p_0\frac{4}{3}R_0^3\pi/(\mathcal{R}T)$ молова ваздуха. Након k циклуса пумпања, укупан број молова ваздуха унутар балона износи $n = p_0\frac{4}{3}R_0^3\pi/(\mathcal{R}T) + kp_0V/(\mathcal{R}T)$. Из формуле дате у задатку закључујемо да је притисак ваздуха дат као $p = p_0 + K\left(\frac{R_0}{R_f} - \left(\frac{R_0}{R_f}\right)^7\right)\left(1 + 0{,}1\left(\frac{R_f}{R_0}\right)^2\right)$, те комбиновањем претходних формула долазимо до $k = \frac{4\pi}{3V}\left(R_f^3 - R_0^3 + R_f^3\frac{K}{p_0}\left(\frac{R_0}{R_f} - \left(\frac{R_0}{R_f}\right)^7\right)\left(1 + 0{,}1\left(\frac{R_f}{R_0}\right)^2\right)\right)$. **Корак *ii*** Пошто је гума танка, запремина јој је $4\pi R^2H$, где је $H \ll R$ дебљина гуме. Ако посматрамо једну хемисферу балона, услов равнотеже исте гласи $(p - p_0)R_f^2\pi = 2R_f\pi H\sigma$ (површина $R_f^2\pi$ представља пројекцију укупне површине хемисфере и ова величина нам је од интереса пошто се одређене компоненте силе притиска скраћују), где је σ нормални напон у балону. Како је $4\pi R_f^2H = 4\pi R_0^2H_0$, за нормални напон добијамо $\sigma = \frac{R_f^3K}{2R_0^2H_0}\left(\frac{R_0}{R_f} - \left(\frac{R_0}{R_f}\right)^7\right)\left(1 + 0{,}1\left(\frac{R_f}{R_0}\right)^2\right)$.

корак ***i*****:** израз за k	**9п**
корак ***ii*****:** израз за нормални напон у гуми $\sigma(R_f)$	**11п**

Таблица 3: схема за бодовање по корацима уз задатак 3.

4. **Корак** ***i*** По услову задатка, процес кроз који гас пролази је адијабатски. Како је у питању двоатомски гас, коефицијент адијабате гаса износи $\gamma = \frac{7}{5}$ и важи $pV^\gamma = p_1 V_1^\gamma$, где је $V_1 = SH$ а $V = V_1 + Sut$. Како је брзина клипа константна, убрзање му је нулто, те су силе све време уравнотежене. Ако са α означимо тренутни угао између канапа и вертикале у додирној тачки са клипом, а са T силу затезања канапа (из услова идеалности котура и безмасености канапа, то је уједно и сила $F(t)$ којом Петар вуче канап) имамо $T\cos\alpha + pS = mg + p_0 S$. Из геометрије проблема следи $\cos\alpha = \frac{L-H-ut}{\sqrt{a^2+(L-H-ut)^2}}$, те комбинацијом претходних једначина имамо $T = F(t) = \frac{\sqrt{a^2+(L-H-ut)^2}}{L-H-ut}\left(mg + p_0 S - p_1 S\frac{H^{\frac{7}{5}}}{(H+ut)^{\frac{7}{5}}}\right)$. **Корак** ***ii*** Из услова неистегљивости канапа имамо $u\cos\alpha = v(t)$, те је брзина којом Петар повлачи канап једнака $v(t) = \frac{u(L-H-ut)}{\sqrt{a^2+(L-H-ut)^2}}$. Снага коју Петар развија је коначно дата као $P(t) = F(t)v(t) = u\left(mg + p_0 S - p_1 S\frac{H^{\frac{7}{5}}}{(H+ut)^{\frac{7}{5}}}\right)$. **Корак** ***iii*** Уколико је топлотни капацитет посуде и клипа огроман, из $Q = C\Delta T$ закључујемо да је промена темепратуре веома мала, односно да се ради о изотермском процесу. Стога је $pV = p_1 V_1$, те крајње решење за снагу постаје $P'(t) = u\left(mg + p_0 S - p_1 S\frac{H}{(H+ut)}\right)$.

корак ***i*****:** израз за $F(t)$	**10п**
корак ***ii*****:** изрази за $v(t)$ и $P(t)$	**6п**
корак ***iii*****:** разматрање изотермског процеса	**4п**

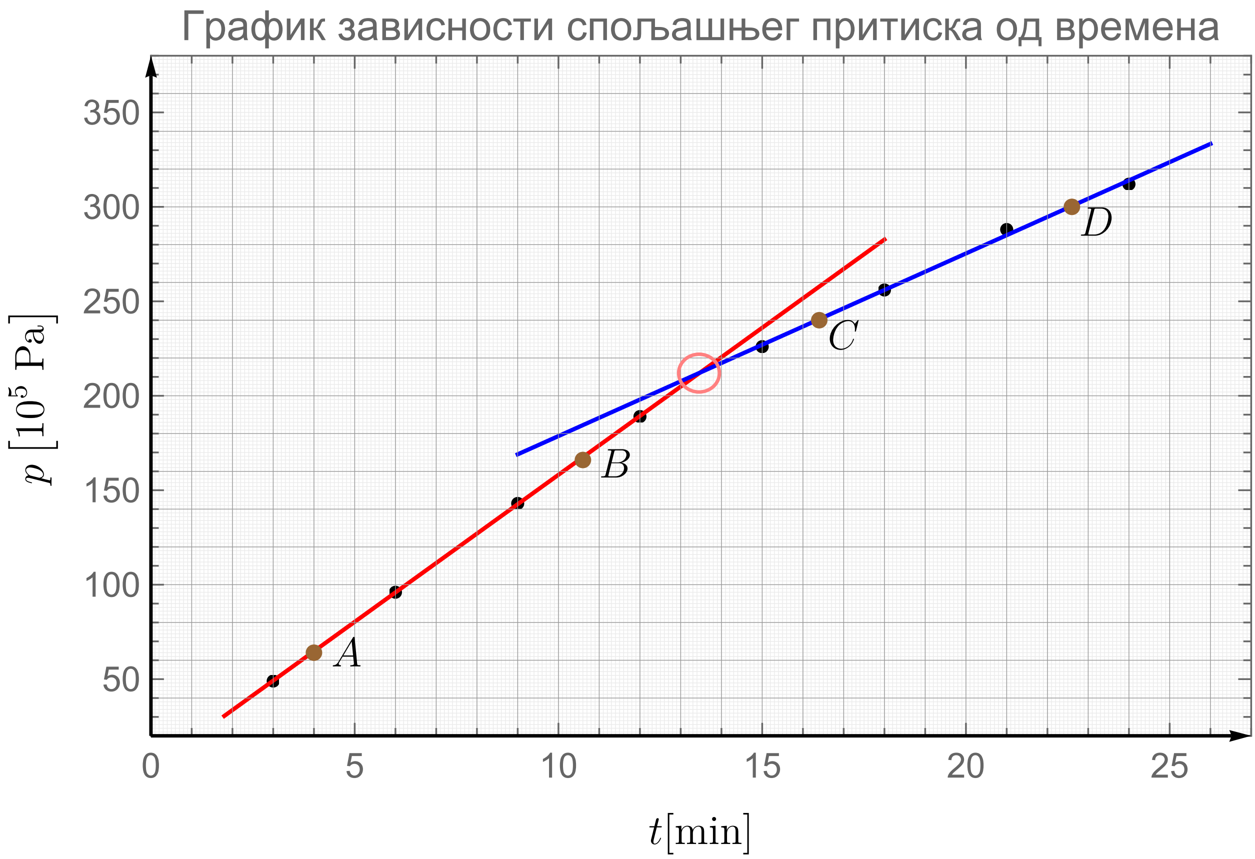
Таблица 4: схема за бодовање по корацима уз задатак 4.

5. **Корак** ***i*** Хидростатички притисак воде на дубини h је дат као $p = p_0 + \rho g h$, где је p_0 атмосферски притисак. Ако са p_1 означимо спољашњи притисак у тренутку $t = 0$, имамо $p(t) = p_1 + \rho g \Delta z$, где је Δz вертикално растојање које подморница пређе за време t. Стога, имамо $\Delta z = v\cos\theta t$, где угао θ одговара углу α, а касније углу β из задатка (тачније, у каснијим тренуцима, p_1 неће одговарати притиску за $t = 0$, али нас у задатку интересује само коефицијент правца са графика). **Корак** ***ii*** На основу датих података, цртамо график на слици. Коефицијент правца датих графика је $k_1 = \rho g v\cos\alpha$ и $k_2 = \rho g v\cos\beta$. График уз задатак дат је на слици 2. **Корак** ***iii*** Очитавајући координате неекспериментaлних тачака између прве две и последње две експерименталне тачке на оба графика (тачке $A(4\,\mathrm{min};\ 64\ \cdot 10^5\,\mathrm{Pa})$, $B(10{,}6\,\mathrm{min};\ 166\ \cdot 10^5\,\mathrm{Pa})$, $C(16{,}4\,\mathrm{min};\ 240\ \cdot 10^5\,\mathrm{Pa})$ и $D(22{,}6\,\mathrm{min};\ 300\ \cdot 10^5\,\mathrm{Pa})$)), долазимо до вредности $k_1 = 15{,}6\cdot 10^5\ \mathrm{Pa/min}$ и $k_2 = 9{,}7\cdot 10^5\ \mathrm{Pa/min}$. Претварајући минуте у секунде, долазимо до $k_1 = 2{,}6\cdot 10^4\ \mathrm{Pa/s}$ и $k_2 = 1{,}6\cdot 10^4\ \mathrm{Pa/s}$. Стога имамо $\cos\alpha = 0{,}53 \Rightarrow \alpha = 58^\circ$ и $\cos\beta = 0{,}327 \Rightarrow \beta = 71^\circ$. Тренутак промене правца брзине налазимо из пресечне тачке два линеарна графика (заокружени пресек на слици), што очитавамо да се десило у тренутку $t = 13{,}5\ \mathrm{min} \approx 13\ \mathrm{min}\ 30\ \mathrm{s}$.

корак ***i*****:** теоријска анализа	**3п**
корак ***ii*****:** график	**8п**
корак ***iii*****:** обрада података	**9п**

Таблица 5: схема за бодовање по корацима уз задатак 5.

Напомена**: поени у табели одговарају максималном броју поена на одговарајућем кораку. Кораци су названи тако да сугеришу на који део задатка се односе, али се поени додељују за целокупну материју из решења у одговарајућем кораку.**



Слика 2: график уз решење задатка 5.

Задатке припремили: *Душан Ђорђевић*, Физички факултет, Београд, *Милена Живковић* и *Момир Арсенијевић*, ПМФ Крагујевац.
Рецензент: *Никола Коњик*, Физички факултет, Београд.
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *проф. др Имре Гут*, ПМФ Нови Сад.