

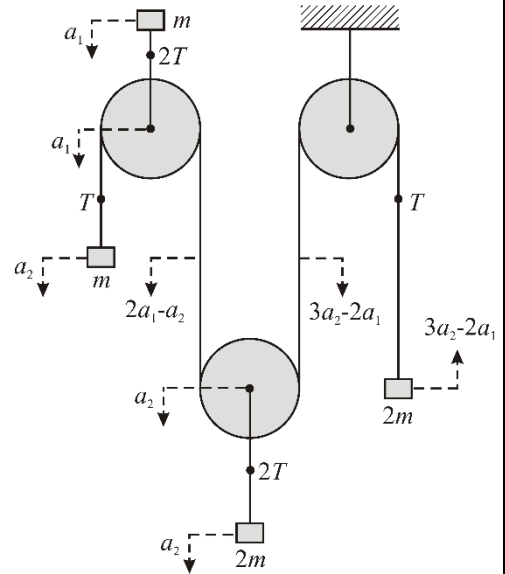


ПРАЗРЕД

Друштво Физичара Србије
Министарство Просвете Републике Србије
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА В КАТЕГОРИЈЕ

ОКРУЖНИ НИВО
18.03.2023.

P1. Уведимо ознаке као на слици P1: T је сила затезања дугачке нити која пролази преко котурова, a_1 је убрзање горњег слободног котура и највишег тега причвршћеног за њега (масе m), a_2 је убрзање нижег слободног котура и тега $2m$ причвршћеног за њега (пар тегова масе m приказали смо као један тег масе $2m$). Једначина кретања крајње левог тега масе m је $ma = mg - T$ (*)(2п), а најнижег тега масе $2m$ је $2ma_2 = 2mg - 2T$ (**)(2п). Из последње две једначине јасно је да је $a = a_2$ (2п), тј. убрзање крајње левог тега m је једнако убрзању најнижег тега $2m$ и износи a_2 . Изаберимо две произвољне тачке А и Б као на слици P1. Ако је нит нерастегљива, онда убрзање тачке А износи $(2a_1 - a_2)$ (3п), а убрзање тачке Б износи $(3a_2 - 2a_1)$ (3п). Такође је убрзање крајње десног тега $2m$ једнако убрзању тачке Б(2п), па је његова једначина кретања дата у облику $2m(3a_2 - 2a_1) = T - 2mg$ (***)(2п). Решавајући систем од три једначине ((*), (**), (***)) са три непознате, добија се да су: $a_1 = (23/15)g = 15,0 \text{ m/s}^2$ (3п), $a_2 = (11/15)g = 7,19 \text{ m/s}^2$ (3п), и $T = (4/15)mg = 2,62 \text{ N}$ (3п).



Слика P1.

P2. Производ масе m_0 једног молекула и њихове концентрације n (броја молекула у јединици запремине) у суду једнак је укупној маси молекула у суду, па је густина гаса једнака $\rho = m_0 \cdot n$ (2п). Сада се може написати да је $p = (2/3)\langle E_k \rangle n = (2/3)(m_0 \langle v^2 \rangle / 2)n = (1/3)\rho \langle v^2 \rangle$ (3п), а одатле $v_{\text{eff}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{3p/\rho}$, тј. $v_{\text{eff1}} = \sqrt{3p_1/\rho}$ (3п) и $v_{\text{eff2}} = \sqrt{3p_2/\rho}$ (3п). Тражено повећање Δv_{eff} једнако је $\Delta v_{\text{eff}} = v_{\text{eff2}} - v_{\text{eff1}} = \sqrt{3/\rho} \cdot (\sqrt{p_2} - \sqrt{p_1}) \approx 90 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (4п).

P3. Унутрашња енергија гаса се повећа за $\Delta U = (3/2)\nu R \Delta T = (3/2)(pV/T)\Delta T = 21,5 \text{ J}$ (4п), па је рад спољашњих сила A извршен над гасом једнак $A = \Delta U + Q = 41,5 \text{ J}$ (4п). Из услова задатка је промена притиска јако мала ($\Delta p \ll p$) па приликом израчунавања рада спољашњих сила A притисак можемо сматрати константним. Тако је $A = -p\Delta V$ (2п), па је $\Delta V = -A/p = -0,83 \text{ l}$ (2п). Другим речима, запремина балона се смањила. На основу једначине стања идеалног гаса $pV = \nu RT$ може се написати да је $\Delta p/p + \Delta V/V = \Delta T/T$ (ν и R су константе)(4п), па је $\Delta p = p \cdot (\Delta T/T - \Delta V/V) = 560 \text{ Pa}$ (4п).

P4. За изобарске процесе важи да је $V/T = \text{const}$ па је $T_1/V_1 = T_2/V_2$ (3п) и $T_3/V_3 = T_4/V_4$ (3п). Из ове две једначине, уз услове задатка $T_1 = T_4$ (1п), $T_2 = T_3$ (1п) и $V_2 = V_4$ (1п), следи да је $T_3/T_1 = V_2/V_1$ (1п) и $T_3/T_1 = V_3/V_2$ (1п). Множењем последње две једначине добија се $(T_3/T_1)^2 = V_3/V_1$ (3п), тј. $T_3/T_1 = \sqrt{V_3/V_1} = \sqrt{4} = 2$ (1п).

P5: а) Бернулијева једначина за овај случај има облик $p_1 + \rho v_1^2 / 2 = p_2 + \rho v_2^2 / 2$ (2п), па је $p_1 - p_2 = \rho v_1^2 (v_2^2 / v_1^2 - 1) / 2$ (1п). Комбинацијом једначине континуитета $S_1 v_1 = S_2 v_2$ (1п) тј. $v_2 = v_1 (S_1 / S_2)$ (1п) и израза за разлику притисака $p_1 - p_2 = \rho g \Delta H$ (1п), добијасе да је: $v_1 = \sqrt{2g\Delta H / ((R_1/R_2)^4 - 1)} = 1,98 \text{ ms}^{-1} / \sqrt{(0,1 \text{ m} / R_2)^4 - 1}$ (1п), знајући да је, у општем случају, $S = \pi R^2 / 4$ (1п). Сада је проток Q воде кроз дату цев: $Q = S_1 v_1 = 0,0156 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} / \sqrt{(0,1 \text{ m} / R_2)^4 - 1}$ (2п); б) Бернулијева једначина за овај случај има облик $p_1 = p_2 + \rho v_2^2 / 2$ (2п), па је $p_1 - p_2 = \rho v_2^2 / 2$ (1п). Комбинацијом последње једначине и израза за разлику притисака $p_1 - p_2 = \rho g \Delta H$ (1п), добијасе да је: $v_2 = \sqrt{2g\Delta H} = 1,98 \text{ ms}^{-1}$ (1п). Сада проток Q воде кроз дату цев износи: $Q = S_2 v_2 = 1,56 R_2^2 \text{ ms}^{-1}$ (2п); в) Бернулијева једначина за овај случај има облик $p_1 + \rho v_1^2 / 2 = p_2$ (2п), (имају исти референтни ниво). Сада је $p_2 - p_1 = \rho v_1^2 / 2$ (1п). Комбинацијом последње једначине и израза за разлику притисака $p_2 - p_1 = \rho g \Delta H$ (1п), добијасе да је: $v_1 = \sqrt{2g\Delta H} = 1,98 \text{ ms}^{-1}$ (1п). Сада је проток Q воде кроз дату цев: $Q = S_1 v_1 = 0,0156 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ (проток не зависи од R_2) (3п).