ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2025/2026. ГОДИНЕ

Друштво физичара Србије и
Министарство просвете Републике Србије
РЕШЕЊА – Б КАТЕГОРИЈА

I разред

ДРЖАВНИ НИВО
9. мај 2026.

1. Корак 1: Пошто се куглица еластично одбија о стрму раван, онда је брзина којом се одбила једнака по интензитету брзини којом је куглица ударила о стрму раван. Ако се координатни систем изабере као на Слици 1, онда су пројекције (почетне) брзине и убрзања на x и y осу: $v_{0x} = v_0 \sin\alpha = \frac{v_0}{2}$ **[1п]**, $v_{0y} = v_0 \cos\alpha = v_0 \frac{\sqrt{3}}{2}$ **[1п]**, $g_x = g \sin\alpha = \frac{g}{2}$ **[1п]**, $g_y = -g\cos\alpha = -g\frac{\sqrt{3}}{2}$ **[1п]**.

   Корак 2: Координата y се мења са временом на следећи начин: $y(t) = v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2} = v_0 \cos\alpha\, t - \frac{g\cos\alpha\, t^2}{2}$ **[3п]**. Време између првог и другог судара куглице са стрмом равни, T, се добија из узлова $y(T) = 0$ **[2п]**, $T = \frac{2v_0}{g}$ **[1п]**. Компонента брзине v_y којом куглица удара у тачку 2 је $v_y(T) = v_{0y} + g_y T = -v_0 \cos\alpha$. Приликом судара компонента брзине v_y промени знак, а компонента v_x остане као пре судара, тако да је време између свака два узастопна судара $T = \frac{2v_0}{g}$. Укупно време је $t = nT$ **[3п]**, где је n број судара (након првог удара куглице о стрму раван брзином v_0).

   Корак 3: За растојање l важи $l = v_{0x}t + \frac{g_x t^2}{2}$ **[3п]**, одакле се добија квадратна једначина за n, $n^2 + n - \frac{lg}{v_0^2} = 0$ **[1п]**. Њено физичко решење је $n = 5{,}1$ **[1п]**, па је укупан број судара $5 + 1 = 6$ **[2п]**.

2. а) Корак 1: Између нити и тела Т јавља се сила трења у тачкама у којима нит мења правац. Због постојања сила трења у тим двема тачкама сила затезања трпи скок, па сила затезања има три различите вредности дуж нити **[1п]**. Лево од тела сила затазења је $F_\mathrm{z} = mg$ **[2п]**, а десно од тела је F **[2п]**.

   б) Корак 1: Пошто је коефицијент трења између нити и тела много већи него између тела и стола, канап не може да проклиза пре него што тело почне да се креће и проблем се своди на мировање тела Т. Услов да је висина тела h много мања од његове дужине d обезбеђује ротациону стабилност тела. Ако је максимална сила граница да се тело не заротира око крајње десне тачке тада би сила реакције N деловала у тој тачки. Услов да нема ротације око крајње десне тачке је да је сума момената сила једнака нули. Момент силе $F_{max}\frac{\sqrt{2}}{2}h$ је много мањи од момента супротног смера чији је доминантни допринос $mg\frac{\sqrt{2}}{2}d$, па сила реакције N не може деловати у крајњој тачки већ у некој унутрашњој. Обратно, када је сила минимална услов да нема ротације око крајње леве тачке је испуњен јер је момент силе $mg\frac{\sqrt{2}}{2}h$ много мањи од момента супротног смера чији је доминантни допринос $F_{min}\frac{\sqrt{2}}{2}d$.

   Да би тело Т мировало сума спољашњих сила које делују на тело мора бити једнака нули. На тело Т делују силе затезања нити са леве и десне стране, сила нормалне реакције и сила статичког трења. Када се нит повлачи силом најмањег интензитета F_min, на тело Т делује максимално статичко трење на десно (Слика 2). Једначина равнотеже за тело Т у хоризонталном правцу је $F_\mathrm{min}\sin\alpha + F_\mathrm{tr1} = F_\mathrm{z}\sin\alpha$, односно са замењеном вредношћу угла α: $F_\mathrm{min}\frac{\sqrt{2}}{2} + F_\mathrm{tr1} = F_\mathrm{z}\frac{\sqrt{2}}{2}$ **[2п]**. Из једначине равнотеже у вертикалном правцу, $N_1 = F_\mathrm{z}\cos\alpha + F_\mathrm{min}\cos\alpha = (F_\mathrm{z} + F_\mathrm{min})\frac{\sqrt{2}}{2}$, одређујемо силу N_1, па је сила трења $F_\mathrm{tr1} = \mu N_1 = \mu(F_\mathrm{z}\cos\alpha + F_\mathrm{min}\cos\alpha) = \mu\frac{\sqrt{2}}{2}(F_\mathrm{z} + F_\mathrm{min})$ **[2п]**. Заменом вредности силе трења у једначину за равнотежу у хоризонталном правцу, добијамо $\frac{F_\mathrm{z}}{F_\mathrm{min}} = \frac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\sin\alpha - \mu\cos\alpha} = \frac{1+\mu}{1-\mu}$ **[2п]**.

   Корак 2: Када се нит повлачи силом највећег интензитета F_max, на тело Т делује максимално статичко трење на лево (Слика 3). Једначина равнотеже за тело Т у хоризонталном правцу је $F_\mathrm{max}\sin\alpha - F_\mathrm{tr2} = F_\mathrm{z}\sin\alpha$, односно са замењеном вредношћу угла α: $F_\mathrm{max}\frac{\sqrt{2}}{2} - F_\mathrm{tr2} = F_\mathrm{z}\frac{\sqrt{2}}{2}$ **[2п]**. Из једначине равнотеже у вертикалном правцу, $N_2 = F_\mathrm{z}\cos\alpha + F_\mathrm{max}\cos\alpha = (F_\mathrm{z} + F_\mathrm{max})\frac{\sqrt{2}}{2}$, одређујемо силу N_2, па је сила трења $F_\mathrm{tr2} = \mu N_2 = \mu\frac{\sqrt{2}}{2}(F_\mathrm{z} + F_\mathrm{max})$ **[2п]**. Заменом вредности силе трења у једначину за равнотежу у хоризонталном правцу, добијамо $\frac{F_\mathrm{max}}{F_\mathrm{z}} = \frac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\sin\alpha - \mu\cos\alpha} = \frac{1+\mu}{1-\mu}$ **[2п]**.

   Корак 3: Комбиновањем једначина које повезују максималну односно минималну вредност силе F са силом затезања F_z добијамо $m = F_\mathrm{z}/g = \sqrt{F_\mathrm{min}F_\mathrm{max}}/g$ **[3п]**.

3. а) Ваљак је хомоген и занемарљиве дебљине па је површинска густина масе $\sigma = \frac{m}{P}$ **[1п]**, где је површина ваљка $P = 2\pi Rh + 2\pi R^2$ **[1п]**.

   Корак 2: Основа ваљка је диск полупречника R, његова маса је $m_d = \sigma R^2\pi$ **[1п]**, а момент инерције $I_d = \frac{1}{2}m_d R^2$ **[1п]**, одакле следи $I_d = m\frac{R^3}{4(h+R)}$ **[0,5п]**.

   Корак 3: Маса омотача је $m_o = \sigma 2\pi Rh$**[1п]**, а момент инерције је $I_o = m_o R^2$ **[1п]**, одакле се добија $I_o = m\frac{R^2 h}{h+R}$ **[0,5п]**. Укупан момент инерције је $I = I_o + 2I_d$ **[0,5п]**, $I = m\frac{R^2(R+2h)}{2(h+R)}$ **[0,5п]**.

   б) Корак 1: Пројекције другог Њутновог закона на хоризонталу за квадар и ваљак су $Ma = N_2$ **[1п]** и $ma = F_\mathrm{tr1} - N_2$ **[1п]**, где је сила трења између бурета и подлоге $F_\mathrm{tr1} = \mu N_1$ **[1п]**. Сила трења између бурета

Задатке припремили: *др Бојана Бркић*, *др Биљана Николић*, Физички факултет Универзитета у Београду и *др Дејан Симић*, Институт за физику у Београду; Рецензент: *Филип Георгијевски*, Физички факултет Универзитета у Београду; Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *Проф. др Имре Гут*, Природно-математички факултет Универзитета у Новом Саду

и квадра је $F_{\text{tr2}} = \mu N_2$ **[1п]**. Из услова да нема убрзања бурета по вертикали добијамо $N_1 = mg - F_{\text{tr2}}$ **[1п]**. Решавањем система једначина се добија убрзање $a = \frac{\mu mg}{m+(1+\mu^2)M}$ **[1п]** и силе реакција $N_1 = \frac{m(m+M)g}{m+(1+\mu^2)M}$ **[0,5п]** и $N_2 = \frac{\mu mMg}{m+(1+\mu^2)M}$ **[0,5п]**.

Корак 2: Други Њутнов закон за ротацију бурета гласи $I\alpha = (F_{\text{tr1}} + F_{\text{tr2}})R$ **[1п]**. Заменом израза за силе трења, убрзање a и силе реакција N_1 и N_2 се добија угаоно убрзање $\alpha = \frac{\mu mgR(m+(1+\mu)M)}{I(m+(1+\mu^2)M)}$ **[1п]**.

Корак 3: Угаона брзина се мења са временом на следећи начин $\omega = \omega_0 - \alpha t$ **[0,5п]**, док је брзина дата са $v = at$ **[0,5п]**. Проклизавање престаје када $v = \omega R$ **[0,5п]** и тада сила трења F_{tr1} и сила реакције N_2 падају на нулу, самим тим квадар и центар бурета настављају да се крећу константном брзином. Из претходних једначина се добија време за које престаје проклизавање $t = \frac{\omega_0 R}{a+\alpha R}$ **[0,5п]**. Заменом вредности за a и α добија се $t = \frac{\omega_0 RI(m+(1+\mu^2)M)}{\mu mg(I+R^2(m+(1+\mu)M))}$ **[0,5п]** и коначно успостављена брзина $v = \frac{\omega_0 RI}{I+R^2(m+(1+\mu)M)}$ **[0,5п]**.

4. Корак 1: Изаберимо део штапа дужине x мерено од слободног краја штапа (Слика 5), а пошто је x произвољно резултати важе за сваку тачку на штапу. Силе које делују на део штапа су сила затезања у тачки x, $T(x)$ паралелно штапу, сила смицања у тачки x, $S(x)$ нормално на штап и гравитациона сила на тај део штапа, F_x дуж вертикале на доле **[2п]**. Пошто је штап хомоген $F_x = \frac{x}{l}mg$ **[2п]**. Компонента гравитационе силе паралелна штапу је $F_p = \frac{x\sqrt{3}}{2l}mg$ **[1п]**, а нормална на штап $F_n = \frac{x}{2l}mg$ **[1п]**. Захтев за статичност је да је сума сила дуж сваке осе нула $T(x) - F_p = 0$ **[2п]** и $S(x) - F_n = 0$ **[2п]** одакле следи $T(x) = \frac{x\sqrt{3}}{2l}mg$ **[1п]** и $S(x) = \frac{x}{2l}mg$ **[1п]**.

   Корак 2: Центар масе дела штапа дужине x је на средини, па је крак силе $d = \frac{x}{2}$ **[2п]**. Сила која ствара спољни момент је нормална компонента силе F_n **[2п]**. Момент гравитационе силе у тачки x је $M_g(x) = F_n d$ **[1п]**. Из услова статичности следи да сума момената сила мора бити нула $M_g(x) - M(x) = 0$ **[2п]**, самим тим унутрашњи момент силе је једнак по интензитету моменту гравитационе силе $M(x) = \frac{x^2}{4l}mg$ **[1п]**.

5. Корак 1: Једначина кретања возила на врху брда је $ma_n = \frac{mv^2}{R} = mg - N$ **[1п]**, где је $N = F$ сила коју мери сензор. Зависност силе F од квадрата брзине возила је линеарна: $F(v^2) = av^2 + b$, где је нагиб $a = -\frac{m}{R}$, а одсечак на y-оси $b = mg$ **[1п]**. Са графика зависности $F(v^2)$ могу се одредити параметри a и b и даље маса возила као: $m = b/g$ **[1п]** и радијус кривине брда у највишој тачки као $R = -\frac{b}{ag}$ **[1п]**.

   Корак 2: У табели (Табела 1) су дате вредности за v, v^2, Δv^2 и F, док је грешка мерења силе иста за све експерименталне тачке $\Delta F = 0{,}01\,\text{kN}$. Грешка величине v^2 рачуна се по формули $\Delta v^2 = 2v\Delta v$ **[0,5п]**. Код сваког мерења, тачно израчунате вредности за v^2 и Δv^2 бодовати са **[0,25п]**.

$v[\frac{\text{m}}{\text{s}}]$	$v^2[\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}]$	$\Delta v^2[\text{m}^2/\text{s}^2]$	$F[\text{kN}]$
6,0	36	3	9,17
8,0	64	4	8,66
10,0	100	4	8,02
12,0	144	5	7,26
14,0	196	6	6,27
16,0	256	7	5,14

Табле 1: Табела 1

   График зависности $F(v^2)$ дат је на слици (Слика 6). Правилно обележене осе са размером бодовати са по **[0,5п]**. Сваку тачно унету експерименталну тачку бодовати са по **[0,5п]**. Коректно изабрану праву која пресеца све експерименталне тачке у опсегу њихових грешака бодовати са **[0,5п]**.

   Корак 3: На уцртаној правој линеарне зависности $F(v^2)$ изабрати две тачке (A и B) тако да се прва тачка налази између прве две експерименталне тачке, а друга тачка између последње две експерименталне тачке. Координате тачака су: $\text{A} = (x_\text{A}, y_\text{A}) = (40\,\text{m}^2/\text{s}^2, 9{,}10\,\text{kN})$, $\text{B} = (x_\text{B}, y_\text{B}) = (250\,\text{m}^2/\text{s}^2, 5{,}30\,\text{kN})$. Правилно изабране тачке и очитане координате бодовати са по **[0,5п]** за сваку тачку. Грешка за координату тачаке одређује се као максимум од најмањег подеока на графику и грешака суседних тачака. У конкретној размери најмањи подеоци имају вредности $1\,\text{m}^2/\text{s}^2$ за x-осу и $0{,}025\,\text{kN}$ за y-осу, па су грешке очитатних координата: $\Delta x_\text{A} = 4\,\text{m}^2/\text{s}^2$, $\Delta y_\text{A} = 0{,}10\,\text{kN}$, $\Delta x_\text{B} = 7\,\text{m}^2/\text{s}^2$ и $\Delta y_\text{B} = 0{,}10\,\text{kN}$. Сваку тачно одређену грешку бодовати са **[0,25п]**.

Задатке припремили: *др Бојана Бркић*, *др Биљана Николић*, Физички факултет Универзитета у Београду и *др Дејан Симић*, Институт за физику у Београду; Рецензент: *Филип Георгијевски*, Физички факултет Универзитета у Београду; Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *Проф. др Имре Гут*, Природно-математички факултет Универзитета у Новом Саду

Корак 4: Коефицијент правца линеарне зависности добија се по формули: $a = \frac{y_\mathrm{B} - y_\mathrm{A}}{x_\mathrm{B} - x_\mathrm{A}} = -18{,}09\,\mathrm{kg/m}$ **[0,5п]**, а релативна грешка коефицијента правца као: $\delta a = \frac{\Delta y_\mathrm{B} + \Delta y_\mathrm{A}}{|y_\mathrm{B} - y_\mathrm{A}|} + \frac{\Delta x_\mathrm{B} + \Delta x_\mathrm{A}}{|x_\mathrm{B} - x_\mathrm{A}|} = 10{,}50\%$. Апсолутна грешка коефицијента правца је $\Delta a = |a|\delta a = 1{,}90\,\mathrm{kg/m}$ **[0,5п]**.

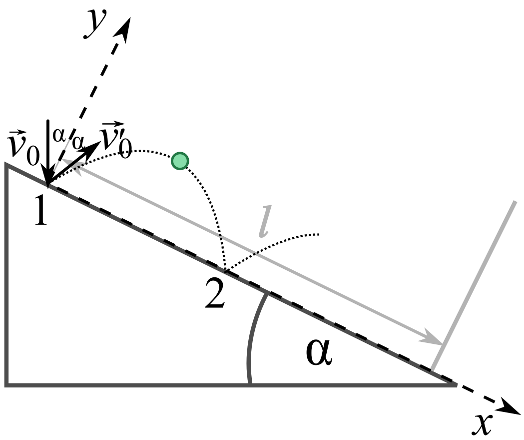
Вредност одсечка на y-оси се директно очитава са графика $b = 9{,}82\,\mathrm{kN}$ **[0,5п]**. За грешку одсечка на y-оси Δb узима се максимум од грешке појединачног мерења силе и најмањег подеока на графику, $\Delta b = 0{,}10\,\mathrm{kN}$ **[0,5п]**.

Корак 5: Из добијене вредности параметра b рачунамо масу возила $m = \frac{b}{g} = 1001{,}1\,\mathrm{kg}$ **[0,5п]**. Апсолутна грешка масе возила је $\Delta m = \frac{\Delta b}{g} = 10{,}2\,\mathrm{kg}$ **[0,5п]**. Коначни резултат за масу возила је $m = (1001 \pm 11)\,\mathrm{kg}$ **[1п]**.

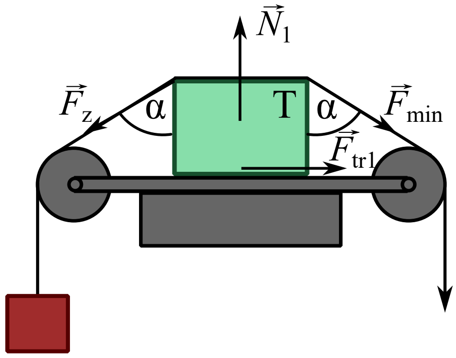
Радијус кривине врха брда рачуна се као $R = -\frac{b}{ag} = 54{,}94\,\mathrm{m}$ **[0,5п]**. Релативна грешка величине R је $\delta R = \delta a + \delta b = 11{,}52\%$, па је апсолутна грешка радијуса кривине врха брда $\Delta R = R\delta R = 6{,}37\,\mathrm{m}$ **[0,5п]**. Коначни резултат за радијус кривине врха брда је $R = (55 \pm 6)\,\mathrm{m}$ **[1п]**.

Напомене: Код бодовања коначних резултата, признавати само правилно мајориране грешке и заокружене вредности на исти број значајних цифара. Код мајорирања грешака, признавати и резултате у којима је апсолутна грешка код које је прва значајна цифра 1 представљена са само једном значајном цифром.

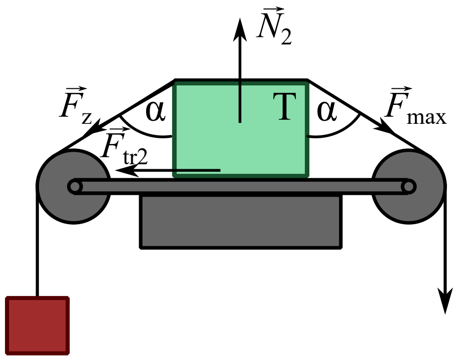
Задатке припремили: *др Бојана Бркић*, *др Биљана Николић*, Физички факултет Универзитета у Београду и *др Дејан Симић*, Институт за физику у Београду; Рецензент: *Филип Георгијевски*, Физички факултет Универзитета у Београду; Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *Проф. др Имре Гут*, Природно-математички факултет Универзитета у Новом Саду



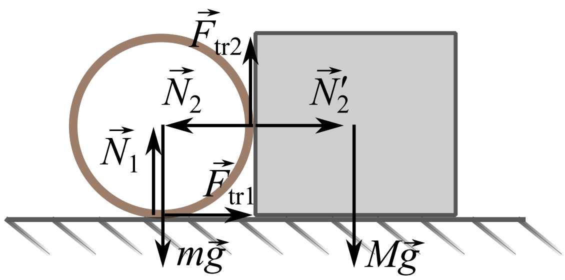
Слика 1



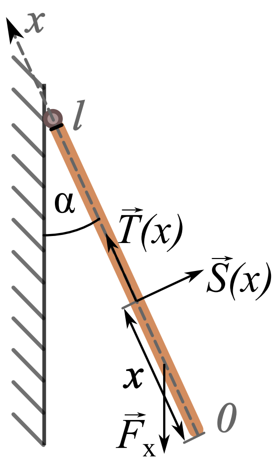
Слика 2



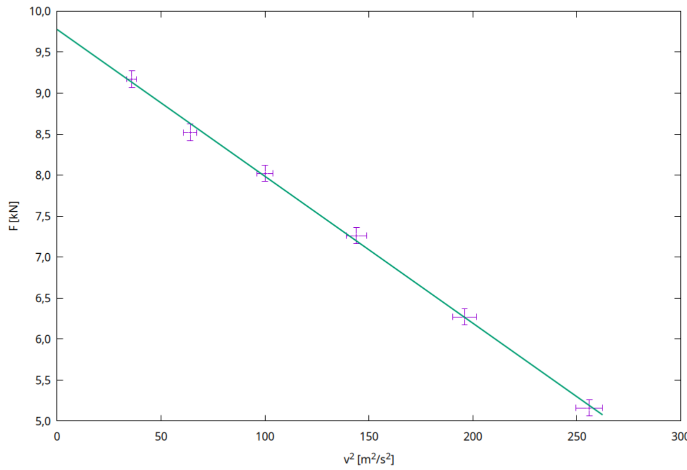
Слика 3



Слика 4



Слика 5



Слика 6: Сила којом возило притиска подлогу у функцији квадрата брзине возила

Задатке припремили: *др Бојана Бркић*, *др Биљана Николић*, Физички факултет Универзитета у Београду и *др Дејан Симић*, Институт за физику у Београду; Рецензент: *Филип Георгијевски*, Физички факултет Универзитета у Београду; Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *Проф. др Имре Гут*, Природно-математички факултет Универзитета у Новом Саду