

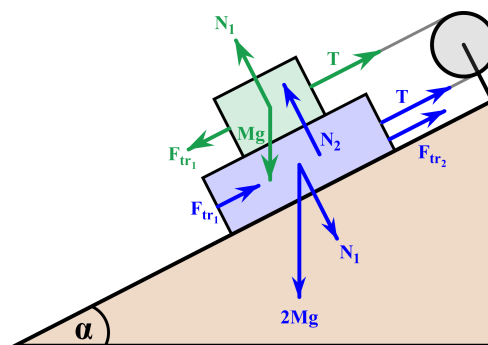


I разред

Друштво физичара Србије и  
Министарство просвете Републике Србије  
РЕШЕЊА – Б КАТЕГОРИЈА

ОКРУЖНИ НИВО  
16. март 2024.

- Систем се састоји од 3 целине. Прва целина је део система између шипке масе  $m_1$  и зида. Друга целина су опруге између шипки маса  $m_1$  и  $m_2$ , док је трећа целина тело масе  $m$  и опруга на коју је закачено. Унутар сваке целине издужење свих опруга је једнако:  $\Delta l_1$ ,  $\Delta l_2$  и  $\Delta l_3$  за прву, другу и трећу целину респективно. У финалној конфигурацији сва тела мирују, те укупна сила која делује на свако од тела мора бити једнака нули. Применом овог услова на шипку масе  $m_1$  добија се:  $m_1g + 2k\Delta l_2 = 3k\Delta l_1$  [3п]. Услов мировања шипке масе  $m_2$  је:  $m_2g + k\Delta l_3 = 2k\Delta l_2$  [3п], док је мировање тела масе  $m$  загарантовано условом  $mg = k\Delta l_3$  [3п]. Из ових једначина могу се одредити издужења опруга:  $\Delta l_1 = (m_1 + m_2 + m)g/3k$  [3п],  $\Delta l_2 = (m_2 + m)g/2k$  [3п] и  $\Delta l_3 = mg/k$  [3п]. Укупна дужина система износи:  $L = 3l_0 + 2d + g(2m_1 + 5m_2 + 11m)/6k$  [2п].
- а) Како су убрзања оба тела истог интензитета  $a$ , до момента када се нађу на истој висини, имаће исте пређене путеве  $H/2$ , па је:  $\frac{H}{2} = \frac{1}{2}at^2$  [2п]. На основу овога, добијамо да је убрзање сваког тела једнако:  $a = H/t^2 = 0,8m/s^2$  [3п]. Једначине кретања тела маса  $m_1$  и  $m_2$  су:  $m_1 = T - m_1g$  [1п] и  $m_2 = m_2g - T$  [1п]. Решавањем овог система, добија се непозната маса:  $m_2 = m_1 \frac{g+a}{g-a}$  [2п]. Када у предходну једначину уврстимо израз за убрзање  $a$  добија се:  $m_2 = m_1 \frac{g+H/t^2}{g-H/t^2} = 1,18 kg$  [1п].  
б) Када тело масе  $m_2$  удари о сто, а тело масе  $m_1$  се попне до висине  $H$ , тела имају брзину  $v = \sqrt{2aH}$  [3п]. Након тога, тело масе  $m_1$  наставља да се креће по инерцији вертикално навише са почетном брзином  $v$  и на њега делује само сила гравитације, тако да је:  $v^2 = 2gh$  [2п], где је  $h$  висина коју пређе тело масе  $m_1$  крећући се вертикално навише. Ова висина једнака је:  $h = \frac{v^2}{2g}$  [1п]. На основу овога, добијамо да је максимална висина коју достигне тело масе  $m_1$  једнака:  $H_{max} = H + h = H(1 + a/g)$  [3п], односно:  $H_{max} = 21,63 m$  [1п].
- Нека  $t$  укупно време пада и обележимо временски интервал  $\tau = 1 s$ . Висина зграде дата је изразом:  $s = gt^2/2$  [2п]. Пут који тело пређе у претпоследњој секунди је:  $s_1 = g(t - \tau)^2/2 - g(t - 2\tau)^2/2$  [4п], док пут који тело пређе у последњој секунди кретања износи:  $s_2 = gt^2/2 - g(t - \tau)^2/2$  [4п]. По услову задатка важи:  $2s_1 = s_2$ , што даје једначину  $2\tau(2t - 3\tau) = \tau(2t - \tau)$ . Решавањем ове једначине добија се:  $t = \frac{5}{2}\tau = 2,5 s$  [7п], па је висина зграде:  $s = \frac{1}{2}g(\frac{5}{2}\tau)^2 = \frac{25}{8}g\tau^2 = 30,66 m$  [3п].
- Како је убрзање тела  $a$ , а нит неистегљива, то је угаоно убрзање котура  $\alpha = a/R$  [3п]. Тангенцијално убрзање тачке  $A$  је:  $a_{A\tau} = \alpha r = ar/R$  [4п]. Када котур направи  $N$  пуних кругова он опише угао  $\theta = 2N\pi = 5\pi$  [2п] и има угаону брзину  $\omega = \sqrt{2\alpha\theta} = \sqrt{4N\pi a/R}$  [3п], па је нормално убрзање тачке  $A$  у том тренутку једнако:  $a_{An} = \omega^2 r = 4N\pi ar/R$  [4п]. Укупно убрзање тачке  $A$  је:  $a_A = \sqrt{a_{A\tau}^2 + a_{An}^2} = \frac{ar}{R} \sqrt{1 + (4N\pi)^2} = 28,29 m/s^2$  [4п].
- На слици су приказане силе које делују на тела у референтном систему везаном за непокретну стрму раван. Убрзања оба тела су истог интензитета, али имају супротан смер. Једначине кретања тела масе  $M$  и  $2M$  су:  $Ma = T - F_{tr1} - Mg \sin \alpha$  [3п] и  $2Ma = 2Mg \sin \alpha - F_{tr1} - F_{tr2} - T$  [3п]. У правцу нормале на стрму раван тела се не крећу, па важи:  $N_1 = Mg \cos \alpha$  [2п] и  $N_2 = N_1 + 2Mg \cos \alpha$  [2п], па је:  $F_{tr1} = \mu N_1 = \mu Mg \cos \alpha$  [1п] и  $F_{tr2} = \mu N_2 = 3\mu Mg \cos \alpha$  [1п]. Сабирањем једначина кретања добијамо:  $3Ma = Mg \sin \alpha - 2F_{tr1} - F_{tr2}$ . Након што уврстимо једначине за  $F_{tr1}$  и  $F_{tr2}$ , добијамо једначину:  $3Ma = Mg \sin \alpha - 5\mu Mg \cos \alpha$ . На основу овога, убрзање оба тела је:  $a = \frac{g}{3}(\sin \alpha - 5\mu \cos \alpha)$  [4п]. Услов да се тело масе  $2M$  креће наниже је  $a > 0$ . Овакво кретање је могуће ако је коефицијент трења  $\mu < \frac{1}{5} \tan \alpha = \frac{1}{5\sqrt{3}}$  [4п].



Слика 1