



I
РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете Републике Србије
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА Бета

ОКРУЖНИНОВО
18.03.2023.

1. Угаоне брзине сатне и минутне казаљке су редом $\omega_s = \frac{2\pi}{12h}$ [1п] и $\omega_m = \frac{2\pi}{1h}$ [1п]. Означимо са φ_s оштар угао који гради сатна казаљка са положајем казаљки који одговара времену од тачно 12 h („подне“ или „поноћ“ на Земљи), а са θ оштар угао између сатне и минутне казаљке у тренутку када је Марса почела да ради задатке. До тренутка када је Марса завршила израду задатака прошло је t времена, а пошто су казаљке замениле места важе релације $\theta = \omega_s t$ [2п] и $2\pi \cdot k - \theta = \omega_m t$ [4п], где је $k = 4$ [1п] зато што је прошло мање од 4 h, а више од 3 h. Решавањем једначина долази се до времена $t = \frac{2\pi \cdot 4}{\omega_m + \omega_s} = \frac{4 \cdot 12}{13} h \approx 3.69h \approx 3h 41min 32s$ и угла $\theta = \frac{2\pi \cdot 4 \cdot \omega_s}{\omega_m + \omega_s} = \frac{4}{13} \cdot 2\pi rad$ [1п]. Марса је израду задатака започела у τ . То значи да је положај сатне казаљке одређен са $\varphi_s = 2\pi - \omega_s \tau$ [2п], а положај минутне казаљке одређен са $2\pi \cdot l + \theta - \varphi_s = \omega_m \tau$ [4п], где је $l = 10$ [1п] зато што је израда задатака започета између 10 h и 11 h. Добија се тражено време $\tau = \frac{2\pi \cdot (13\omega_s + 9\omega_m)}{\omega_m^2 - \omega_s^2} = \frac{12 \cdot 121}{11 \cdot 13} h \approx 10.15h \approx 10h 9min 14s$ [2п+1п]. Марса је завршила израду задатака око 13 h 50min 46s.

Напомена: Сем бројне вредности за тражено време τ , ни једна друга бројна вредност се не бодује.

2. Обележимо избројана поља са n_1 и n_2 , а времена са t_1 и t_2 . Тада важе релације $N = n_1 + n_2$ (1) [1п] и $t = t_1 + t_2$ (2) [1п]. Нека је Драганова брзина, у првом случају у односу на покретну траку, у другом случају у односу на земљу иста и обележена са v , док је брзина покретне траке у односу на земљу обележена са u . Крећући се по покретној траци, Драган прешао пут L у односу на земљу те важи $(u + v) \cdot t_1 = L$ (3) [3п]. Током кретања избројао је сва поља која одговарају његовом пређеном путу у односу на траку $v \cdot t_1 = n_1 \cdot l$ (4) [3п]. Аналогно, при повратку прешао је исти пут у односу на Земљу $v \cdot t_2 = L$ (5) [3п], а избројао је сва поља која су прошла поред њега $(u + v) \cdot t_2 = n_2 \cdot l$ (6) [3п]. Из једначина (1), (2), (4) и (6) можемо добити да важи $N = v \cdot \frac{t}{l} + u \cdot \frac{t_2}{l}$. Сабирајући једначине (3) и (5) добија се слична једначине $2 \cdot \frac{L}{l} = v \cdot \frac{t}{l} + u \cdot \frac{t_1}{l}$. Сабирајући последње две једначине долази се до $2v + u = \frac{Nl + 2L}{t}$ (7). Из једначина (2), (3), (5) и (7) можемо добити још једну једначину $v \cdot (v + u) = \frac{L}{t} \cdot \frac{Nl + 2L}{t}$ (8). Множећи једначину (8) са 2, једначину (7) са v може се изразити Драганова брзина преко брзине траке $v = \frac{2 \cdot \frac{L}{t} \cdot \frac{Nl + 2L}{t}}{u + \frac{Nl + 2L}{t}}$. Заменом у једначину (7) долази се до тражене брзине траке $u = \sqrt{\frac{(Nl)^2 - (2L)^2}{t^2}} = 0.625 \frac{m}{s}$ [5п+1п].

3. Тело се наизменично креће константном брзином и равномерно успорено убрзањем $a = \mu \cdot g$ [1п]. До заустављања, посматрајући само делове пута на којима успорава, тело пређе укупно α храпавих делова и важи $\alpha = \frac{v_0^2}{2\mu g} = 4$ [2п], што значи да ће се тело зауставити на самом крају четвртог храпавог дела пута. На сваком i -том глатком делу пута тело се креће константном брзином $v_{0,i}$ и прелази га са време $\Delta t_i = \frac{l}{v_{0,i}}$ (1) [2п]. Иста брзина $v_{0,i}$ је и почетна на следећем, i -том храпавом делу пута, а $v_{0,i+1}$ је крајња брзина на i -том храпавом, а почетна на $i + 1$ -ом глатком делу пута. За њих важи релација $v_{0,i+1}^2 = v_{0,i}^2 - 2\mu g$ (2) [3п]. Одредивши брзину $v_{0,i+1}$ на основу претходне $v_{0,i}$, може се одредити време кретања на i -том храпавом делу пута $\Delta t_i = \frac{v_{0,i} - v_{0,i+1}}{\mu \cdot g}$ (3) [2п]. Како је позната брзина на почетку кретања $v_{01} = v_0$ применом релација (1), (2) и (3) добијају потребне вредности за цртање графика: $\Delta t_1 = \frac{l}{v_0} = \frac{\sqrt{4}}{4} s = 0.5 s$, $v_{02} = 2\sqrt{3} \frac{m}{s} \approx 3.46 \frac{m}{s}$, $\Delta t_1 = 2(\sqrt{4} - \sqrt{3}) s \approx 0.54 s$, $\Delta t_2 = \frac{l}{v_{02}} =$

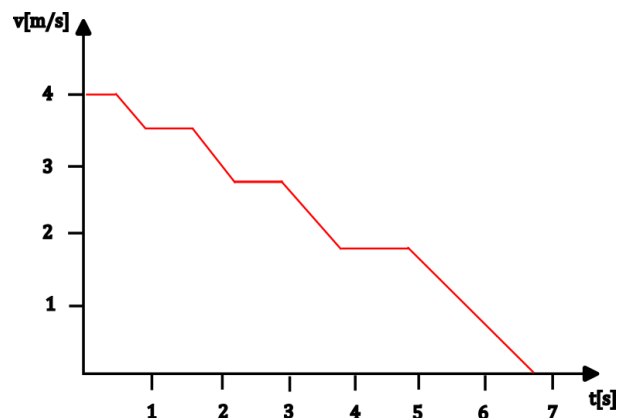


График зависности врзине од времена



**ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2022/2023. ГОДИНЕ.**



$\frac{\sqrt{3}}{3} s \approx 0.58 s$, $v_{03} = 2\sqrt{2} \frac{m}{s} \approx 2.83 \frac{m}{s}$, $\Delta t_2 = 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) s \approx 0.64 s$, $\Delta \tau_3 = \frac{l}{v_{03}} = \frac{\sqrt{2}}{2} s \approx 0.71 s$, $v_{04} = 2 \frac{m}{s}$,
 $\Delta t_3 = 2(\sqrt{2} - \sqrt{1}) s \approx 0.83 s$, $\Delta \tau_4 = \frac{l}{v_{04}} = \frac{\sqrt{1}}{1} s = 1 s$, $v_{05} = 0$, $\Delta t_4 = 2(\sqrt{1} - \sqrt{0}) s = 2 s$. Свака тачно израчуната вредност носи **[0.5п]**. На основу наведених вредности може се израчунати укупно време кретања $t_u = \Delta \tau_1 + \Delta t_1 + \Delta \tau_2 + \Delta t_2 + \Delta \tau_3 + \Delta t_3 + \Delta \tau_4 + \Delta t_4 \approx 6.78 s$, средња брзина тела на целом путу $v_{sr} = \frac{s_u}{t_u} = \frac{8l}{t_u} \approx 2.36 \frac{m}{s}$ **[1п]** и средње убрзање тела на целом путу $a_{sr} = \frac{\Delta v}{t_u} = \frac{v_0}{t_u} \approx 0.59 \frac{m}{s^2}$ **[1п]**.

Напомена: Бодовати са **[2п]** сваки график који довољно личи на график из решења уколико је цртан на основу тачних бројних вредности.

4. **Први начин:** До поготка долази за време t када се торпедо и брод A нађу на истом месту на води. Нека је брзина торпедо у правцу BM једнака v_x , а у правцу MA једнака v_y , односно важи да је $v^2 = v_x^2 + v_y^2$ (1) **[2п]**. До судара долази ако су задовољене релације $v_x t = s$ (2) **[4п]** и $v_y t = l + ut$ (3) **[4п]**. Елиминацијом времена долази се до квадратне једначине по v_x која гласи $(1 + \frac{l^2}{s^2}) \cdot v_x^2 + 2u \frac{l}{s} \cdot v_x + u^2 - v^2 = 0$. Физичко решење (позитивно!) је $v_x = 20\sqrt{2} \frac{km}{h}$ **[1п]**. Из једначине (1) следи да је $v_y = 20\sqrt{2} \frac{km}{h}$ што значи да је $v_x = v_y$ **[2п]** па је тражени угао $\theta = 45^\circ$ **[5п]**. Из релације (2) следи тражено време $t = \frac{\sqrt{2}}{20} h \approx 4 \text{ min } 15 s$ **[2п]**.

Други начин: Уколико брзину разложимо преко угла θ тада важе релације $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ (1) **[2п]**, $v \cos \theta t = s$ (2) **[4п]** и $v \sin \theta t = l + ut$ (3) **[4п]**. Елиминацијом времена t долази се до једначине $sv \sin \theta = us + lv \cos \theta$ која заменом познатих вредности постаје $20 \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} + 19 \cos \theta$. Овде се решење може погодити $\sin \theta = \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ **[3п]**, односно $\theta = 45^\circ$ **[5п]**. Из релације (2) следи тражено време $t = \frac{\sqrt{2}}{20} h \approx 4 \text{ min } 15 s$ **[2п]**.

Напомена: Идентично као у првом случај бодовати уколико се постави квадратна једначина по v_y , $\sin \theta$ или $\cos \theta$. Уколико се постави квадратна једначина по t , за тачно физичко решење дати **[3п]** уместо **[2п]**.

5. Обележимо са T силу затезања конца, са F_{tr1} силу трења између малог тела (месе m) и великог тела (месе M) и са F_{tr2} силу трења између великог тела и подлоге. У првом случају маса тела m' је сувише мала те се систем неће кретати у односу на земљу односно сва ће убрзања бити $a_1 = 0$ **[2п]**. Једначине кретања (равнотеже) у том случају гласе $m'g = T$, $T = F_{tr1}$ и $F_{tr1} = F_{tr2}$. Јасно је да са повећањем масе m' расте и сила T и обе силе трења мировања. Следећи случај кретања догађа се када неко тело проклиза. Које ће тело прво проклизати зависи од односа вредности сила трења клизања – максималних вредности сила трења мировања које су $F_{tr1,max} = \mu_1 mg$ и $F_{tr2,max} = \mu_2 (m + M)g$. Услов из задатка помножен са mg значи да је $F_{tr1,max} < F_{tr2,max}$ и да ће прво проклизати мало тело **[8п]**. У овом, другом случају, важе једначине кретања $m'a_2 = m'g - T$ **[1п]**, $ma_2 = T - \mu_1 mg$ **[2п]** и $F_{tr2} = \mu_1 mg < F_{tr2,max}$. Велико тело се не креће и неће бити покренуто са порастом масе m' јер на њега делује константа сила **[1п]**, а убрзање тела маса m и m' је $a_2 = \frac{m - \mu_1 m}{m' + m} g$ **[2п]**. Прелаз између ова два случаја дешава се када је $a_2 = 0$ односно када је $m' = \mu_1 m$ **[3п]**. Дакле, када је $m' \leq \mu_1 m$ дешава се први случај **[0.5п]** (нема кретања тела у односу на земљу). Када је $m' > \mu_1 m$ дешава се други случај **[0.5п]** (мало тело проклизава по великом које и даље мирује у односу на земљу).

Напомена: Сваки исправан начин на које је закључено да ће проклизати мало тело због односа датог у задатку бодовати са **[8п]**. Уколико ваљаних аргумената нема, већ је само анализиран (и) тај случај, не бодовати са **[8п]**.

Признати и праведно бодовати и сва решења која нису по кључу!

Члановима комисије желимо успешан рад и пријатан дан!