



I РАЗРЕД

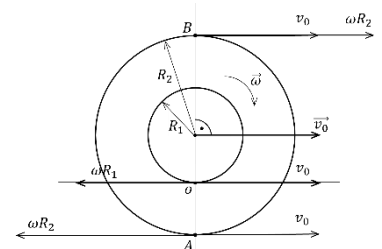
Друштво физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког
развоја Републике Србије
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА- БЕТА

ОПШТИНСКИ НИВО
19.02.2022.

1. Поделитемо путовање на два дела. Први део је путовање чамца од брода A до брода B . Други део је путовање натраг. Нека је t_1 време путовања чамца на првом делу, а t_2 време путовања чамца на другом делу пута тако да путовање траје укупно $t = t_1 + t_2$ (1)[1п] и нека је u брзина реке. Означимо са S_0 почетно растојање између бродова, са S_1 растојање између бродова у тренутку када чамац стигне до брода B и S_2 растојање између бродова у тренутку када се чамац врати у брод A . Референтни систем ћемо узети за обалу (уколико је везан за реку добијају се одговарајуће једначине које подједнако вреде). Можемо уочити да на првом делу пута постоје следеће две везе. Прво, чамац треба да пређе почетно растојање S_0 и пут који до сусрета пређе брод B што значи да важи $v_1 t_1 = s_0 + (v_B + u)t_1$ (2)[2п]. Друго, растојање S_1 представља разлику пређених путева чамца и брода A што значи да важи $s_1 = v_1 t_1 - (v_A + u)t_1$ (3)[2п]. Сличном анализом другог дела путовања долазимо до једначина $s_1 = v_2 t_2 + v_A t_2$ (4)[2п] и $s_2 = (v_B + u)t_2 + v_2 t_2$ (5)[2п]. Из једначине (2) следи $t_1 = \frac{s_0}{v_1 - v_B - u}$ [2п], затим из једначина (3) и (4) следи $t_2 = \frac{v_1 - v_A - u}{(v_1 - v_B - u)(v_2 + v_A + u)} s_0$ [2п]. Пошто је укупно време путовања одређено једначином (1), заменом добијених релација за времена t_1 и t_2 , уз мало рачуна, добија се квадратна једначина по брзини реке: $u^2 - u(v_1 - v_2 - v_A - v_B) - [(v_1 - v_B)(v_2 + v_A) - s_0 t v_1 + v_2] = 0$ [4п]. У зависности од односа величина које ова једначина може и не мора имати физичко решење. Међутим, у случају нашег задатка она се своди на једначину $u^2 + 2u - 8 = 0$, где је u бројна вредност брзине изражене у $\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Једначина се може препаковати на $(u - 2)(u + 4) = 0$ па је физичко решење брзине реке $u = 2 \text{ km/h}$ [1п]. Из једначине (5), следи тражено растојање $s_2 = \frac{(v_1 - v_A - u)(v_2 + v_B + u)}{(v_1 - v_B - u)(v_2 + v_A + u)} s_0 = 675 \text{ m}$ [1+1п].

2. Друго тело слободно пада па му је брзина у сваком тренутку вертикална, усмерена наниже и мења се по закону $v_1 = gt$. У тренутку судара прво тело мора имати само хоризонталну компоненту брзине па закључујемо да се судар дешава у највишој тачки путање првог тела што значи да друго тело слободно пада ка тој тачки са неке висине h_2 у односу на земљу, тачно изнад те тачке [3п]. Разложимо почетну брзину првог тела на хоризонталну $v_{1x0} = v_0 \cos \alpha = \frac{v_0 \sqrt{3}}{2}$ [2п] и вертикалну компоненту $v_{1y0} = v_0 \sin \alpha = \frac{v_0}{2}$ [2п]. Нека је време протекло до судара t_s . Пошто прво тело у тренутку судара нема вертикалну компоненту важи $v_{1y0} - gt_s = 0$ [1п] па је $t_s = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0}{2g}$ [1п]. До судара прво тело превали висинску разлику $\Delta h_1 = \frac{v_{1y0}^2}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{v_0^2}{8g}$ [2п]. Друго тело се спусти за $\Delta h_2 = \frac{gt_s^2}{2} = \Delta h_1$ [2п]. Дакле, друго тело пада са висине $h_2 = h_1 + \Delta h_1 + \Delta h_2 = h_1 + \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} = h_1 + \frac{v_0^2}{4g} = 21.25 \text{ m}$ [2+1п]. У тренутку судара друго тело има брзину $v_{2s} = gt_s = v_0 \sin \alpha = \frac{v_0}{2} = 7.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ [1+1п], а пошто се током кретања првог тела хоризонтална компонента брзине не мења, у тренутку судара брзина му је $v_{1s} = v_{1x} = v_{1x0} = 12.99 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ [1+1п].

3. У тачки додира ваљка са шинама (Слика 3, тачка O) важи $v_0 = \omega R_1$ [6п]. У тачки A брзина је једнака $v_A = v_0 - \omega R_2 = v_0 (1 - \frac{R_2}{R_1})$ [5+2п], док је у тачки B $v_B = v_0 + \omega R_2 = v_0 (1 + \frac{R_2}{R_1})$ [5+2п].



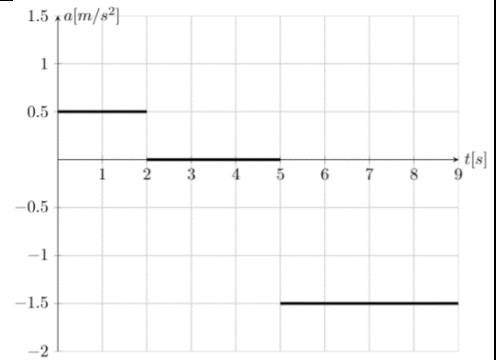
Слика 3



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2021/2022. ГОДИНЕ.



4. Убрзање у првом делу пута (од $0s$ до $2s$) износи $a_1 = \frac{v(2)-v(0)}{\Delta t} = \frac{3\frac{m}{s}-2\frac{m}{s}}{2s-0s} = 0,5\frac{m}{s^2}$ [2п]. У другом делу пута (од $2s$ до $5s$) тело се равномерно креће, па је $a_2 = 0$. У трећем делу пута (од $5s$ до $9s$), убрзање тела износи $a_3 = \frac{-3\frac{m}{s}-3\frac{m}{s}}{9s-5s} = -1,5\frac{m}{s^2}$ [2п]. Пређени пут од $1s$ до $2s$ износи $s_1 = v(t_1)\Delta t_1 + \frac{1}{2}a_1(\Delta t_1)^2 = 2,75m$ [2п], где је $v(t_1) = v(0) + a_1\Delta t_1 = 2,5\frac{m}{s}$. Пређени пут од $2s$ до $5s$ износи $s_2 = v(2)\Delta t_2 = 9m$ [1п]. Пређени пут од $5s$ до $6s$ износи $s_3 = v(2)\Delta t_3 + \frac{1}{2}a_3(\Delta t_3)^2 = 2,25m$ [1п]. Средња путна брзина од тренутка t_1 до тренутка t_2 износи $v_{sr} = \frac{s_1+s_2+s_3}{t_2-t_1} = 2,8\frac{m}{s}$ [2+1п]. Померај тела је једнак $\Delta r = \Delta r_1 + \Delta r_2 + \Delta r_3 = 14m$ [2+1п], где је: $\Delta r_1 = v(0)\Delta t + \frac{1}{2}a_1(\Delta t)^2 = 5m$, $\Delta r_2 = v(2)\Delta t_2 = 9m$ и $\Delta r_3 = v(2)(9s - 5s) + \frac{1}{2}a_3(9s - 5s)^2 = 0$ [3п].



Слика 4

- График зависности убрзања од времена је дат на слици 4 [3п]. Признати и решења која користе површину испод графика за одређивање пређеног пута; као и друге добре методе долажења до тачних решења.
5. Средње угаоно убрзање дато је изразом $\alpha_{sr} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ [3п]. Пошто се точак на крају пута зауставио, промена угаоне брзине је $\Delta\omega = \omega_0 = \frac{v_0}{r}$ [3п]. Протекло време $\Delta t = t$ до заустављања добија се из два услова – да се точак на крају пута зауставио $0 = v_0 - at$ [3п] и да је прешао пут s до заустављања $s = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ [3п]. Елиминацијом убрзања добија се $\Delta t = t = \frac{2s}{v_0}$ [4п] па је тражено средње убрзање $\alpha_{sr} = \frac{v_0^2}{2rs} = 1\frac{rad}{s^2}$ [3+1п].

Члановима комисије желимо успешан рад и пријатан дан!