



I

РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког
развоја Републике Србије

ОКРУЖНИ НИВО
27.03.2022.

ЗАДАЦИ – БЕТА КАТЕГОРИЈА

1. Воз са четири вагона масе m и вагона за возача масе M се нашао на узбрдици нагибног угла 30° . Између вагона се налазе лаке опруге коефицијента еластичности k . Колика сила мора да делује на први део воза (вагон са возачем) како би воз имао убрзање a , ако је коефицијент трења између вагона и шина μ ? Одредити деформацију сваке опруге. Сматрати да је цео воз на узбрдици и да је узбрдица довољно велика.

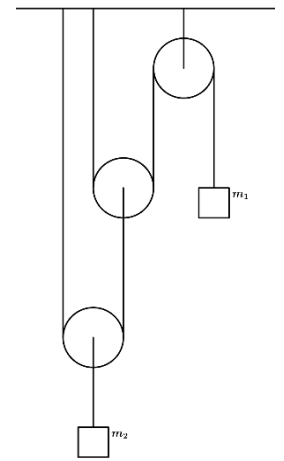
2. Систем са слике 1 састоји се од неистигљивих нити, терета маса m_1 и m_2 , и три лака котура. Уколико безмасене и неистегљиве нити по котуровима клизе без трења, одредити убрзање тела m_1 претпостављајући да су услови за кретање система са слике испуњени.

3. На непомичној стрмој равни нагибног угла $\alpha = 45^\circ$ лежи даска масе m_1 и дужине L , а на дасци лежи тело масе m_2 и дужине d ($d < L$). Тело је повезано са теретом масе m помоћу лаке, неистегљиве нити и безмасеног котура преко кога нит клизи без трења.

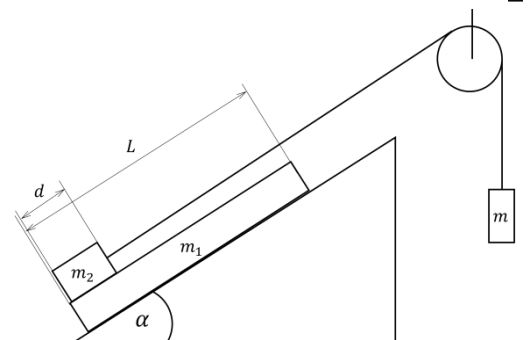
Коефицијент трења између тела и даске је μ_2 , а између даске и стрме равни μ_1 . Уколико је тело у почетном тренутку својом задњом ивицом уз задњу ивицу даске, као на слици 2, после колико времена ће тело пасти са даске? Сматрати да је маса m довољно велика да се тело креће уз стрму раван, да је убрзање тела и даске различито и да је стрма раван довољно дугачка како би тело стигло до краја даске.

4. Са површине земље испаљује се тело брзином v_0 под углом од 60° у односу на хоризонт. Тело пада на врх стрме равни нагибног угла 30° тако да по њој наставља да се креће без промене правца и смера кретања (без одскакања). Уколико између тела и стрме равни постоји трење, са коефицијентом трења μ ($\mu < \frac{\sqrt{3}}{2}$), колику брзину тело има на крају стрме равни?

5. У почетном тренутку сат је показивао подне. Између којих суседних показивања дигиталног сата, који показује време у сатима, минутима и секундама ради у режиму 12 сати, су се минутна и сатна казаљка поново поклопиле између 05:00:00 и 06:00:00?



Слика 1



Слика 2

Приликом решавања задатака за вредност гравитационог убрзања узети $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Напомене: Сва решења детаљно објаснити. Сваки задатак носи по 20 поена.

Свим такмичарима желимо успешан рад !

Задатке припремили: Ђорђе Богдановић, Физички факултет, Универзитет у Београду, Ана Кнежевић, Физички факултет, Универзитет у Београду

Рецензент:

Председник комисије: Проф. др Имре Гут, Департман за физику, Нови Сад

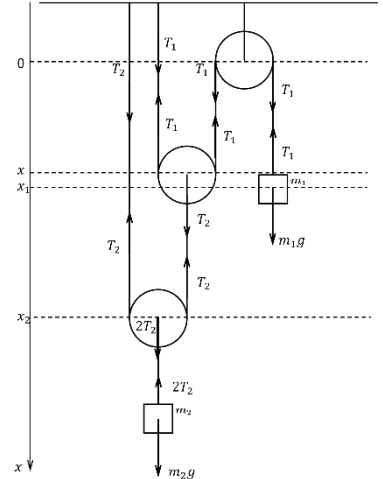


I
РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког
развоја Републике Србије
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА

ОКРУЖНИНИВО
27.03.2022.

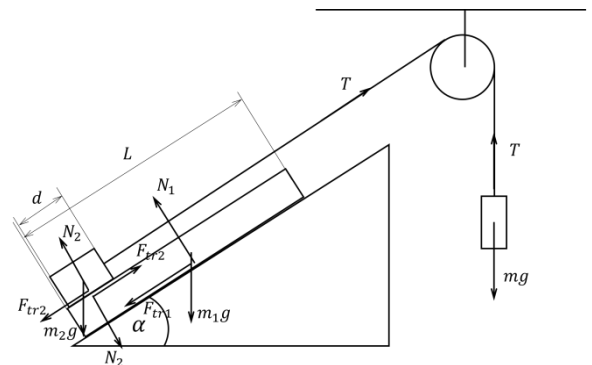
1. Једначине кретања вагона возача дуж осе паралелне са стрмом равни и осом ортогоналном на стрму раван редом су: $Ma = F - F_1 - F_{tr1} - \frac{1}{2}Mg$, $N_1 = \frac{Mg\sqrt{3}}{2}$ [1+1п]. Једначине кретања i -тог ($i = 1,2,3,4$) од вагона масе m : $ma = F_i - F_{i+1} - F_{tr2} - \frac{1}{2}mg$ ($F_5 = 0$) [4•1п], сваки од њих дуж нормалне осе има једначину кретања $N_2 = \frac{mg\sqrt{3}}{2}$ [4•1п]. Када се саберу све једначине кретања дуж осе паралелне са стрмом равни, добија се: $(4m + M)a = F - F_{tr1} - \frac{1}{2}g(M + 4m) - F_{tr2} = F - g(M + 4m)(\frac{1}{2} + \mu\frac{\sqrt{3}}{2})$, одавде је сила која делује на вагон са возачем $F = (M + 4m)[a + g(\frac{1}{2} + \mu\frac{\sqrt{3}}{2})]$ [2п]. Деформација опруге је: $x_i = \frac{(5-i)m[a + \frac{1}{2}g(1 + \mu\sqrt{3})]}{k}$ [4•2п].



Слика3

2. (Слика 3.) Једначина кретања терета масе m_1 је дата са: $m_1 a_1 = m_1 g - T_1$ [2п], док је једначина кретања терета масе m_2 : $m_2 a_2 = m_2 g - 2T_2$ [2+2п]. Веза између сила затезања: $T_2 = 2T_1$ [2п]. Из константности дужине конца за које је везан терет масе m_1 : $l_1 = 2x + x_1$, добија се веза између убрзања катура и поменутог терета: $-2a = a_1$ [4п], слично за конач за који је везан други терет: $l_2 = 2x_2 - x$, па је веза између убрзања: $2a_2 = a$ [4п]. Решавањем система једначина добија се убрзање терета масе m_1 : $a_1 = 4g \frac{4m_1 - m_2}{16m_1 + m_2}$ [4п].

3. (Слика 4.) Једначина кретања тела дуж осе паралелне са стрмом равни је: $m_2 a_2 = T - m_2 g \frac{\sqrt{2}}{2} - F_{tr2}$ [2п], док је једначина кретања тела дуж осе ортогоналне са стрмом равни: $N_2 = m_2 g \frac{\sqrt{2}}{2}$ [1п]. Слично, једначине кретања даске редом дуж поменутих оса су: $m_1 a_1 = F_{tr2} - F_{tr1} - m_1 g \frac{\sqrt{2}}{2}$, $N_1 = N_2 + m_1 g \frac{\sqrt{2}}{2}$ [2+2п]; затим једначина кретања терета је: $ma = mg - T$ [2п]. Из константности дужине конца следи да су $a_2 = -a$ [1п]. Из овог услова следи: $a_2 = g \frac{m - \frac{\sqrt{2}}{2}m_2(1 + \mu_2)}{m_2 - m}$ [3п]. Из једначине кретања



Слика4

даске: $a_1 = \frac{g\sqrt{2}}{2m_1}(m_2(\mu_2 - \mu_1) - m_1(\mu_1 + 1))$ [3п]. Убрзање

тела у односу на даску је: $a' = a_2 - a_1$ [2п], па је време за које предњи крај тела стигне до краја даске: $t = \sqrt{\frac{2L}{a_2 - a_1}}$ [2п].

4. Почетна брзина пројектована на вертикалан правац је $v_{0y} = \frac{v_0\sqrt{3}}{2}$ [1п], а на хоризонтални правац $v_x = v_{0x} = \frac{v_0}{2}$ [1п] (ову брзину дуж хоризонталног правца тело задржава све до пада на стрму раван). Зависност брзине у вертикалном правцу у времену је: $v_y(t) = v_{0y} - gt$. У тренутку када тело падне на стрму раван оно има брзину која је под углом од 30° у односу на подлогу: $v_x(h, t) = \frac{v_0}{2} = \frac{v_1\sqrt{3}}{2}$ [1п], према овоме је брзина при паду $v_1 = \frac{v_0\sqrt{3}}{3}$ [2п]. Једначине кретања тела по стрмој равни пројектоване на правац стрме равни и ортогонално на стрму раван су редом: $ma = \frac{mg}{2} - F_{tr}$ [2п] и $N = \frac{mg\sqrt{3}}{2}$ [2п]. Па је убрзање тела на стрмој равни: $a = \frac{1}{2}g(1 - \mu\sqrt{3})$ [2п], како је $\mu > \frac{\sqrt{3}}{2}$, тело успорава овим убрзањем [1п]. Тренутак када тело



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2021/2022. ГОДИНЕ.



пада на стрму равни је $t(h) = \frac{2v_0\sqrt{3}}{3g}$ [1п], јер у је брзина дуж вертикалног правца $v_y(t) = -\frac{v_0\sqrt{3}}{6}$ [2п] па је висина стрме равни $h = \frac{v_0^2}{3g}$ [2п]. Пређени пут тела који би требало да пређе до краја стрме равни је $s = 2h$ [1п]. Следи да је брзина тела на крају стрме равни: $v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2as} = v_0\sqrt{1 - \frac{2\sqrt{3}}{3}\mu}$ [2п].

5. Сатна казаљка направи круг за 12 h па јој је угаона брзина $\omega_s = \frac{2\pi \text{ rad}}{12 h}$ [2п]. Како минутној за пун круг треба 1 h угаона брзина јој је $\omega_m = 2\pi \frac{\text{rad}}{h}$ [2п]. Нека су се казаљке следећи пут поклопиле после времена $t = 5 \cdot h + \varepsilon \cdot h$, где је $\varepsilon < 1$ [4п]. До тада су казаљке описале углове који су повезани према $\varphi_s + 2\pi \cdot 5 = \varphi_m$ [3п], а како је $\varphi = \omega t$ важи $\frac{2\pi \text{ rad}}{12 h} \cdot (5 + \varepsilon)h + 2\pi n = 2\pi \frac{\text{rad}}{h} \cdot (5 + \varepsilon)h$ [3п]. Решавањем добијамо да је $\varepsilon = \frac{5}{11}$ [2п] што значи да је до преклапања дошло тачно у $t = \frac{60}{11}h$, односно између 05:27:16 и 05:27:17[4п].

Члановима комисије желимо успешан рад и пријатан дан!