



IV

Друштво физичара Србије
Министарство просвете Републике Србије

ОКРУЖНИ НИВО
18.03.2023.

РАЗРЕД

ЗАДАЦИ – Алфа категорија

1. [15 поена] Позитрон (честица која има исту масу као и електрон, али наелектрисање $+e$) из стања мировања се убрзава у електричном пољу потенцијалне разлике $U = 0.5 \text{ MV}$. Одредити де Брољевоу таласну дужину позитрона на изласку из електричног поља.

2. [20 поена] Дифракција светлости на прорезу је проблем који се третира законима таласне оптике, где се светлост посматра као талас. На основу де Брољевог дуализма материје, третирајмо светлост у овом проблему честично, како би проценили ширину централног дифракционог максимума, l (слика). У поставци дифракционог проблема као на слици, ширина прореза d се може поистоветити са неодређеношћу координате фотона дуж x осе, у којој можемо локализовати фотон. Узимајући да је неодређеност импулса фотона једнака самој вредности импулса и полазећи од релација неодређености, проценити ширину централног дифракционог максимума за зелену ласерску светлост таласне дужине $\lambda = 532 \text{ nm}$. Дифракција се посматра на $L = 5 \text{ m}$ удаљеном екрану, при чему светлост пролази кроз прорез ширине $d = 10 \mu\text{m}$. Разматрати случај Фраунхоферове дифракције, за коју важи да је $L \gg l$.

3. [25 поена] Посматрајмо кретање честице у потенцијалној јами чији је потенцијал облика $V(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq L \\ \infty, & x < 0 \wedge x > L \end{cases}$. Квантна честица у оваквом потенцијалу се налази у везаном стању и може имати само одређене дозвољене дискретне вредности енергије. За дозвољене вредности енергије, честица се може описати стојећим де Брољевим таласом, са чворовима на зидовима јаме.

а) [5 поена] одредити минималну енергију коју квантна честица може имати.

б) [5 поена] одредити израз за енергију честице која има n -ту дозвољену вредност енергије.

в) [5 поена] одредити енергију фотона коју честица емитује при прелазу из m -тог у n -то енергетско стање ($m > n$), занемарујући притом узмак честице.

г) [5 поена] својствене таласне функције квантне честице у бесконачно дубокој потенцијалној јами су облика $\psi_n(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L}, & 0 \leq x \leq L, n = 1, 2, 3, \dots \\ 0, & x < 0 \wedge x > L \end{cases}$. Одредити највероватнији положај,

тј. координату x , на којем честицу можемо наћи са највећом вероватноћом, уколико се она налази у првом побуђеном стању.

д) [5 поена] неодређеност положаја честице у n -том стању се може одредити релацијом $\Delta x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$, где је израз у заградама дефинисан на следећи начин

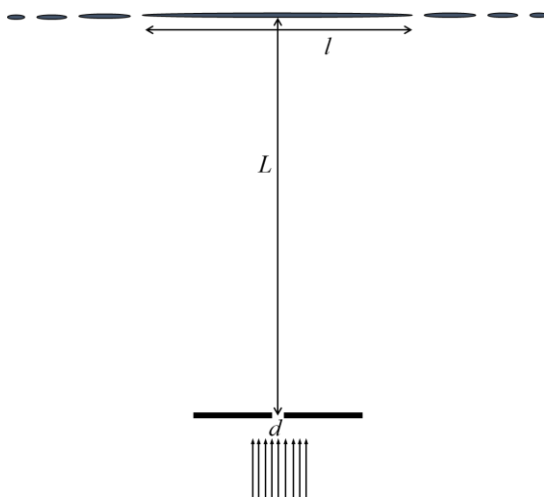
$\langle A^k \rangle_n = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_n^*(x) A^k \psi_n(x) dx$. Звездаца у изразу $\psi^*(x)$ представља комплексну коњугацију и за

чисто реалне функције (као што су својствене функције дате под г), ова математичка операција не мења функцију, тј. $\psi^*(x) = \psi(x)$. Користећи таласне функције дата у делу задатка под г), одредити неодређеност положаја честице у основном стању и на основу тога одредити минималну неодређеност импулса.

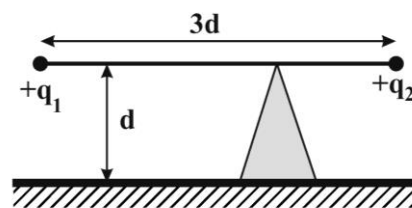


4. [20 поена] Метална плоча се налази у електричном пољу, чије су линије силе нормалне на површину плоче и усмерене од ње. Јачина поља мења се по закону $E = kx$, где је k константа, а x растојање од плоче. Наћи време и пређени пут до заустављања електрона избаченог са површине плоче светлошћу таласне дужине λ . Излазни рад за дати метал је A_i . Сматрати да је електрон излетео из плоче у правцу нормале и да је поље саме плоче занемарљиво. (Млади физичар 54.)

5. [20 поена] Две металне куглице једнаких маса m спојене су крутим штапом од изолатора, занемарљиве масе и дужине $3d$. Штап је постављен на шиљасти сталак висине d , као на слици, тако да формирају терације с односом кракова 2:1. Лева куглица је наелектрисана позитивним наелектрисањем q_1 . Овакве терације стављене су на бесконачну хоризонталну металну плочу и све се налази у вакууму. Коликим наелектрисањем треба наелектрисати другу куглицу да би се успоставила равнотежа? У решењу користити услове: $q_1 = \frac{13\sqrt{13}}{4} C$, $d^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1^2}{mg}$.



Слика уз задатак 2.



Слика уз задатак 5.

При решавању задатака можете користити идентитети константе:

$$\int x \sin^2 x dx = \frac{x^2}{4} - \frac{1}{8} \cos 2x - \frac{1}{4} \sin 2x; \quad \int x^2 \sin^2 x dx = \frac{1}{24} (4x^3 - 6x \cos 2x + (3 - 6x^2) \sin 2x)$$

брзина светлости у вакууму $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; Планкова константа $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J · s; наелектрисање електрона $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; маса електрона $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg

Напомена: Сва решења детаљно објаснити.
Свим такмичарима желимо успешан рад !

Задатке припремили: (1,4,5) Проф. др Имре Гут, Департман за физику, Нови Сад (2,3); доц. др Владимир Марковић, ПМФ Крагујевац
Рецензент: Проф. др Ненад Стевановић, ПМФ Крагујевац
Председник комисије: Проф. др Имре Гут, Департман за физику, Нови Сад