



1. Разматрајмо спектралне линије водоника, ${}^1\text{H}$, који у језгру има 1 протон, и јонизованог хелијума, ${}^4\text{He}^+$, који у језгру има 2 протона и 2 неутрона. Показати да свака спектрална линија водоника има одговарајућу линију у спектру јонизованог хелијума тако да обе буду исте таласне дужине. Који прелаз јонизованог хелијума одговара првој линији Балмерове серије водоника? Да ли важи обрнуто, то јест, да ли свака линија јонизованог хелијума има по таласној дужини одговарајућу линију у спектру водоника?

[15 поена]

2. Астрономи Ахану и Вилијам помно посматрају веома удаљену галаксију. Одредили су да је њена удаљеност од њих око милијарду светлосних година (пут који светлост пређе за милијарду година). Једног дана приметили су да је галаксија избацила компактан извор зрачења под неким углом у односу на правац Земља-галаксија. Извор све време од избацивања зрачи и испушта сферно-симетричне сигнале. Након годину дана посматрања, они су видели извор померену односу на почетни правац за 10^{-3} лучних секунди. Претпоставимо да се извор креће блиско брзини светлости. Помозите дружини да одреде под којим углом у односу на правац Земља-галаксија је избачен мали извор зрачења. Дејан је јако добар скакач. У шали је упитао Ахануа и Вилијама следеће: „Да сам моментално скочио ка галаксији половином брзине светлости када смо први пут учили избацивање извора, и останем у скоку док не видим исти сигнал који сте ви видели након годину дана, колико времена ће се мени учинити да је прошло до тад?“ Помозите Ахануу и Вилијама да одговоре Дејану. Сматрати да Дејан моментално убрза до половине брзине светлости и занемарите друга убрзања.

[20 поена]

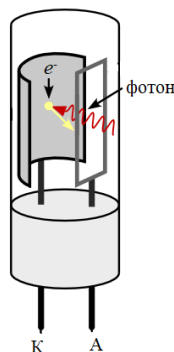
3. Фотоцеви су једни од најранијих струјних елемената који светлосни сигнал претварају у електрични. Састоје се од само 2 металне електроде у вакууму унутар стаклене цеви (слика 1). Повежимо фотоцев као на слици 2 и моделујмо коло као метални плочасти кондензатор („фотоцев“) повезан редно са отпорником и идеалним амперметром. Катода се осветли ласером, тако да ослобођени фотоелектрони полете ка другој плочи и узрокују проток струје. K означава катоду, а A аноду. Нека је ласер сталне снаге P , али променљиве таласне дужине која се може изабрати. У задатку занемарите потенцијалне интеракције фотоелектрона са заосталим честицама у вакууму, и претпоставити да сви ослобођени фотоелектрони излећу нормално на површину плоче. Познатим сматрати и излазни рад метала A_r .

а) Који интервал таласних дужина за овај ласер гарантује да се фотоелектрони ослобађају?

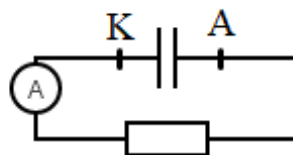
[3 поена]

б) Размотримо сада стационарно стање система. У њему за дату таласну дужину светлости тече струја константне вредности, те постоји напон на отпорнику и кондензатору. Који интервал таласних дужина за овај ласер омогућава стационарни проток струје? Показати да је овај интервал подскуп оног из прошлог дела задатка, то јест да су потребни фотони веће енергије. Скицирати график зависности читавања амперметра од таласне дужине ласера у овом интервалу.

[12 поена]



Слика 1



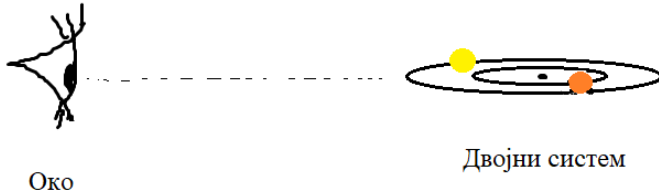
Слика 2

4. Две удаљене звезде полупречника R_1 и R_2 и температура T_1 и T_2 ротирају око центра масе система. Прва звезда је сјајнија и значајно већа. Растојање између звезда је 10^{10}m . Путање ротација звезда леже у истој равни као поглед посматрача („edge-on“, слика 3; није у размери), тесе примећују падови у интензитету светлости која долази онда када звезде заклањају једна другу (ради се о тзв. еклипсно двојном систему). Приложен је график зависности односа тренутног и максималног интензитета светлости од времена за овај систем (слика 4, I_0 је максималан, а I тренутни интензитет). Одредити угаону фреквенцију ротације система ω , односе R_1/R_2 и T_1/T_2 , као и збир маса звезда. Сматрати да звезде зраче као апсолутно црна тела, да су им полупречници значајно мањи од међусобног растојања,



да је то растојање значајно веће од удаљености до посматрача, као и да су њихове орбите кружне.

Помоћ: Интензитет зрачења релативно мале, апсолутно црне, равне плочице температуре T и произвољног облика површине S на великој удаљености d од плочице и под углом θ односу на њену нормалу је $I = \frac{\sigma T^4 S \cos(\theta)}{d^2 \pi}$. [25 поена]



Слика 3



Слика 4

5. Квантне тачке су изузетно мали, лоптасти кристали полупроводничких материјала. У скорије време су од огромног значаја и интереса у истраживањима материјала. Полупроводници су најчешћи у кристалној форми далеко већој одквантних тачака. Овде за њих важи познат распоред енергетских нивоа, који је због јако великог броја атома готово континуалан - издвајају се валентна и проводна зона (слика 5). У основном стању, валентна зона је у потпуности попуњена, те скок у енергији до проводне зоне захтева специфичну вредност енергије E_{gap} . У апроксимацији где су кристали јако велики, ова енергија је константна за дати кристал. Приликом прелаза, електрон прелази у проводну зону, остављајући шупљину у валентној која има своју ефективну масу и наелектрисање. Међутим, када разматрамо далеко мање кристале, попут квантних тачака, испоставља се да је скок у енергији између зона повезан са величином, тј. полупречником квантних тачака. Постоји пуно модела који успостављају везу између ових величина, али убедљиво најпознатији је једначина Бруса:

$$E = E_{gap} + \frac{h^2}{8\mu r^2} - \frac{1.786e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r}$$

Овде је E енергија прелаза, h Планкова константа, μ редукована маса електрон/шупљина пара, r полупречник квантне тачке, e наелектрисање електрона, ϵ_0 премитивност вакуума, и ϵ_r диелектрична константа наночестице. Може се уочити да је енергија E_{gap} увећана за израз који јако личи на енергију у квантној кутији, и умањена за израз који личи на Кулоновску енергију између рупе и електрона, од којих оба нестају у великом кристалу.

Извршен је експеримент којим се одређује вредност редуковане масе за квантне тачке кадмијум-сулфида (CdS) спектроскопски. Направљена су три раствора наночестица, А, Б и В. Поред страна са задацима приложене су још три листа на којима се налазе слике наночестица из раствора А, Б и В редом, направљене Тунелирајућим Електронским Микроскопом (ТЕМ), као и спектри фотолуминисценције (ФЛ) раствора. Спектри показују зависност интензитета зрачења узорака од таласних дужина на којима се зрачи. Максимум спектра одговара таласној дужини прелаза. На сликама микроскопа се налази размерник од 5nm. Квантне тачке овде личе на мале кругове решетке – електрони врше дифракцију на њима и тако настаје слика. Наночестице су заокружене белом бојом ради лакшег уочавања и мерења. За CdS узети без грешке $E_{gap}(CdS) = 2,42\text{eV}$ и $\epsilon_r(CdS) = 5,7$.

Помоћу приложеног одредити редуковану масу у CdS и њену грешку цртајући график линеарне зависности и табеларно приказујући све податке које прикупите.

Помоћ: због природе експеримента је број узорака јако мали. За још једну тачку узети да када $r \rightarrow \infty$, без грешке је $E = E_{gap}(CdS)$. Сада би требало да имате четири тачке за цртање графика. Најзначајнији извор експерименталне грешке је статистички распон полупречника у појединачним узорцима.



Слика 5

Константе: брзина светлости у вакууму $c=2.998 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$; Планкова константа $h=6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$; универзална гравитациона константа $\gamma=6.674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$; пермитивност вакуума $\epsilon_0=8.854 \cdot 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$; елементарно наелектрисање $e=1.606 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Експериментални задатак базиран на раду:

Rodríguez-Mas, F.; Ferrer, J.C.; Alonso, J.L.; Valiente, D.; Fernández de Ávila, S. A Comparative Study of Theoretical Methods to Estimate Semiconductor Nanoparticles' Size. *Crystals* **2020**, *10*, 226. <https://doi.org/10.3390/cryst10030226>

Решења свих задатака треба јасно образложити јасно дефинисаним физичким законима и величинама које користите приликом њиховог решавања. Нарочито дефинисати ознаке које уводите а које нису уобичајене.

*У алфа категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима специјализованих гимназија за област математика и физика.

Задатке припремили: Јован Марковић, Амхерст Колеџ (1,2,3,5); Далиборка Храњец, ПМФ Крагујевац (4)

Рецензенти: Далиборка Храњец, ПМФ Крагујевац (1, 2, 3, 5); Јован Марковић, Амхерст Колеџ (4)

Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: Проф. др Имре Гут

Свим такмичарима желимо успешан рад!