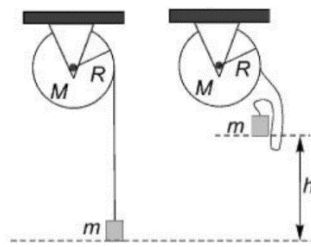




1. Обмотавајући безмасену неистегљиву нит око руба кугле и ваљка истих полупречника R и маса M , а затим качењем малих тегова истих маса m за друге крајеве нити, Ива и Ана су направиле 2 справе. Притом важи и $M=m$. Оне су одлучиле да виде чији тег ће брже пасти, и то на следећи начин: у почетном тренутку су нити затегнуте (позиција 1); Ана и Ива затим тегове дигну на висину h у односу на првобитне положаје (позиција 2, видети слику 1) и пуште да тако (у почетку са неистегнутим нитима) тегови падају. Ива је изабрала тег са куглом, а Ана тег са ваљком. Колико времена треба да оба тег паду висину h од тачке пуштања (назад у позицију 1), а колико висину $2h$ (за h испод позиције 1)? Чији тег ће први пасти висину h , а чији $2h$? Ово показати рачунским путем. Наставница физике, Гордана, видела је Ивину и Анину трку и рекла им да нацртају графике временске зависности убрзања, брзине и пута тегова. Помозите Иви и Ани и скицирајте ове графике. На скицама означите значајне тачке и њихове координате помоћу променљивих из задатка. Као позитиван смер узети смер гравитационог убрзања (на доле у односу на све остало на слици), а за почетну позицију узети тренутак у коме се тегови пуште. Гравитационо убрзање g сматрати познатим. Трзај који настаје приликом кретања сматрати тренутним и апсолутно нееластичним (треће између катура, тј. кугле и нити приликом трзаја сматрати јако великим).

[20 поена]



Слика 1

2. Класична теорија се може на многе начине проширити на квантну. Поред решавања Шредингерове једначине директно, ово омогућава одређивање енергетских нивоа бесконачно дубоке јаме на лакши начин. Ово важи не само за једнодимензионе јаме, већ и јаме виших димензија.

а) Разматрајмо дводимензионалну бесконачну потенцијалну јаму дужине L_x и ширине L_y (ово би био правоугаоник у равни где честица има потенцијалну енергију 0, док у свакој тачки у равни ван правоугаоника честица има бесконачну вредност потенцијалне енергије). Сматрати честицу масе m унутар јаме као 2 међусобно нормална стојећа таласа, један фиксиран обема страницама дужине јаме, а други фиксиран обема страницама ширине јаме. Користећи Де Брољеву формулу за таласну дужину и класичну формулу за кинетичку енергију честице (изражену преко импулса и масе, а не брзине и масе, притом имајући на уму да су импулси у два правца нормални), показати да је енергија честице у јами $E = \frac{h^2}{8m} \left(\frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2} \right)$, где је h Планкова константа, а n_x и n_y природни бројеви (које ћемо назвати квантни бројеви система). Она се слаже са формулом добијеном из Шредингерове једначине, а јако је слична енергији у једнодимензионом случају.

[10 поена]

б) Многи пигменти своје боје добијају због енергетских прелаза електрона у системима сличним бесконачним јамама (ово је тако јер су пигменти неретко органски молекули са дугачким „цик-цак“ ланцима коњугованих веза, унутар којих се електрони готово слободно крећу). Разматра се бета каротен, пигмент шаргарепе, молекул који се може јако упрошћено апроксимирати димензијама коњугованог система (димензијама двомензионе јаме) $2,6\text{nm}$ и $0,3\text{nm}$. Један енергетски ниво представља једну произвољну комбинацију квантних бројева јаме (n_x и n_y). У систему се налази укупно 22 електрона, енергетски нивои се електронима попуњавају од оних најниже енергије, ка вишим, а у сваки енергетски ниво стаје 2 електрона (због различитог спина). Свака комбинација квантних бројева је могућа. Која таласна дужина је упијена првим могућим енергетским прелазом? Боја коју видимо је комплемент упијене, те се за шаргарепу очекује упијање плаве боје ($450\text{-}500\text{nm}$). Да ли је модел довољно добар, то јест, да ли се заиста упија светлост у поменутом интервалу? За Планкову константу узети $h = 6,62 \cdot 10^{-34}\text{Js}$, а за масу електрона $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}\text{kg}$.

[10 поена]

3. Мала еластична гумица дужине 10cm и полупречника попречног пресека 1mm налази на хоризонталном великом филму од сапунице и има произвољан облик (али без унутрашњих самопресецања, као на слици 2). Филм се пробуши само са унутрашње стране у односу на гумицу. Који облик заузима гумица одмах након тога? За колико процената порасте обим гумице након пуцања унутрашњег филма? Узети да је Јунгов модул гумице $0,01\text{GPa}$, а



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2021/2022. ГОДИНЕ.



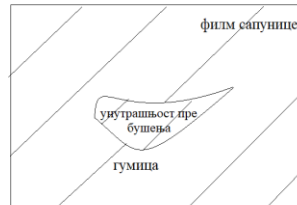
IV разред

Друштво физичара Србије и Министарство просвете
науке и технолошког развоја Републике Србије
ЗАДАЦИ-АЛФА КАТЕГОРИЈА*

ОКРУЖНИ НИВО
27. март 2022.

коэффициент површинског напона сапунице 30mN/m . Сматрати да је притисак унутар филма једнак атмосферском, и да је угао квашења 90 степени (сила површинског напона делује нормално на руб гумице). Занемарити гравитационе ефекте.

[15 поена]



Слика 2

4. По британском физичару Жосефу Џону Томсону, атом водоника представљао је тачкасти електрон у „облаку“ наелектрисања укупне вредности исте као електрона, али супротног знака. Испитајмо да ли би се овај модел икада могао слагати са скоковима у енергији који показује Боров (а наравно и квантно-механички) модел водоника. Нека електрон масе m и наелектрисања $-e$ мирује у центру облака, за који ћемо узети да је равномерно наелектрисан и сферан, полупречника R .

а) Показати да је кретање електрона хармонијско око центра облака када се он изведе из свог равнотежног положаја до обода облака, а затим одредити угаону учестаност овог кретања.

[8 поена]

б) Нека у Томсоновом водонику електрон у почетном тренутку има неку брзину кроз центар облака. Ово омогућава спонтану емисију фотона и прелазак електрона у мировање у центру облака (мења се само кинетичка енергија која је позитивна, јер је потенцијална константа – не мења се полупречник облака). Због овога Томсонов модел није добар у описивању атома – спонтана емисија је у сваком тренутку могућа. Занимљива ствар се ипак догоди ако изједначимо таласну дужину фотона потребног да се Боров водоник јонизује (електрон се из основног стања бесконачно удаљи од језгра), и таласну дужину фотона ослобођеног када се у Томсоновом водонику електрон заустави. Колику брзину кроз центар у Томсоновом моделу мора да има електрон пре мировања да би ове две таласне дужине биле једнаке? Показати да, ако амплитуду изједначимо са полупречником облака, је полупречник Томсоновог водоника (облака) тада једнак полупречнику путање електрона у Боровом моделу у основном стању (тзв. Боров полупречник водоника). Модели су можда на неки начин ипак повезани! Подсетник: У Боровом водонику је момент импулса електрона квантован као $L=n\hbar$.

[12 поена]

5. У релативистичкој динамици, чест је случај да се при сударима укупна маса мировања честица не одржава. У процесима распада честица, укупна маса мировања се никада не одржава, и ово се може лако показати, примећујући да када би разлика маса мировања била једнака нули, честице настале распадом не би могле да имају кинетичку енергију ни да се крећу. У овом задатку разматрамо хипотетички распад честице у систему у коме она првобитно мирује. Након распада настају 3 честице које се разлећу симетрично у равни, под угловима од 120 степени. Ако је укупна маса мировања честица после распада једнака половини масе мировања првобитне честице, и ако се масе мировања насталих честица односе као $1:2:3$, одредити односе релативистичких импулса и брзина насталих честица.

Помоћ: решење једначине $12 = \sqrt{1+x^2} + \sqrt{4+x^2} + \sqrt{9+x^2}$ је приближно $x=3,391$.

[25 поена]

Решења свих задатака треба јасно образложити јасно дефинисаним физичким законима и величинама које користите приликом решавања задатака. Нарочито дефинисати ознаке које уводите а које нису уобичајене.

*У алфа категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима специјализованих гимназија за област математика и физика.

Задатке припремили: Јован Марковић, Амхерст Колеџ; Филип Георгијевски, ПМФ Крагујевац; Далиборка Храњец, ПМФ Крагујевац

Рецензенти:

Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: Проф. др Имре Гут

Свим такмичарима желимо успешан рад!