ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2021/2022. ГОДИНЕ.

IV разред

Друштво физичара Србије и Министарство просвете
Науке и технолошког развоја Републике Србије
РЕШЕЊА-АЛФА КАТЕГОРИЈА

ДРЖАВНИ НИВО
14-15. мај 2022.

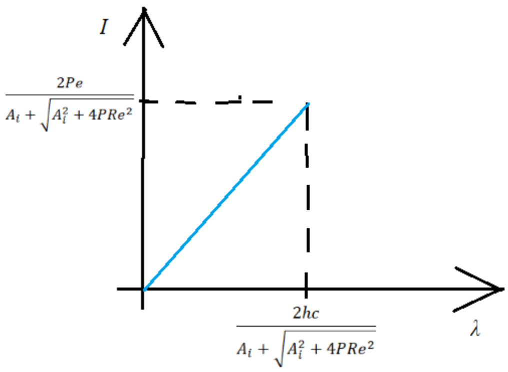
1. За прелаз са m-тог на n-ти енергетски ниво код ${}_1^1H$ важи $\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2})$ (*)**[2п]**, а за прелаз са j-тог на i-ти ниво код ${}_2^4He^+$ важи $\frac{1}{\lambda} = RZ^2(\frac{1}{i^2} - \frac{1}{j^2})$ (**) где је Z = 2 **[2п]**. Упоређивањем израза (*) и (**) закључује се да важи Zn = i и Zm = j **[4п]**. Дакле, све линије из спектра ${}_1^1H$ могу се наћи у спектру ${}_2^4He^+$, док обрнуто не важи **[2+2п]**. Прва линија Балмерове серије јавља се при прелазу са m = 3 на n = 2 што одговара прелазу са j = 6 на $i = 4$ у спектру ${}_2^4He^+$ **[3п]**.

2. У тренутку $t_1 = 0$ извор је избачен под углом φ на растојању $D = 10^9 cy$ и он тада шаље први сферни сигнал који евентуално уочавају астрономи. Нека у тренутку $t_2 = T$ извор шаље други сигнал ка астрономима. Због огромне удаљености галаксије и извора од земље, на малом реду величине година сви сигнали стижу готово паралелено. У T је сигнал од места на коме је избачен удаљен cT, а од посматрача приближно $s = D - cT\cos\varphi$ **[2п]**. Из $D\sin\phi = cT\sin\varphi$ може се добити да је време које протекне до слања другог сигнала $T = \frac{D\phi}{c\sin\varphi}$ **[2п]** (како је $\phi = 10^{-3\prime\prime}$ искоришћено је $\sin\phi \approx \phi$). У тренутку $t_3 = \frac{D}{c}$ први сигнал са извора стиже до посматрача. Након годину дана у тренутку $t_4 = \frac{D}{c} + T_g$ и други сигнал стиже до посматрача. Пут који тај сигнал пређе је $s_{ds} = c(t_4 - t_2) = c(\frac{D}{c} + T_g - T)$ **[2п]**. Из $s = s_{ds}$ уз замену израза за T добија се $\frac{1-\cos\varphi}{\sin\varphi} = \frac{cT_g}{D\phi}$ (*) **[4п]**. Сређивањем налази се $\varphi = 2arctg\frac{cT_g}{D\phi} = 23{,}32^0$ **[2п]**.

У другом случају, Дејан креће ка извору у тренутку t_3. Гледано са Земље, брзина приближавања Дејана и сигнала је $v_p = \frac{3}{2}c$ **[1п]** (могу се директно сабрати и прећи c јер се разматра ефекат њиховог приближавања у систему Земље), а Дејан пресреће сигнал после времена T_d (рачунато од тренутка скока). Почетно растојање између Дејана и сигнала је $s_d = s - c(t_3 - t_2)$. Важи $s_d = v_p T_d$ **[2п]**. Одавде је $T_d = \frac{2}{3}T(1 - \cos\varphi)$, а затим заменом израза за T, уз коришћење (*) добија се $T_d = \frac{2}{3}T_g$ **[2п]**. Примећујемо да иако је исти сигнал који стиже до Дејана и Земље сферан, због огромне удаљености, при решавању се удаљеност до њега може третирати као удаљеност до једног сигнала, паралелног првом. У референтном систему везаном за Дејана протекло је $T_d' = T_d\sqrt{1 - \frac{\left(\frac{c}{2}\right)^2}{c^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ године **[2+1п]**.

3. а) Максимална таласна дужина добија се када избачени електрони имају минималну кинетичку енергију ($T = 0$). Из Ајнштајнове једначине фотоефекта тада важи $\frac{hc}{\lambda_{max}} = A_i$ **[2п]**, тј. добија се да таласне дужине које производи ласер морају бити мање од $\lambda_{max} = \frac{hc}{A_i}$ **[1п]**.

б) Енергија једног фотона је $h\nu$. Ако је за време t произведено N фотона (што је уједно и број избачених електрона за t), снагу ласера можемо изразити као $P = \frac{Nh\nu}{t}$, одакле $\frac{N}{t} = \frac{P}{h\nu}$ **[1п]**. Јачина струје се тада може записати као $I = \frac{Ne}{t} = \frac{P}{h\nu}e$ **[2п]**. Напон на отпорнику биће $U = IR = \frac{Pe}{h\nu}R$ (*) **[1п]**. Минимални напон при коме још протиче струја стационарно дат је са $U_0 = \frac{h\nu}{e} - \frac{A_i}{e}$ (**)**[1п]**. Изједначавањем (*) и (**), након сређивања добија се једначина $h^2\nu^2 - A_i h\nu - PRe^2 = 0$, а из ње минимална вредност фреквенције $\nu_{min}' = \frac{A_i + \sqrt{A_i^2 + 4PRe^2}}{2h}$ (друго решење је негативно и нема физичког смисла) **[2п]**. Одатле је максимална таласна дужина при којој још протиче струја стационарно $\lambda_{max}' = \frac{c}{\nu_{min}'} = \frac{2hc}{A_i + \sqrt{A_i^2 + 4PRe^2}}$ **[1п]**. Како је $A_i + \sqrt{A_i^2 + 4PRe^2} > 2A_i$ закључујемо да важи $\lambda_{max}' < \lambda_{max}$ тј. да је потребна мања таласна дужина него што је нађено у првом делу (а самим тим и већа енергија јер су обрнуто сразмерне) **[2п]**. Из $I = \frac{P}{h\nu}e = \frac{Pe}{hc}\lambda$, добија се тражени график **[2п]**.



4. Скица графика зависности интензитета од времена нам говори две битне ствари: време између међусобних преклапања звезда (помрачења) и падове у интензитетима. Два узастопна помрачења истог интензитета дешавају се, по графику, сваких осам дана, те је ово период ротација звезди T=8 дана. Одавде је угаона фреквенција $\omega = \frac{2\pi}{T} = 9.09 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{s}$ **[2п].** Обе звезде се крећу кружним путањама око центра масе, те ће се оне у сваком тренутку налазити супротно од тачке центра масе (две звезде и центар масе су колинеарни). Да није тако, систем не би био у стабилном кружном кретању. Како је позната међусобна удаљеност међу звезди и тражи се збир маса, једначине кретања звезди су $M\omega^2 x = \frac{\gamma Mm}{L^2}$ и $m\omega^2 y = \frac{\gamma Mm}{L^2}$ **[3+3п]** (центрипетална сила до центра масе изједначена је са гравитационом силом; L=x+y). Дељењем једначина редом са и , па потом сабирањем имамо да је збир маса $M + m = \frac{\omega^2 L^3}{\gamma} = 1.24 \cdot 10^{30}\,kg$ **[2п].**

Нека је удаљеност система до Земље D. Без преклапања, интензитет зрачења који стиже до Земље је збир доприноса од обе звезде $I_0 = \frac{\sigma T_1^4 R_1^2}{D^2} + \frac{\sigma T_2^4 R_2^2}{D^2}$ **[2п].** Уочавају се два пада у интензитету. Мањи пад узрокован је преклапањем мање сјајне звезде више сјајном, и обрнуто за већи. У случају мањег пада, интензитет светлости који стиже до Земље се лако налази: преклопљена је мања звезда, те она нема допринос, а цео интензитет стиже од веће, и то $I_v = \frac{\sigma T_1^4 R_1^2}{D^2}$ **[2п].** Преклапање веће звезде мањом је компликованије. Укупни интензитет увек је збир доприноса свих региона који зраче. Право испред налази се мања звезда, те до Земље стиже интензитет који би стизао да је мања звезда сама, те је њен допринос $\frac{\sigma T_2^4 R_2^2}{D^2}$. Од веће звезде стиже само зрачење видљивог дела. Да је цела већа звезда видљива, од ње би стизало целокупно зрачење као I_v, међутим ово се треба умањити за преклопљени регион. Због значајне разлике у величинама звезди, пројекција великог круга мање звезде на површину веће, што уједно и јесте помрачени регион, је сферна капа која је јако мала у односу на величину веће звезде, те се може апроксимирати малом кружном плочицом полупречника R_2. Из помоћи приложене у задатку, до нас стиже сигнал под правим углом у односу на ову плочицу, те би допринос плочице био $\frac{\sigma T_1^4 R_2^2 \pi \cos(0)}{D^2 \pi} = \frac{\sigma T_1^4 R_2^2}{D^2}$. Он се одузима од збирног доприноса веће звезде, те је укупни допринос непреклопљеног дела веће звезде $\frac{\sigma T_1^4 R_1^2}{D^2} - \frac{\sigma T_1^4 R_2^2}{D^2}$. Све скупа, мање помрачење одаје интензитет $I_m = \frac{\sigma T_2^4 R_2^2}{D^2} + \frac{\sigma T_1^4 R_1^2}{D^2} - \frac{\sigma T_1^4 R_2^2}{D^2}$ **[7п].**

Односи интензитета који стижу у сваком помрачењу виде се са графика. Постављањем релација $I_v = 0.95 I_0$ и $I_m = 0.9 I_0$, потом упрошћавањем, добијају се односи полупречника и температура звезди ${}^{R_1}\!/_{R_2} = 3.08$ и ${}^{T_1}\!/_{T_2} = 1.19$ **[4п].**

5. Линеаризујмо једначину Бруса. Нека је кулоновска енергија $E_c = \frac{1.786 e^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}$. Премештањем Кулоновског члана са леве стране добијмо линеарну зависност $E + E_c = \frac{h^2}{8\mu}\left(\frac{1}{r^2}\right) + E_{gap}$ **[2п].**

Из приложених слика могу се одредити полупречници за сваки раствор, а из спектра и таласне дужине прелаза. Мерењем пречника лењиром и помоћу размерника, потом дељењем са два како би се добио полупречник, и усредњавањем вредности за сваки раствор добијају се вредности полупречника за сваки раствор појединачно. Очигледно је највећи извор грешке велики статистички распон полупречника. Као грешку у средњој вредности може се изабрати разумна вредност која је мања, или се налази око највеће апсолутне вредности разлике средње врености полупречника и вредности највећег одступања. Ако ученик зна формулу за стандардно одступање средње вредности, и ово је коректан приступ. Приложена је табела мерења. Прва, друга и трећа колона представља релативне пречнике у односу на размерник, и дужину размерника у том случају, за растворе А, Б и В редом. Овде се налази и усредњени полупречник и грешка за средњу вредност. За три раствора процењена је грешка од 0,1nm. Разматрањем максимума спектара, добијамо вредности табелиране у у колонама, уз одступање од око 5nm (процена најмање мерљиве таласне дужине помоћу спектара). Овиме допуњујемо табелу подацима о енергији, а при томе је $E=\frac{hc}{\lambda}$ **[2п].** Табела се налази испод. **[7п]**

Линеарна зависност је $E+E_c$ од $1/r_{sr}^2$. Њихове грешке можемо наћи као $\Delta(E+E_c)=\frac{hc}{\lambda^2}\Delta\lambda+\frac{1.786e^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}\Delta r$ и $\Delta\left(\frac{1}{r_{sr}^2}\right)=\frac{2}{r_{sr}^3}\Delta r_{sr}$ **[2п].**

	А	Б	В
$2r_1$ [cm]	1,70	2,25	2,55
$2r_2$ [cm]	1,65	2,25	2,65
$2r_3$ [cm]	1,55	2,05	/
$2r_4$ [cm]	1,95	2,20	/
$2r_5$ [cm]	1,9	2,00	/
$2r_6$ [cm]	1,8	1,90	/
$2r_7$ [cm]	1,65	2,15	/
R [cm]	2,95	3,2	3,1
r_{sr} [nm]	1,477	1,652	2,097
$1/r_{sr}^2$ [10^{17}m^{-2}]	4,584	3,665	2,275
λ [nm]	465	475	500
E [10^{-19}J]	4,318	4,096	3,973
E_c [10^{-19}J]	0,4848	0,4520	3,556
$E+E_c$ [10^{-19}J]	4,803	4,548	4,328
Δr_{sr} [nm]	0,1	0,1	0,1
$\Delta\lambda$ [nm]	5	5	5
$\Delta(1/r_{sr}^2)$ [10^{17}m^{-2}]	0,6207 0,6	0,4438 0,5	0,2170 0,2
$\Delta(E+E_c)$ [10^{-19}J]	0,07923 0,08	0,07064 0,07	0,05626 0,06

Пример линеарног графика је приложен. **[7п]**

ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2021/2022. ГОДИНЕ.

IV **разред**

Друштво физичара Србије и Министарство просвете
Науке и технолошког развоја Републике Србије
РЕШЕЊА-АЛФА КАТЕГОРИЈА

ДРЖАВНИ НИВО
14-15. мај 2022.

Између прве и друге, и претпоследње и последње експерименталне тачке одабране су две неексперименталне тачке A($1{\cdot}10^{17}$m^{-2}; $4{,}084{\cdot}10^{-19}$J) и B($4{\cdot}10^{17}$m^{-2}; $4{,}668{\cdot}10^{-19}$J) **[2п].**

Помоћу приложеног можемо одредити коефицијент правца као $k = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ и његову грешку из $\Delta k = k\left(\frac{\Delta y_B + \Delta y_A}{y_B - y_A} + \frac{\Delta x_B + \Delta x_A}{x_B - x_A}\right)$, те имамо k=$1{,}947{\cdot}10^{-37}$Jm^2 и Δk=$9{,}859{\cdot}10^{-38}$Jm^2 **[1п].**

Из израза за коефицијент правца имамо да је $\mu = \frac{h^2}{8k}$ и $\Delta\mu = \frac{h^2}{8k^2}\Delta k$, те је μ=$2{,}819{\cdot}10^{-31}$kg и $\Delta\mu$=$1{,}424{\cdot}10^{-31}$kg, па је коначно $\mu = (3 \pm 2)\cdot 10^{-31}kg$ **[2п].**

Чињеница да је релативна грешка оволика указује на то да смо требали да користимо погоднији или прецизнији метод одређивања грешке средње вредности. Стандардно одступање средње вредности би у томе било погодније. Занимљиво је да у литератури редукована маса заиста пуно варира, мада не иде високо колико грешка овде указује. Испоставља се да она зависи од експерименталних услова, мада је средња вредност добијена овде свакако у опсегу експеримента у коме се одређивала.

Признати свако решење где се коректно линеаризује и пронађу се четири тачке које се коректно обраде. Признати и друге разумљиве одабире грешака за таласну дужину и средњи полупречник. Одузети поене по потреби и одступању од правилних метода обраде података.

*****У алфа категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима специјализованих гимназија за област математика и физика.

Решења припремили: Јован Марковић, Амхерст Колеџ (4, 5); Далиборка Храњец, ПМФ Крагујевац (1, 2, 3)

Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: Проф. др Имре Гут