ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2019/2020. ГОДИНЕ

IV **разред**

Друштво физичара Србије и Министарство просвете науке и технолошког развоја Републике Србије

ОКРУЖНИ НИВО
22. фебруар 2020.

ЗАДАЦИ-АЛФА КАТЕГОРИЈА*

1. У овом задатку размотрићемо проблем једнодимензионалног квантног линеарног хармонијског осцилатора .

а) Таласна функција једнодимензионалног квантног линеарног хармонијског осцилатора у основном стационарном стању ($n=0$) је $\psi_{(n=0)}(x)=Ce^{-\frac{m\omega x^2}{2\hbar}}$.

Одредити вредност константе C . Користити интеграл $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2}dt=\sqrt{\pi}$. **[10 поена]**

б) Таласну функцију у првом побуђеном стационарном стању ($n=1$) можемо да добијемо на следећи начин $\psi_{(n=1)}(x)=\sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\cdot x\cdot\psi_{(n=0)}(x)-\sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}\cdot\frac{d\psi_{(n=0)}(x)}{dx}$. Одредити експлицитно облик функције $\psi_{(n=1)}(x)$. **[5 поена]**

в) Одредити вредност густине вероватноће налажења честице у првом побуђеном стационарном стању ($n=1$) у положају $x=0$. **[2 поена]**

г) Неодређеност импулса $\Delta p_{x(n)}$ једнодимензионалног квантног линеарног хармонијског осцилатора је $\Delta p_{x(n)}=\sqrt{\left\langle p_x^2\right\rangle_{(n)}-\left\langle p_x\right\rangle_{(n)}^2}$, где $\left\langle p_x\right\rangle_{(n)}$ означава средњу вредност импулса честице у $n-$том стационарном стању, док $\left\langle p_x^2\right\rangle_{(n)}$ означава средњу вредност квадрата импулса честице у $n-$том стационарном стању. Производ неодређености координате $\Delta x_{(n)}$ и неодређености импулса $\Delta p_{x(n)}$ у $n-$том стационарном стању је $\Delta x_{(n)}\Delta p_{x(n)}=\frac{\hbar}{2}(2n+1)$. Ако је у трећем побуђеном стационарном стању $\left\langle p_x^2\right\rangle_{(n=3)}=\frac{7}{2}m\omega\hbar$ и $\left\langle p_x\right\rangle_{(n=3)}=0$, одредити неодређеност координате у трећем побуђеном стационарном стању. **[3 поена]**

2. Идеални циклус гасне турбине почиње адијабатским сабијањем ваздуха (процес 1-2), затим следи изохорско повећање притиска ваздуха (процес 2-3), након тога адијабатско ширење ваздуха (процес 3-4) и на крају циклус се завршава изобарским сабијањем ваздуха (процес 4-1). Нацртати дати циклус на $p-V$ дијаграму.

Ваздух сматрати идеалним гасом. Коефицијент адијабате за ваздух је γ . Ако се уведу параметри $\beta=\frac{p_2}{p_1}$ и $\lambda=\frac{p_3}{p_2}$, где су индексима означена стања ваздуха, одредити израз за коефицијент корисног дејства циклуса искључиво преко величина β , λ и γ . Одредити вредност коефицијента корисног дејства циклуса ако је $\gamma=1{,}40$, $\beta=6{,}23$ и $\lambda=2{,}00$. **[20 поена]**

3. За коло са слике 1 одредити промену ефективне вредности напона U_{34} и промену фазне разлике између напона U_{34} и напона $U_{12}=U$ када се кружна фреквенција напона U промени од вредности $\omega_{\min}=\frac{R}{L\sqrt{3}}$ до вредности $\omega_{\max}=\frac{R\sqrt{3}}{L}$. При датој промени кружне фреквенције ефективна вредност напона U се не мења. **[20 поена]**

4. При Комптоновом расејању фотона таласне дужине $\lambda=4\,\mathrm{pm}$ на електрону који мирује, фотон се расеје под углом од 90° у односу на првобитни правац кретања. Одредити вредност кинетичке енергије електрона након расејања и изразити је у јединицама eV . Користити следеће бројне вредности: енергија мировања електрона је $E_0=511\,\mathrm{keV}$, Планкова константа $h=6{,}626\cdot10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s}$, брзина светлости у вакууму $c=2{,}998\cdot10^8\,\mathrm{m/s}$, $1\,\mathrm{eV}=1{,}602\cdot10^{-19}\,\mathrm{J}$. **[20 поена]**

5. Размотрићемо помоћу димензионе анализе снагу зрачења (Хокингово зрачење) ненаелектрисане и неротирајуће црне рупе, сферног облика полупречника r_{S} (Шварцшилдов полупречник) сматрајући да црна рупа зрачи као апсолутно црно тело површинске температуре T_{H} (Хокингова температура).

а) Хокингова температура црпе рупе T_{H} зависи од Шварцшилдовог полупречника r_{S}, Болцманове константе k_{B}, редуковане Планкове константе $\hbar$, брзине светлости у вакууму c и фактора $\frac{1}{4\pi}$, односно облика је $T_{\mathrm{H}} = \frac{1}{4\pi} r_{\mathrm{s}}^{\alpha} k_{\mathrm{B}}^{\beta} \hbar^{\gamma} c^{\delta}$. Димензионом анализом одредити израз за T_{H}. **[9 поена]**

Напомена. Обавезно независно решавати делове задатка а) и б).

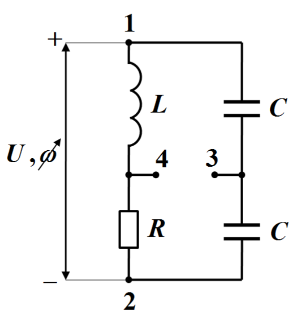
б) Шварцшилдов полупречник r_{S} зависи од универзалне гравитацине константе G, масе црне рупе M, брзине светлости у вакууму c, и фактора 2 тј. облика је $r_{\mathrm{s}} = 2M^{a}G^{b}c^{d}$.
Димензионом анализом одредити израз за r_{S} . **[5 поена]**

в) Одредити вредности Шварцшилдовог полупречника r_{S} за црну рупу масе Сунца $r_{\mathrm{S,Sunca}}$ и за црну рупу масе Земље $r_{\mathrm{S,Zemlje}}$. **[2 поена]**

г) Снагу Хокинговог зрачења P_{H} црне рупе изразити преко величина $\pi, \hbar, c, G$ и M и одредити вредност за црну рупу масе $M = 8{,}16 \cdot 10^{36}\ \mathrm{kg}$. Штефан-Болцманова константа је $\sigma = \frac{\pi^2 k_{\mathrm{B}}^4}{60\hbar^3 c^2}$. **[4 поена]**

Користити следеће бројне вредности: редукована Планкова константа $\hbar = 1{,}054 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$, универзална гравитациона константа $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}$, маса Земље $M_{\mathrm{Zemlje}} = 5{,}97 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$, маса Сунца $M_{\mathrm{Sunca}} = 1{,}99 \cdot 10^{30}\ \mathrm{kg}$, брзина светлости у вакууму $c = 2{,}998 \cdot 10^{8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Болцманова константа k_{B} се изражава у јединицама $\left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}\right]$.



Слика 1

Решења свих задатака треба јасно образложити са јасно дефинисаним физичким законима и величинама које користите приликом решавања задатака. Нарочито дефинисати ознаке које уводите а које нису уобичајене.

*У алфа категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима специјализованих гимназија за област математика и физика.

Задатке припремили: Владимир Чубровић, и доц. др Владимир Марковић, ПМФ, Крагујевац
Рецензенти: Проф. др Ненад Стевановић и доц. др Момир Арсенијевић, ПМФ, Крагујевац
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: Проф. др Зоран Николић, Физички факултет, Београд

Свим такмичарима желимо успешан рад!