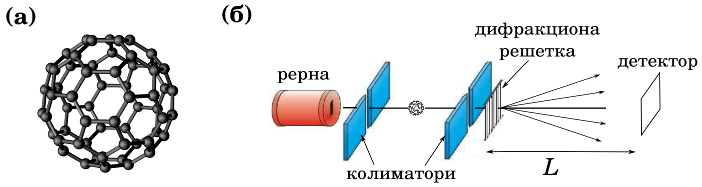
ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2016/2017. ГОДИНЕ

Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије

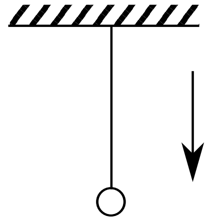
IV разред **ЗАДАЦИ – ФЕРМИОНСКА КАТЕГОРИЈА***

ОКРУЖНИ НИВО
26. фебруар 2017.

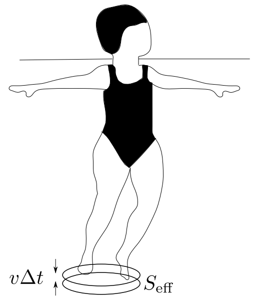
1. Један од највећих објеката на којима је експериментално потврђена де Брољева хипотеза о дуалној природи материје је молекул фулерена C_{60} који се састоји од 60 угљеникових атома распоређених у структуру налик на фудбалску лопту (слика 1а). У бечком експерименту из 1999. године (слика 1б), колимисани сноп молекула фулерена брзине $v = 200\,\mathrm{m/s}$ усмерен је нормално на дифракциону решетку константе $d = 0{,}10\,\mu\mathrm{m}$. Детектор на којем је посматрана дифракциона слика налазио се на растојању $L = 1{,}25$ m од дифракционе решетке. Израчунајте растојање (у правцу нормалном на правац упадног снопа) између суседних дифракционих максимума на детектору. Можете користити $\sin x \approx \mathrm{tg}\, x \approx x$ за $|x| \ll 1$. Релативна атомска маса атома угљеника је 12. **(20 поена)**



Слика 1: (а) Молекул фулерена C_{60}; (б) принципијелна схема експеримента дифракције молекула фулерена.



Слика 2: Огледало на нити.



Слика 3: Жена на површини воде.

2. Идеално рефлектујуће огледало облика танког диска окачено је о неистегљиву нит занемарљиве масе и дужине $l = 10{,}0\,\mathrm{cm}$ (слика 2). Огледало је мало и има масу $m = 5{,}00\,\mathrm{mg}$. У веома кратком временском интервалу огледало је погођено ласерским снопом енергије $E = 15{,}0$ J. Ласерски сноп пада нормално на огледало и погађа центар огледала. Наћи максимални угао за који ће се због тога отклонити нит. **(20 поена)**

3. Жена масе $m = 50{,}0\,\mathrm{kg}$ се налази у вертикалном положају у коме је $f = 95{,}0\%$ њене запремине потопљено у воду (слика 3). Да би се одржавала у том положају, жена врши покрете ногама којима честицама воде саопштава брзину усмерену вертикално наниже. Сматрати да су покрети такви да за мали временски интервал Δt жена саопшти брзину v свим честицама воде које се налазе у ваљку висине $v\Delta t$ и површине $S_{\mathrm{eff}} = 600\,\mathrm{cm}^2$. Густина жене ρ_z је једнака густини воде ρ_v. Одредити интензитет брзине v, као и снагу коју жена предаје честицама воде. **(20 поена)**

4. Неодређеност координате у $n-$том ($n = 0,1,2,\ldots$) стационарном стању једнодимензионалног хармонијског осцилатора масе m и кружне фреквенције ω је облика $(\Delta x)_n = \sqrt{n+\frac{1}{2}}\,\hbar^\alpha m^\beta \omega^\gamma$.
   (а) Одредити реалне бројеве α, β и γ тако да $(\Delta x)_n$ буде одговарајућих димензија. **(14 поена)**
   (б) Проценити одговарајућу неодређеност импулса хармонијског осцилатора у основном стању. **(6 поена)**

5. Са врха зграде која се састоји од приземља и десет спратова бачена је ваза у вертикалном правцу. Након $t_1 = 1{,}46$ s од бацања она прође поред пода шестог спрата, а $\Delta t = 0{,}310$ s након тога поред пода четвртог спрата. Одредити колико је висока зграда, да ли је ваза бачена вертикално навише или наниже и који је интензитет почетне брзине вазе. Сви спратови и приземље имају исту висину. Занемарити отпор ваздуха и димензије вазе. **(20 поена)**

Приликом решавања задатака можете користити следеће бројне вредности физичких константи: атомска јединица масе $u = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg, брзина светлости у вакууму $c = 3{,}00 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, Планкова константа $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}$, убрзање силе Земљине теже $g = 9{,}81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, густина воде $\rho_v = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$.

*У фермионској категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима средњих стручних школа, уметничких школа и свих врста гимназија осим специјализованих гимназија за области математика и физика.

Задатке припремили: *др Ненад Вукмировић* и *Вељко Јанковић*, Институт за физику у Београду
др Никола Јованчевић, Природно-математички факултет, Нови Сад
Рецензент: *др Антун Балаж*, Институт за физику у Београду
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

1. Де Бројљева таласна дужина молекула фулерена је $\lambda = \frac{h}{mv}$ $\boxed{\textbf{3п}}$, при чему је маса молекула $m = 60{\cdot}12\,u = 720\,u$ (u је атомска јединица масе). Услов за $k-$ти ($k = 0, \pm 1, \ldots$) дифракциони максимум је $d\sin\theta_k = k\lambda$ $\boxed{\textbf{7п}}$, где је θ_k угао у односу на упадни правац молекула. Координата $k-$тог дифракционог максимума мерена дуж правца нормалног на упадни правац молекула је $x_k = L\operatorname{tg}\theta_k \approx L\cdot k\frac{\lambda}{d}$ $\boxed{\textbf{7п}}$, при чему смо због $\lambda/d \ll 1$ искористили приближну једнакост из поставке задатка. Растојање између суседних дифракционих максимума је $\Delta x = x_{k+1} - x_k = L\frac{\lambda}{d} = L\frac{h}{mvd}$ $\boxed{\textbf{2п}}$, односно након замене бројних вредности $\Delta x = 35\,\mu\mathrm{m}$ $\boxed{\textbf{1п}}$.

2. Интензитет укупног импулса свих фотона из ласерског снопа је једнак $p = \frac{E}{c}$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Пошто при судару са огледалом сви фотони промене смер импулса, интензитет импулса који ласерски сноп преда огледалу је $p_{\mathrm{pr}} = 2p$ $\boxed{\textbf{5п}}$, што је истовремено и интензитет импулса огледала непосредно након престанка дејства ласерског снопа. Из закона одржања енергије примењеног на тренутак непосредно након престанка дејства ласерског снопа и на тренутак кад је нит максимално отклоњена, следи $\frac{p_{\mathrm{pr}}^2}{2m} = mgh$, где је $h = l\,(1 - \cos\theta)$ висинска разлика положаја максималног отклона и почетног положаја огледала, а θ угао максималног отклона $\boxed{\textbf{5п}}$. Из претходних једначина следи $\theta = \arccos\left(1 - \frac{2E^2}{m^2c^2gl}\right)$ $\boxed{\textbf{5п}}$, односно $\theta = 1{,}16^0$ $\boxed{\textbf{2п}}$.

   Напомена: Признати у потпуности и решење у коме је ученик користио апроксимацију $\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2}$ и добио решење $\theta = \frac{2E}{mc\sqrt{gl}}$.

3. За мало време Δt жена ногама делује на честице воде унутар запремине $\Delta V = S_{\mathrm{eff}}v\Delta t$. Маса тих честица је $\Delta m = \rho_v\Delta V = \rho_v S_{\mathrm{eff}}v\Delta t$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Сила којом жена делује на честице воде је $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$, где је $\Delta p = \Delta m v$ импулс који је саопштен честицама воде $\boxed{\textbf{2п}}$. Из претходних једначина следи $F = \rho_v S_{\mathrm{eff}}v^2$ $\boxed{\textbf{3п}}$. По закону акције и реакције, честице воде делују на жену силом истог интензитета која је усмерена нагоре. Поред тога, на жену делују и сила Земљине теже чији је интензитет mg и сила потиска чији је интензитет $F_p = \rho_v fVg$ $\boxed{\textbf{2п}}$, где је $fV = f\frac{m}{\rho_z}$ запремина тела жене која се налази под водом. Из услова равнотеже жене следи $mg = F_p + F$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Из претходних једначина онда следи $v = \sqrt{\frac{m\left(1 - f\frac{\rho_v}{\rho_z}\right)g}{\rho_v S_{\mathrm{eff}}}}$ $\boxed{\textbf{2п}}$, односно $v = 0{,}639\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Снага коју жена предаје честицама воде је једнака промени њихове кинетичке енергије у јединици времена $P = \frac{\Delta E_k}{\Delta t}$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Пошто је $\Delta E_k = \frac{1}{2}\Delta m v^2$ $\boxed{\textbf{1п}}$ из претходних једначина следи $P = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\left[mg\left(1 - f\frac{\rho_v}{\rho_z}\right)\right]^3}{\rho_v S_{\mathrm{eff}}}}$ $\boxed{\textbf{2п}}$, односно $P = 7{,}84\ \mathrm{W}$ $\boxed{\textbf{1п}}$.

4. (а) Неодређеност положаја $(\Delta x)_n$ има димензије дужине L $\boxed{\textbf{1п}}$, док десна страна једнакости дате у поставци задатка има димензије $(ML^2T^{-1})^\alpha M^\beta (T^{-1})^\gamma = M^{\alpha+\beta}L^{2\alpha}T^{-\alpha-\gamma}$ $\boxed{\textbf{5п}}$, где су M и T димензије масе и времена, редом. Следи да реални бројеви α, β и γ задовољавају једначине $\alpha + \beta = 0$, $2\alpha = 1$ и $\alpha + \gamma = 0$ $\boxed{\textbf{5п}}$. Решавањем овог система једначина се добија $\alpha = \frac{1}{2}$ и $\beta = \gamma = -\frac{1}{2}$ $\boxed{\textbf{3п}}$, тако да је $(\Delta x)_n = \sqrt{n + \frac{1}{2}}\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$.
   (б) Неодређености положаја $(\Delta x)_0$ и импулса $(\Delta p)_0$ у основном стању ($n = 0$) једнодимензионалног хармонијског осцилатора су повезане Хајзенберговом релацијом неодређености $(\Delta x)_0(\Delta p)_0 \geq \frac{\hbar}{2}$ $\boxed{\textbf{4п}}$, тако да је неодређеност импулса у основном стању реда $(\Delta p)_0 \sim \sqrt{\frac{m\omega\hbar}{2}}$ $\boxed{\textbf{2п}}$.

   Напомена: Уколико ученик примени Хајзенбергову релацију неодређености у облику $(\Delta x)_0(\Delta p)_0 \geq A\,\frac{\hbar}{2}$, где је A бездимензиони бројни фактор (нпр. $A = 2$, $A = 4\pi$, или слично), доделити максималан број поена.

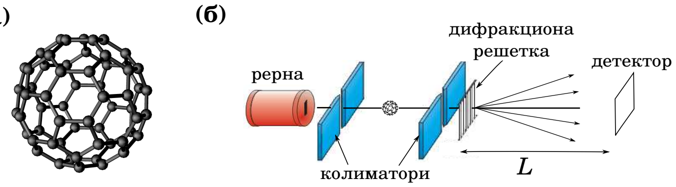
5. Једначина кретања вазе је $y(t) = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$ $\boxed{\textbf{5п}}$, где v_{0y} представља $y-$компоненту брзине вазе у почетном тренутку, а координатни систем је постављен тако да је $y-$оса усмерена вертикално навише, и да је на крову зграде $y = 0$. Из услова задатка је онда $y(t_1) = -5h$ $\boxed{\textbf{3п}}$ и $y(t_1 + \Delta t) = -7h$ $\boxed{\textbf{3п}}$, где је $h = H/11$, при чему је h висина једног спрата, а H висина зграде. Из претходних једначина се добија $H = \frac{11}{2}\frac{gt_1\Delta t(t_1+\Delta t)}{2t_1 - 5\Delta t}$ $\boxed{\textbf{2п}}$ и $v_{0y} = \frac{g}{2}\frac{2t_1^2 - 5(\Delta t)^2 - 10t_1\Delta t}{2t_1 - 5\Delta t}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Одатле је висина зграде $H = 31{,}5\ \mathrm{m}$ $\boxed{\textbf{2п}}$ и $v_{0y} = -2{,}66\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, па следи да је ваза бачена вертикално наниже $\boxed{\textbf{1п}}$ брзином интензитета $2{,}66\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ $\boxed{\textbf{2п}}$.

Задатке припремили: *др Ненад Вукмировић* и *Вељко Јанковић*, Институт за физику у Београду
др Никола Јованчевић, Природно-математички факултет, Нови Сад
Рецензент: *др Антун Балаж*, Институт за физику у Београду
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

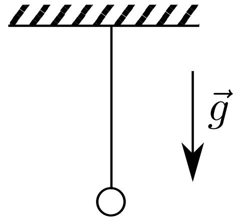
Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке
и технолошког развоја Републике Србије

IV разред — **ЗАДАЦИ – БОЗОНСКА КАТЕГОРИЈА*** — **ОКРУЖНИ НИВО**
26. фебруар 2017.

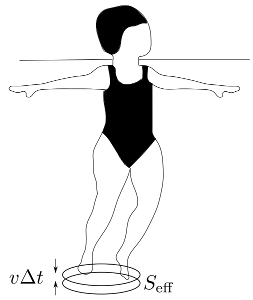
1. Један од највећих објеката на којима је експериментално потврђена де Брољева хипотеза о дуалној природи материје је молекул фулерена C_{60} који се састоји од 60 угљеникових атома распоређених у структуру налик на фудбалску лопту (слика 1а). У бечком експерименту из 1999. године (слика 1б), колимисани сноп молекула фулерена брзине $v = 200\,\mathrm{m/s}$ усмерен је нормално на дифракциону решетку константе $d = 0{,}10\,\mu\mathrm{m}$. Детектор на којем је посматрана дифракциона слика налазио се на растојању $L = 1{,}25$ m од дифракционе решетке. Израчунајте растојање (у правцу нормалном на правац упадног снопа) између суседних дифракционих максимума на детектору. Можете користити $\sin x \approx \mathrm{tg}\, x \approx x$ за $|x| \ll 1$. Релативна атомска маса атома угљеника је 12. **(20 поена)**



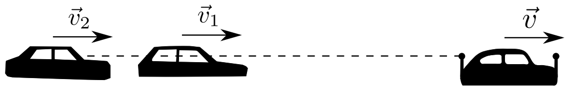
Слика 1: (а) Молекул фулерена C_{60}; (б) принципијелна схема експеримента дифракције.



Слика 2: Огледало на нити.



Слика 3: Жена на површини воде.



Слика 4: Југо и Стојадин који прате Фићу.

2. Идеално рефлектујуће огледало облика танког диска окачено је о неистегљиву нит занемарљиве масе и дужине $l = 10{,}0\,\mathrm{cm}$ (слика 2). Огледало је мало и има масу $m = 5{,}00\,\mathrm{mg}$. У веома кратком временском интервалу огледало је погођено ласерским снопом енергије $E = 15{,}0$ J. Ласерски сноп пада нормално на огледало и погађа центар огледала. Наћи максимални угао за који ће се због тога отклонити нит. **(20 поена)**

3. Жена масе $m = 50{,}0\,\mathrm{kg}$ се налази у вертикалном положају у коме је $f = 95{,}0\%$ њене запремине потопљено у воду (слика 3). Да би се одржавала у том положају, жена врши покрете ногама којима честицама воде саопштава брзину усмерену вертикално наниже. Сматрати да су покрети такви да за мали временски интервал Δt жена саопшти брзину v свим честицама воде које се налазе у ваљку висине $v\Delta t$ и површине $S_{\mathrm{eff}} = 600\,\mathrm{cm}^2$. Густина жене ρ_z је једнака густини воде ρ_v. Одредити интензитет брзине v, као и снагу коју жена предаје честицама воде. **(20 поена)**

4. Југослав у свемирском броду Југо који се креће брзином интензитета $v_1 = 1{,}44 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ и Стоја у свемирском броду Стојадин који се креће брзином интензитета $v_2 = 2{,}05 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ прате Филипа који вози свемирски брод Фића брзином интензитета $v = 1{,}12 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Све брзине бродова су константне и истог правца и смера, као што је приказано на слици 4. Са предњег и задњег краја Фиће Филип истовремено (у референтном систему везаном за Фићу) емитује два светлосна сигнала. Југо и Стојадин су снабдевени штоперицом која се укључује кад стигне први светлосни сигнал, а искључује кад стигне други. Штоперица у Југу региструје да је између пријема тих сигнала прошло $\Delta t_j = 9{,}65$ ns.
   (а) Одредити сопствену дужину Фиће. **(13 поена)**
   (б) Колико време Δt_s између пријема тих светлосних сигнала ће регистровати штоперица у Стојадину? **(7 поена)**

5. Честица масе $m = 6{,}07 \cdot 10^{-32}$ kg креће се дуж $x-$осе у пољу у коме је њена потенцијална енергија једнака $U(x) = \frac{1}{2}kx^2$, где је $k = 1{,}40 \cdot 10^{-3}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$. У почетном тренутку честица се налази у стању описаном таласном функцијом $\psi_a(x) = \left(\frac{\alpha}{64\cdot\pi}\right)^{1/4} e^{-\frac{1}{2}\alpha x^2}\left(4\alpha x^2 - 2\right)$, где је $\alpha = \sqrt{\frac{mk}{\hbar^2}}$. Колика је енергија фотона којег треба да апсорбује та честица да би прешла у стање описано таласном функцијом $\psi_b(x) = \left(\frac{\alpha}{2304\cdot\pi}\right)^{1/4} e^{-\frac{1}{2}\alpha x^2}\left(8\alpha^{3/2}x^3 - 12\sqrt{\alpha}\cdot x\right)$? **(20 поена)**

Приликом решавања задатака можете користити следеће бројне вредности физичких константи: атомска јединица масе $u = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg, брзина светлости у вакууму $c = 3{,}00 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, Планкова константа $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}$, убрзање силе Земљине теже $g = 9{,}81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, густина воде $\rho_v = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$.

*У бозонској категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима специјализованих гимназија за област математика и физика.

Задатке припремили: *др Ненад Вукмировић* и *Вељко Јанковић*, Институт за физику у Београду
др Никола Јованчевић, Природно-математички факултет, Нови Сад
Рецензент: *др Антун Балаж*, Институт за физику у Београду
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

1. Де Брољева таласна дужина молекула фулерена је $\lambda = \frac{h}{mv}$ $\boxed{3п}$, при чему је маса молекула $m = 60\cdot 12\,u = 720\,u$ (u је атомска јединица масе). Услов за $k-$ти ($k = 0, \pm1, \dots$) дифракциони максимум је $d \sin\theta_k = k\lambda$ $\boxed{7п}$, где је θ_k угао у односу на упадни правац молекула. Координата $k-$тог дифракционог максимума мерена дуж правца нормалног на упадни правац молекула је $x_k = L\,\mathrm{tg}\,\theta_k \approx L\cdot k\frac{\lambda}{d}$ $\boxed{7п}$, при чему смо због $\lambda/d \ll 1$ искористили приближну једнакост из поставке задатка. Растојање између суседних дифракционих максимума је $\Delta x = x_{k+1} - x_k = L\frac{\lambda}{d} = L\frac{h}{mvd}$ $\boxed{2п}$, односно након замене бројних вредности $\Delta x = 35\,\mu\mathrm{m}$ $\boxed{1п}$.

2. Интензитет укупног импулса свих фотона из ласерског снопа је једнак $p = \frac{E}{c}$ $\boxed{3п}$. Пошто при судару са огледалом сви фотони промене смер импулса, интензитет импулса који ласерски сноп преда огледалу је $p_{\mathrm{pr}} = 2p$ $\boxed{5п}$, што је истовремено и интензитет импулса огледала непосредно након престанка дејства ласерског снопа. Из закона одржања енергије примењеног на тренутак непосредно након престанка дејства ласерског снопа и на тренутак кад је нит максимално отклоњена, следи $\frac{p_{\mathrm{pr}}^2}{2m} = mgh$, где је $h = l\,(1-\cos\theta)$ висинска разлика положаја максималног отклона и почетног положаја огледала, а θ угао максималног отклона $\boxed{5п}$. Из претходних једначина следи $\theta = \arccos\left(1 - \frac{2E^2}{m^2c^2gl}\right)$ $\boxed{5п}$, односно $\theta = 1{,}16^0$ $\boxed{2п}$.

   Напомена: Признати у потпуности и решење у коме је ученик користио апроксимацију $\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2}$ и добио решење $\theta = \frac{2E}{mc\sqrt{gl}}$.

3. За мало време Δt жена ногама делује на честице воде унутар запремине $\Delta V = S_{\mathrm{eff}} v \Delta t$. Маса тих честица је $\Delta m = \rho_v \Delta V = \rho_v S_{\mathrm{eff}} v \Delta t$ $\boxed{2п}$. Сила којом жена делује на честице воде је $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$, где је $\Delta p = \Delta m v$ импулс који је саопштен честицама воде $\boxed{2п}$. Из претходних једначина следи $F = \rho_v S_{\mathrm{eff}} v^2$ $\boxed{3п}$. По закону акције и реакције, честице воде делују на жену силом истог интензитета која је усмерена нагоре. Поред тога, на жену делују и сила Земљине теже чији је интензитет mg и сила потиска чији је интензитет $F_p = \rho_v fVg$ $\boxed{2п}$, где је $fV = f\frac{m}{\rho_z}$ запремина тела жене која се налази под водом. Из услова равнотеже жене следи $mg = F_p + F$ $\boxed{3п}$. Из претходних једначина онда следи $v = \sqrt{\frac{m\left(1-f\frac{\rho_v}{\rho_z}\right)g}{\rho_v S_{\mathrm{eff}}}}$ $\boxed{2п}$, односно $v = 0{,}639\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ $\boxed{1п}$. Снага коју жена предаје честицама воде је једнака промени њихове кинетичке енергије у јединици времена $P = \frac{\Delta E_k}{\Delta t}$ $\boxed{1п}$. Пошто је $\Delta E_k = \frac{1}{2}\Delta m v^2$ $\boxed{1п}$ из претходних једначина следи $P = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\left[mg\left(1-f\frac{\rho_v}{\rho_z}\right)\right]^3}{\rho_v S_{\mathrm{eff}}}}$ $\boxed{2п}$, односно $P = 7{,}84\ \mathrm{W}$ $\boxed{1п}$.

4. (а) Нека су у референтном систему S_f везаном за Фићу сигнали са Фиће емитовани у тренутку t. Један сигнал је емитован са места x_1, а други са места $x_2 = x_1 + l_0$, где је l_0 сопствена дужина Фиће. У систему везаном за Фићу Југо се креће брзином $v_j = \frac{v_1 - v}{1 - \frac{vv_1}{c^2}}$ $\boxed{2п}$. Надаље ћемо појаву посматрати у референтном систему S_j везаном за Југо. Тај систем се креће брзином v_j у односу на систем S_f. Догађај "емитовање првог сигнала" који у систему S_f има координате (x_1,t) у систему S_j има координате (x_1',t_1') које су на основу Лоренцових трансформација једнаке $x_1' = \frac{x_1 - v_j t}{\sqrt{1-\frac{v_j^2}{c^2}}}$ и $t_1' = \frac{t - \frac{v_j x_1}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v_j^2}{c^2}}}$ $\boxed{2п}$. Аналогно, догађај "емитовање другог сигнала" у систему S_j има координате $x_2' = \frac{x_2 - v_j t}{\sqrt{1-\frac{v_j^2}{c^2}}}$ и $t_2' = \frac{t - \frac{v_j x_2}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v_j^2}{c^2}}}$ $\boxed{2п}$. Временски интервал између пријема тих сигнала у Југу је $\Delta t_j = \frac{x_2' - x_1'}{c} + t_2' - t_1'$ $\boxed{3п}$. Користећи $x_2 - x_1 = l_0$, из претходних једначина се након сређивања добија $l_0 = c\Delta t_j \sqrt{\frac{c+v_1}{c-v_1}}\sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$ $\boxed{3п}$, одакле је $l_0 = 3{,}30\ \mathrm{m}$ $\boxed{1п}$.

   (б) Аналогним поступком као у претходном делу задатка се добија $l_0 = c\Delta t_s \sqrt{\frac{c+v_2}{c-v_2}}\sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$ $\boxed{4п}$. Дељењем последње једначине са аналогним изразом за l_0 из претходног дела задатка следи $\Delta t_s = \Delta t_j \sqrt{\frac{c-v_2}{c+v_2}}\sqrt{\frac{c+v_1}{c-v_1}}$ $\boxed{2п}$, одакле је $\Delta t_s = 7{,}06\ \mathrm{ns}$ $\boxed{1п}$.

5. Таласна функција честице у стању описаном таласном функцијом ψ_a задовољава Шредингерову једначину $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2\psi_a}{\mathrm{d}x^2} + \frac{1}{2}kx^2\psi_a = E_a\psi_a$, где је E_a енергија честице у том стању $\boxed{4п}$. Користећи $\frac{\mathrm{d}^2\psi_a}{\mathrm{d}x^2} = \left(\frac{\alpha}{64\pi}\right)^{1/4} e^{-\frac{1}{2}\alpha x^2}\left(4\alpha^3x^4 - 22\alpha^2x^2 + 10\alpha\right)$

Задатке припремили: *др Ненад Вукмировић* и *Вељко Јанковић*, Институт за физику у Београду
др Никола Јованчевић, Природно-математички факултет, Нови Сад
Рецензент: *др Антун Балаж*, Институт за физику у Београду
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

2п, заменом у Шредингерову једначину се добија

$$\left(\frac{\alpha}{64\pi}\right)^{1/4}\frac{1}{2}ke^{-\frac{1}{2}\alpha x^2}\left(20x^2-\frac{10}{\alpha}\right)=E_a\left(\frac{\alpha}{64\pi}\right)^{1/4}e^{-\frac{1}{2}\alpha x^2}\left(4\alpha x^2-2\right), \tag{1}$$

одакле је $E_a=\frac{5k}{2\alpha}$, односно $E_a=\frac{5}{2}\hbar\sqrt{\frac{k}{m}}$ **3п**. Користећи $\frac{\mathrm{d}^2\psi_b}{\mathrm{d}x^2}=\left(\frac{\alpha}{2304\cdot\pi}\right)^{1/4}e^{-\frac{1}{2}\alpha x^2}\left(8\alpha^{7/2}x^5-68\alpha^{5/2}x^3+84\alpha^{3/2}x\right)$ **2п**, заменом у Шредингерову једначину за ψ_b се добија

$$\left(\frac{\alpha}{2304\cdot\pi}\right)^{1/4}\frac{1}{2}ke^{-\frac{1}{2}\alpha x^2}\left(56\alpha^{1/2}x^3-84\alpha^{-1/2}x\right)=E_b\left(\frac{\alpha}{2304\cdot\pi}\right)^{1/4}e^{-\frac{1}{2}\alpha x^2}\left(8\alpha^{3/2}x^3-12\sqrt{\alpha}\cdot x\right). \tag{2}$$

Одатле је $E_b=\frac{7}{2}\hbar\sqrt{\frac{k}{m}}$ **3п**. Тражена енергија фотона је $E=E_b-E_a$ **2п**, одакле је $E=\hbar\sqrt{\frac{k}{m}}$ **2п**, односно $E=1{,}60\cdot 10^{-20}$ J **2п**.

Задатке припремили: *др Ненад Вукмировић* и *Вељко Јанковић*, Институт за физику у Београду
др Никола Јованчевић, Природно-математички факултет, Нови Сад
Рецензент: *др Антун Балаж*, Институт за физику у Београду
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд