ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2014/2015. ГОДИНЕ.

Друштво Физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије

IV РАЗРЕД

ОПШТИНСКИ НИВО 14.02.2015.

ЗАДАЦИ

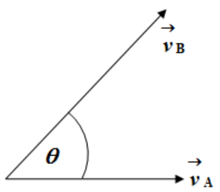
1. K^+ мезон, енергије мировања $493{,}7\ \mathrm{MeV}$, се распада на мион μ^+ и мионски неутрино ν_μ ($K^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$). Енергија мировања миона износи $105{,}7\ \mathrm{MeV}$. Енергија мировања мионског неутрина је неодређена (мања од $170\ \mathrm{keV}$) због неутринских осцилација, али се у овом проблему може узети да је једнака нули. Одредити вредности кинетичких енергија миона и мионског неутрина у односу на систем референције у ком при распаду K^+ мезон мирује. **[20 поена]**

2. У лабораторијском систему S , честице A и B се крећу у истој равни, униформно, релативистичким брзинама v_A и v_B, по правим линијама које заклапају угао θ (слика 1). Одредити интензитет брзине једне честице у односу на другу. **[20 поена]**

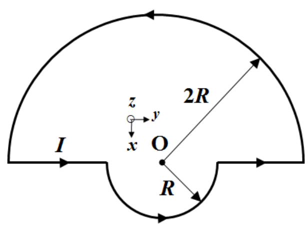
3. Кроз контуру чији је облик приказан на слици 2 и која се налази у ваздуху, протиче стална струја јачине $I = 10\ \mathrm{A}$. Одредити интензитет магнетне индукције у тачки O . Магнетна пропустљивост вакуума је $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \dfrac{\mathrm{V \cdot s}}{\mathrm{A \cdot m}}$. Сматрати да је магнетна пропустљивост ваздуха једнака магнетној пропустљивости вакуума. Полупречници кружних проводника су $R = 50\ \mathrm{cm}$ и $2R = 100\ \mathrm{cm}$. **[20 поена]**

4. Ако је E релативистичка енергија, а $\vec{p}$ релативистички импулс честице, доказати да је величина дефинисана као $P^2 = E^2 / c^2 - \vec{p}\cdot\vec{p}$ инваријанта, тј. има исту вредност у свим референтним системима. Маса мировања честице је m, а брзина светлости у вакууму је c. **[20 поена]**

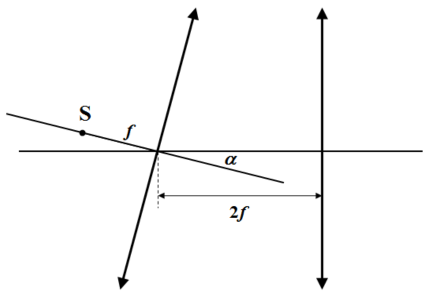
5. Два једнака и танка сабирна сочива, жижних даљина $f = 15\ \mathrm{cm}$, постављена су тако да њихове оптичке осе образују угао $\alpha = 15^\circ$, а растојање између њихових центара износи $2f$ (слика 3). У жижи првог сочива је тачкасти извор светлости S. Конструисати лик тачкастог извора светлости S у датом систему сочива, и одредити растојање између извора и његовог лика добијеног од оваквог система сочива. **[20 поена]**



Слика 1.



Слика 2.



Слика 3.

Задатке припремили: Владимир Чубровић и др Владимир Марковић
Рецензенти: др Владимир Марковић и Владимир Чубровић
Председник комисије: Проф. др Мићо Митровић, Физички факултет, Београд

Свим такмичарима желимо успешан рад!

ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2014/2015. ГОДИНЕ.

IV
РАЗРЕД

Друштво Физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије

ОПШТИНСКИ НИВО
14.02.2015.

РЕШЕЊА

1. Применом закона одржања импулса и енергије, у случају када при распаду K^+ мезон мирује, добијамо следеће једначине $p_{\mu^+}=p_{\nu_\mu}$ **[3п]** и $E_{\mu^+}+E_{\nu_\mu}=m_{K^+}c^2$ **[3п]** тј. $E_{\mu^+}=m_{K^+}c^2-E_{\nu_\mu}$. Како је $E_{\mu^+}^2=p_{\mu^+}^2c^2+m_{\mu^+}^2c^4$ **[3п]** и $E_{\nu_\mu}=p_{\nu_\mu}c$ **[2п]** добијамо $p_{\nu_\mu}=\dfrac{m_{K^+}^2c^4-m_{\mu^+}^2c^4}{2m_{K^+}c^2}\cdot\dfrac{1}{c}\approx 235{,}5\ \mathrm{MeV}/c$ **[2+1п].**
Кинетичке енергије миона и мионског неутрина су редом: $T_{\mu^+}=\sqrt{p_{\mu^+}^2c^2+m_{\mu^+}^2c^4}-m_{\mu^+}c^2\approx 152{,}4\ \mathrm{MeV}$ **[2+1п]** и $T_{\nu_\mu}=p_{\nu_\mu}c\approx 235{,}5\ \mathrm{MeV}$ **[2+1п].**

2. Изаберимо x-осу у правцу и смеру вектора брзине честице A и вежимо систем S' за њу. У лабораторијском систему S интензитети компонената брзине честице B су редом једнаки: $v_{x\mathrm{B}}=v_{\mathrm{B}}\cos\theta$, $v_{y\mathrm{B}}=v_{\mathrm{B}}\sin\theta$ и $v_{z\mathrm{B}}=0$. Према релативистичком закону слагања брзина, интензитети компонената брзине честице B у систему S' су редом једнаки: $v'_{x\mathrm{B}}=\dfrac{v_{x\mathrm{B}}-v_{\mathrm{A}}}{1-\dfrac{v_{x\mathrm{B}}v_{\mathrm{A}}}{c^2}}$ **[7п]**, $v'_{y\mathrm{B}}=\dfrac{v_{y\mathrm{B}}\sqrt{1-\dfrac{v_{\mathrm{A}}^2}{c^2}}}{1-\dfrac{v_{x\mathrm{B}}v_{\mathrm{A}}}{c^2}}$ **[7п]**, $v'_{z\mathrm{B}}=0$ **[3п].**

Интензитет брзине честице B у систему S' је $v'_{\mathrm{B}}=\sqrt{{v'_{x\mathrm{B}}}^2+{v'_{y\mathrm{B}}}^2+{v'_{z\mathrm{B}}}^2}$ **[1п],** тако да користећи претходне релације добијамо $v'_{\mathrm{B}}=\left(\sqrt{v_{\mathrm{B}}^2-2v_{\mathrm{B}}v_{\mathrm{A}}\cos\theta+v_{\mathrm{A}}^2-\dfrac{v_{\mathrm{A}}^2v_{\mathrm{B}}^2\sin^2\theta}{c^2}}\right)\Big/\left(1-\dfrac{v_{\mathrm{B}}v_{\mathrm{A}}\cos\theta}{c^2}\right)$ **[2п].**

3. Вектор магнетне индукције у тачки O је по принципу суперпозиције једнак $\vec{B}_{\mathrm{O}}=\vec{B}_1+\vec{B}_2+\vec{B}_3+\vec{B}_4$ **[1п]**. Индукција од праволинијских делова је нула $B_2=B_3=0$ **[1+1п]**. Индукција од полукружних делова је једнака половини индукције одговарајућег кружног проводника **[2п]**. У центру кружног проводника индукција је $B=k'\dfrac{2\pi I}{r}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{2\pi I}{r}=\mu_0\dfrac{I}{2r}$ **[2п]**, за полукружне проводнике је $B_1=\dfrac{1}{2}\mu_0\dfrac{I}{4R}=\mu_0\dfrac{I}{8R}$ **[4п]** и $B_4=\dfrac{1}{2}\mu_0\dfrac{I}{2R}=\mu_0\dfrac{I}{4R}$ **[4п]**, па је $B_{\mathrm{O}}=B_1+B_4=\mu_0\dfrac{3I}{8R}\approx 9.42\ \mu\mathrm{T}$ **[4п+1].**

4. Како је $E=\dfrac{mc^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$ **[4п]** и $\vec{p}=\dfrac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$ **[4п],** тада је $\vec{p}\cdot\vec{p}=\dfrac{m^2v^2}{1-\dfrac{v^2}{c^2}}$ **[2п]** и $\dfrac{E^2}{c^2}=\dfrac{m^2c^2}{1-\dfrac{v^2}{c^2}}$ **[2п],** тако да је величина P^2 једнака $P^2=\dfrac{E^2}{c^2}-p^2=\dfrac{m^2c^2}{1-\dfrac{v^2}{c^2}}-\dfrac{m^2v^2}{1-\dfrac{v^2}{c^2}}=m^2c^2$ **[3п]**. Како су величине m и c инваријанте **[2п]**, тада је и величина P^2 инваријанта **[5п]**, тако да је $P^2={P'}^2$.

Други начин. Директне $S\rightarrow S'$ и инверзне $S'\rightarrow S$ Лоренцове трансформације компонената импулса и енергије су: **а)** $p'_x=\gamma\left(p_x-\dfrac{uE}{c^2}\right)$ **[6п]**, $p'_y=p_y$ **[2п]**, $p'_z=p_z$ **[2п]**, $E'=\gamma\left(E-up_x\right)$ **[6п]**, и **б)**

$p_x = \gamma\left(p_x^{\prime} + \dfrac{uE^{\prime}}{c^2}\right)$, $p_y = p_y^{\prime}$, $p_z = p_z^{\prime}$ и $E = \gamma\left(E^{\prime} + up_x^{\prime}\right)$, где је $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$. Компоненте импулса се трансформишу као координате положаја, а енергија се трансформише као време. У случају под **а)** имамо $\left(E^{\prime}\right)^2/c^2 - \left(p^{\prime}\right)^2 = \dfrac{\gamma^2}{c^2}\left(E - up_x\right)^2 - \gamma^2\left(p_x - \dfrac{uE}{c^2}\right)^2 - p_y^2 - p_z^2 = E^2/c^2 - p^2$ **[4п]**. Аналогно важи и за случај под **б)**.

5. После преламања кроз прво сочиво светлосни зраци се крећу паралелно његовој оптичкој оси. Посматрамо два карактеристична зрака. Први зрак који пролази кроз центар другог сочива и не прелама се. Други зрак који пролази кроз жижу другог сочива и који се након преламања на њему креће паралелно са његовом оптичком осом. У пресеку та два зрака добија се лик тачкастог извора (слика) **[7п]**. Са слике 2 се види да је тражено растојање једнако $l = \sqrt{x^2 + y^2}$ **[1п]**. Са слике 2 се такође види да важе следеће релације: $x = x_1 + 2f + x_2$ **[1п]**, $y = y_1 + y_2$ **[1п]**, $y_2 / x_2 = tg\alpha$ **[1п]**, $y_2 / f = tg\alpha$ **[1п]**, $y_1 / f = sin\alpha$ **[1п]**, $x_1 / f = cos\alpha$ **[1п]** тдј. $x = f\left(3 + cos\alpha\right)$ **[1п]**, $y = f\left(sin\alpha + tg\alpha\right)$ **[1п]**, па је тражено растојање једнако $l = f\sqrt{\left(3+cos\alpha\right)^2 + \left(sin\alpha + tg\alpha\right)^2} \approx 60$ cm **[3+1п]**.