ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2013/2014. ГОДИНЕ.
Друштво физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије

IV РАЗРЕД

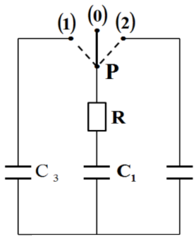
ОКРУЖНИ НИВО
08.03.2014.

ЗАДАЦИ

1. Фотон фреквенције ν поседује ефективну инерцијалну масу m која је одређена његовом енергијом. Претпоставимо да је гравитациона маса једнака инерцијалној маси . Фотон емитован са површине звезде губи своју енергију при напуштању гравитационог поља звезде. Показати да је промена фреквенције $\Delta\nu$ фотона који са површине звезде оде бесконачно далеко од ње дата са $\frac{\Delta\nu}{\nu_e} = -\frac{GM}{Rc^2}$. ν_e је фреквенција фотона емитованог са површине звезде, G је гравитациона константа звезде, R је полупречник звезде, M је маса звезде, док је c брзина светлости. Напомена: у зависности од начина решавања можете користити апроксимацију $\Delta\nu \ll \nu_e$.

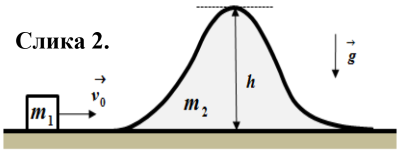
2. Танак штап AB креће се транслаторно у систему референце S дуж y-осе брзином $v = c/2$. У тренутку $t = 0$ координате крајњих тачака штапа у систему S су $A(x=0, y=0)$ и $B(x = l_0, y=0)$. Систем S' се креће дуж x-осе брзином $u = c/3$ у односу на систем S. Када посматрач из система S види крај штапа A у координатном почетку у тренутку $t = 0$, тада су за посматрача у систему S' просторно-временске координате тачке A редом $x' = 0$, $y' = 0$ и $t' = 0$. Одредити координате тачке B које мери посматрач у систему S' у тренутку $t' = 0$. Одредити угао који заклапа штап са x'- осом у тренутку $t' = 0$. Колико износи тај угао у случају када је $u = c$?

3. Три кондензатора једнаких капацитативности $C_1 = C_2 = C_3$, отпорник R и преклопник P, повезани су у коло на начин као што је приказано на слици 1. У почетном тренутку преклопник се налази у положају (0), при чему је кондензатор у грани са отпорником оптерећен количином наелектрисања тако да енергија кондензатора износи $W_0 = 160\ \mathrm{mJ}$, док су остала два кондензатора неоптерећена. Након тога преклопник се пребаци у положај (1), па након успостављеног стационарног стања, преклопник се пребаци у положај (2). Одредити количину топлоте која се ослободи на отпорнику од почетног тренутка до успостављања другог стационарног стања.



Слика 1.

4. Тело масе $m_1 = 25\ \mathrm{kg}$ креће се по хоризонталној подлози брзином v_0, и налеће на препреку масе $m_2 = 100\ \mathrm{kg}$ и висине $h = 1\mathrm{m}$ која може да се креће по подлози (слика 2). Одредити за које све вредности брзине v_0, тело може да пређе преко препреке. Утицај преласка тела са хоризонталне подлоге на препреку, на његово кретање занемарити. Сва трења у систему занемарити. Тело без губитка енергије прелази са хоризонталне подлоге на препреку. Узети да је убрзање Земљине теже $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

Слика 2.


5. Винова емпиријска формула за расподелу енергије у спектру црног тела има облик $E(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5} e^{-\frac{C_2}{\lambda T}}$, где су C_1 и C_2 константе. Полазећи од дате формуле извести Винов закон померања и узимајући да је $C_2 = 1{,}4388 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{K\,m}$, одредити Винову константу.

Сваки задатак носи 20 поена.
Задатке припремили: Владимир Марковић и Владимир Чубровић
Рецензенти: Владимир Марковић и Владимир Чубровић
Председник комисије: Проф. др Мићо Митровић, Физички факултет, Београд

Свим такмичарима желимо успешан рад!

ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2013/2014. ГОДИНЕ.

Друштво физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије

IV РАЗРЕД **ОКРУЖНИ НИВО 08.03.2014.**

РЕШЕЊА

1. Како фотон има инерцијалну масу која је одређена његовом енергијом $mc^2 = h\nu$ **[1п]** тада је $m = h\nu / c^2$ **[1п]** и она је по услову задатка једнака гравитационој маси. Узмимо да је фотон енергије $h\nu_p$ емитован емитован са растојања r_p од центра звезде. По закону одржања енергије важи $h\nu_p - G\dfrac{Mm_p}{r_p} = h\nu_k - G\dfrac{Mm_k}{r_k}$ **[9п]**, где је где је са индексом p означено почетно стање , а са k неко коначно стање. По услову задатка је $r_p = R$ **[1п]**, $r_k = \infty$ **[1п]**, $\nu_p = \nu_e$ **[1п]** и $m_p = \dfrac{h\nu_e}{c^2}$ **[3п]**, тако да је $h\nu_k - h\nu_e = -G\dfrac{M}{R}\cdot\dfrac{h\nu_e}{c^2}$ **[1п]** $\Rightarrow$ $\dfrac{\nu_k - \nu_e}{\nu_e} = \dfrac{\Delta\nu}{\nu_e} = -\dfrac{GM}{Rc^2}$ **[2п]** што је и требало показати. Знак минус означава да долази до смањења фреквенције фотона, тј. долази до црвеног помака.

2. Означимо са x_B' и y_B' тражене координате тачке В штапа које у тренутку $t' = 0$ мери посматрач из система S'. Координате краја штапа В које мери посматрач у систему S у тренутку t су $x_B = l_0$ **[1п]** и $y_B = vt$ **[1п]**. Везе између координата у системима S и S' су редом $t = \left(t' + \dfrac{u}{c^2}x_B'\right) / \left(\sqrt{1 - u^2/c^2}\right)$ **[2п]**, $x_B = \left(x_B' + ut'\right) / \left(\sqrt{1 - u^2/c^2}\right)$ **[2п]** и $y_B = y_B' = vt$ **[2п]**. У тренутку $t' = 0$ је $x_B = l_0$, тако да важи $t = \left(\dfrac{u}{c^2}x_B'\right) / \left(\sqrt{1 - u^2/c^2}\right)$ **[2п]** и $x_B' = l_0\sqrt{1 - u^2/c^2} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}l_0$ **[2п]**. Из претходне две релације добијамо $t = \dfrac{u}{c^2}l_0 = \dfrac{l_0}{3c}$ **[2п]** и $y_B = y_B' = \dfrac{uvl_0}{c^2} = l_0/6$ **[2п]**. У тренутку $t' = 0$, координате тачке А штапа су $x_A' = 0$ и $y_A' = 0$, тако да је угао θ' који гради штап са x' - осом једнак $\theta' = arctg\left(y_B' / x_B'\right) = arctg\left(1/4\sqrt{2}\right) \approx 10^\circ$ **[1+1п]**. У случају да је $u = c$ добијамо да је $\theta' = 90^\circ$ **[2п]**.

3. У положају (0) преклопника, енергија кондензатора C_1 износи W_0 при чему је он оптерећен одређеном количином наелектрисања q_0. Након пребацивања преклопника у положај (1) и успостављања стационарног стања, због једнакости капацитета кондензатора и закона одржања наелектисања, кондензатори C_1 и C_3 су оптерећени једнаким количинама наелектрисања $q_0/2$ **[3п],** па је укупна енергија кондензатора једнака $W_1 = W_0/4 + W_0/4 = W_0/2$ **[2п]**. По закону одржања енергије ослобођена количина топлоте на отпорнику износи $Q_1 = W_0 - W_1 = W_0/2$ **[2п].** Након пребацивања преклопника у положај (2) и успостављања стационарног стања, због једнакости капацитета кондензатора и закона одржања наелектисања, кондензатори C_1 и C_2 су оптерећени једнаким количинама наелектрисања $q_0/4$ **[3п].** Наелектрисање кондензатора C_1 се не мења и има вредност $q_0/2$ **[2п],** па је укупна енергија кондензатора у овом случају једнака $W_2 = W_0/4 + W_0/16 + W_0/16 = 3W_0/8$ **[2п].** По закону одржања енергије ослобођена количина топлоте на отпорнику износи $Q_2 = W_1 - W_2 = W_0/8$ **[2п].** Укупна ослобођена количина топлоте на отпорнику износи $Q = Q_1 + Q_2 = 5W_0/8 = 100\ \text{mJ}$ **[3+1п].**

4. Тело када пређе на препреку, делује на њу и покреће је. Гранична вредност брзине v_{0g} коју је потребно да поседује тело да би прешло преко препреке, добија се из услова да је интензитет брзине тела у односу на подлогу, у тренутку када се тело нађе на врху препреке (на висини њеног h у односу на подлогу), једнак нули. За вредности брзине $v_0 > v_{0g}$ тело ће успети да пређе преко препреке. Силе међусобне интеракције између тела и препреке су унутрашње , па је систем изолован дуж хоризонталног правца. Како је гравитациона сила конзервативна, а трења у систему нема, онда важи закон одржања енергије. Из закона одржања импулса следи $m_1v_{0g} = \left(m_1 + m_2\right)\cdot u$ **[7п]** (1). Из закона одржања енергије следи $\dfrac{m_1v_{0g}^2}{2} = \dfrac{\left(m_1 + m_2\right)\cdot u^2}{2} + m_1gh$ **[7п]** (2). Из прве једначине добијамо

$u = \frac{m_1 v_{0g}}{m_1 + m_2}$ **[1п]** (3). Из једначина (2) и (3) добијамо да вредност граничне брзине тела износи $v_{0g} = \sqrt{\frac{2(m_1 + m_2)gh}{m_2}} = 5 \text{ m/s}$ **[2+1п].** Дакле за вредности брзине $v_0 > v_{0g}$ тј. $v_0 > 5 \text{ m/s}$ **[2п]** тело ће успети да пређе преко препреке.

5. Винов закон померања односи се на таласну дужину λ_m којој одговара максимум емисионе моћи, а тај максимум се може одредити изједначавањем првог извода функције $E(\lambda, T)$ (по λ) са нулом: $E'(\lambda_\text{m}, T) = 0$ **[3п].** $E'(\lambda, T) = -5\frac{C_1}{\lambda^6} e^{-\frac{C_2}{\lambda T}} + \frac{C_1}{\lambda^5}\frac{C_2}{\lambda^2 T} e^{-\frac{C_2}{\lambda T}}$ **[6п]** $\Rightarrow$ $E'(\lambda_\text{m}, T) = \frac{C_1}{\lambda_\text{m}^7 T} e^{-\frac{C_2}{\lambda_\text{m} T}}(-5\lambda_\text{m} T + C_2) = 0$ **[5п]**. Последњи израз је једнак нули за $5\lambda_\text{m} T = C_2$ **[2п]**, тј. за $\lambda_\text{m} = \frac{C_2}{5T} = \frac{b}{T}$ **[2п]**, где је $b = \frac{C_2}{5} = 2{,}8776 \cdot 10^{-3} \text{ K m}$ **[1+1п]**.