ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2012/2013. ГОДИНЕ.

IV
РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ЗАДАЦИ

ОПШТИНСКИ НИВО
17.2.2013.

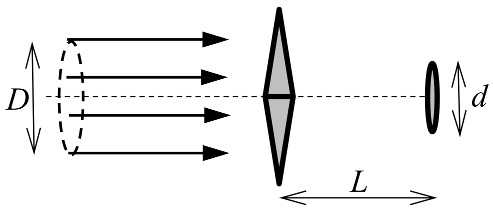
1. Млади физичар је зимски распуст провео на селу спремајући се за такмичење из физике. Иако је у паузама помагао баки и деки око домаћих животиња, ипак није могло да га напусти размишљање о Де Брољевој хипотези, те је прорачунавао ред величине таласне дужине свега што се кретало. Колика је Де Брољева таласна дужина краве масе $m = 700\,\mathrm{kg}$ која се креће брзином $v = 1{,}1\,\mathrm{m/s}$? Колико пута је таласна дужина краве мања од таласне дужине електрона масе $m_\mathrm{e} = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$ који се креће брзином $u = 2{,}7 \cdot 10^5\,\mathrm{m/s}$? **(15 поена)**

2. (*Млади физичар* 96, С4-5.) Након неуспешног покушаја отмице Николе Жигића, зли ванземаљци су решили да претворе Земљу у црну рупу. Небеско тело је црна рупа ако фотони емитовани са површине тела не могу да напусте његово гравитационо поље. У овом задатку сматрати да је потенцијална енергија фотона у гравитационом пољу иста као и потенцијална енергија класичне честице масе $m = h\nu/c^2$, где је ν фреквенца фотона. Одредити до ког полупречника R треба сабити Земљу да постане црна рупа. **(20 поена)**

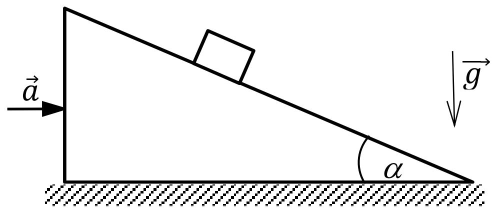
3. Сноп паралелних светлосних зрака пада на идеално сабирно сочиво жижне даљине f (слика). Пречник пресека снопа је D. Кружна плочица пречника $d < D$ постављена је на растојању L од сочива тако да јој се оса симетрије поклапа са оптичком осом сочива. Колика је минимална, а колика максимална вредност L при којој ће сви зраци из снопа падати на плочицу? **(20 поена)**

4. Честица масе m и наелектрисања q се креће под дејством хомогеног магнетног поља индукције B. У почетном тренутку ($t = 0$) брзина честице је $v = 0{,}8\,c$ (где је c брзина светлости) и нормална је на правац магнетног поља. На колику максималну раздаљину од почетног положаја ће се одмаћи честица и у ком тренутку (тренуцима) ће се та раздаљина достићи? Одредити и како интензитет убрзања честице зависи од времена. **(20 поена)**

5. Мало тело лежи на стрмој равни клина, као што је приказано на слици. Примећено је да мало тело мирује у односу на клин када се клин гура надесно константним хоризонталним убрзањем интензитета $a \in [2\,\mathrm{m/s^2}, 7\,\mathrm{m/s^2}]$. Одредити нагибни угао клина α и коефицијент трења μ између тела и клина. **(25 поена)**



Слика уз 3. задатак



Слика уз 5. задатак

Потребне константе:
Брзина светлости $c = 3{,}00 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}$, Планкова константа $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J{\cdot}s}$, гравитациона константа $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}$, маса Земље $M = 5{,}97 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}$, убрзање силе Земљине теже $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$.

Свим такмичарима желимо пријатан рад!

Задатке припремили:
др Ненад Вукмировић, Институт за физику, Београд
Владимир Вељић, Машински факултет, Београд

Рецензент:
др Дарко Танасковић, Институт за физику, Београд
Председник Комисије за такмичење ученика средњих школа:
др Александар Крмпот, Институт за физику, Београд

ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2012/2013. ГОДИНЕ.

IV
РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије

ОПШТИНСКИ НИВО
17.2.2013.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА

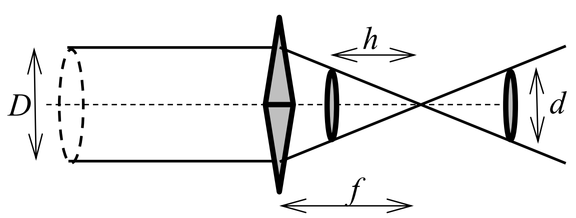
1. Таласна дужина краве је $\lambda_{krave} = h/p_{krave} = h/mv = 8{,}6\cdot 10^{-37}\ m$ $\boxed{\text{6п}}$, док је таласна дужина електрона $\lambda_e = h/p_e = h/m_e u = 2{,}7\cdot 10^{-9}\ m$ $\boxed{\text{6п}}$. Дакле, $\frac{\lambda_e}{\lambda_{krave}} = 3{,}1\cdot 10^{27}$ $\boxed{\text{3п}}$.

2. Да фотон емитован са површине Земље не би могао да напусти њено гравитационо поље, потребно је да његова укупна енергија буде мања од нуле. Потенцијална енергија фотона који се налази на површини Земље је $U = -\gamma Mm/R$ $\boxed{\text{5п}}$, а кинетичка је $T = h\nu$ $\boxed{\text{3п}}$. Из услова $T + U < 0$ $\boxed{\text{6п}}$, с обзиром на $m = h\nu/c^2$ следи $R < \gamma M/c^2 = 4{,}42\ \mathrm{mm}$ $\boxed{\text{4п+2п}}$, што представља полупречник до кога треба сабити Земљу да постане црна рупа. **Напомена**: Добијени резултат је двапут мањи од оног који би се добио егзактним прорачуном у оквиру опште теорије релативности.

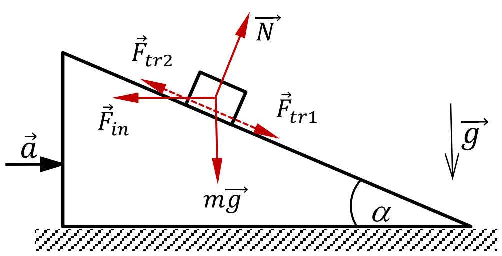
3. Сноп паралелних зрака се након преламања сече у жижи $\boxed{\text{3п}}$. На слици су приказана два гранична положаја плочице при којима још увек сви зраци падају на плочицу $\boxed{\text{5п}}$. У тим положајима је $L_{\min} = f - h$ и $L_{\max} = f + h$ $\boxed{\text{4п}}$. На основу сличности троуглова је $h/f = d/D$ $\boxed{\text{4п}}$, одакле је $L_{\min} = f(1 - d/D)$ и $L_{\max} = f(1 + d/D)$ $\boxed{\text{4п}}$.

4. Пошто магнетно поље не врши рад, интензитет брзине честице ће у сваком тренутку бити v $\boxed{\text{2п}}$. На честицу у сваком тренутку делује Лоренцова сила интензитета $F = qvB$ $\boxed{\text{2п}}$ која је усмерена нормално на правац брзине. Одатле следи да се честица креће по кругу $\boxed{\text{2п}}$. Из другог Њутновог закона $\vec{F} = \mathrm{d}\vec{p}/\mathrm{d}t$, где је $\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ импулс честице, следи $\vec{F} = \frac{m}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$ $\boxed{\text{3п}}$. Убрзање честице која се креће константном брзином по кругу је по интензитету једнако $a = |\mathrm{d}\vec{v}/\mathrm{d}t| = v^2/R$ $\boxed{\text{1п}}$, где је R полупречник кружне орбите. Из претходних једначина следи да је интензитет убрзања константан и износи $a = \frac{qvB}{m}\sqrt{1 - v^2/c^2} = 0{,}48\frac{qBc}{m}$ $\boxed{\text{3п}}$, док је $R = \frac{mv}{qB\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{4mc}{3qB}$ $\boxed{\text{2п}}$. Максимална раздаљина од почетног положаја је $d = 2R$ $\boxed{\text{1п}}$ и она се достиже у тренуцима $t = T/2,\ 3T/2,\ 5T/2$, итд, $\boxed{\text{2п}}$ где је T период кружног кретања дат са $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{10\pi m}{3qB}$ $\boxed{\text{2п}}$.

5. У неинерцијалном систему референце везаном за клин мало тело мирује и услов равнотеже је дат са: $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{tr} + \vec{F}_{in} = 0$ $\boxed{\text{2п}}$. У зависности од интензитета инерцијалне силе тело се може кретати уз стрму раван (за $a > a_{max}$) или низ стрму раван (за $a < a_{min}$) што одређује смер силе трења $\boxed{\text{2п}}$. У граничном случају $a = a_{max}$ пројекције услова равнотеже на x и y осу дају: $ma_{max}cos\alpha - mgsin\alpha - F_{tr1} = 0$ $\boxed{\text{2п}}$ и $N_1 - mgcos\alpha - ma_{max}sin\alpha = 0$ $\boxed{\text{2п}}$. У другом граничном случају $a = a_{min}$ пројекције су: $mgsin\alpha - ma_{min}cos\alpha - F_{tr2} = 0$ $\boxed{\text{2п}}$ и $N_2 - mgcos\alpha - ma_{min}sin\alpha = 0$ $\boxed{\text{2п}}$. Како је у оба случаја $F_{tr} = \mu N$ $\boxed{\text{1п}}$ за два гранична случаја се добија: $a_{max}cos\alpha - gsin\alpha - \mu gcos\alpha - \mu a_{max}sin\alpha = 0$ $\boxed{\text{1п}}$ и $gsin\alpha - a_{min}cos\alpha - \mu gcos\alpha - \mu a_{min}sin\alpha = 0$ $\boxed{\text{1п}}$. Из последње две једначине следи: $\frac{a_{max} - \mu g}{g + \mu a_{max}} = \frac{a_{min} + \mu g}{g - \mu a_{min}}$ и $\frac{a_{max} - gtg\alpha}{g + a_{max}tg\alpha} = \frac{-a_{min} + gtg\alpha}{g + a_{min}tg\alpha}$. Позитивни корени ових квадратних ј-на су физичка решења (тангенс оштрог угла и коефицијент трења су позитивни) $\boxed{\text{1п}}$: $\mu = \frac{-(g^2 + a_{min}a_{max}) + \sqrt{(g^2 + a_{min}a_{max})^2 + g^2(a_{max} - a_{min})^2}}{g(a_{max} - a_{min})} = 0{,}212$ $\boxed{\text{4п}}$ и $tg\alpha = \frac{-(g^2 - a_{min}a_{max}) + \sqrt{(g^2 - a_{min}a_{max})^2 + g^2(a_{max} + a_{min})^2}}{g(a_{max} + a_{min})} = 0{,}435$ $\boxed{\text{4п}}$ одакле је $\alpha = 23{,}51^o$ $\boxed{\text{1п}}$.



Слика уз решење 3. задатка



Слика уз решење 5. задатка